XVIII всесоюзная алгебраическая конференция
Кишинев 16 – 18 сентября 1985 г.

УДК 519.41/47
КРЕКНИН В.А. /г.Херсон/, СПИВАКОВСКИЙ А.В. /г.Киев/

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, ИМЕЮЩИХ С-СЕПАРИРУЮЩИЕ ПОДГРУППЫ

Пусть C - свойство подгруппы быть дополняемой во всей группе G. Собственную подгруппу N группы G назовем C - сепарирующей подгруппой группы G, если каждая подгруппа группы G, не содержащаяся в N, дополняема в G. Следующий результат является основным.

ТЕОРЕМА. Конечная группа, имеющая C - сепарирующие подгруппы, разрешима.

Доказательство этой теоремы, в основном, опирается на следующие факты, имеющие самостоятельный интерес.

ЛЕММА 1. Пусть конечная группа $G=(G_1\times G_2\times\ldots\times G_p)<x>$, где $x^p\in(G_1\times G_2\times\ldots\times G_p)$, $G_i^x=G_{i+1}$, $i=1,2,\ldots,p-1$, $G_p^x=G_1$, $p>1$. В группе $G_1\times G_2\times\ldots\times G_p$ всегда найдется элемент y, такой, что $G=(G_1\times G_2\times\ldots\times G_p)\lambda<yx>$.

ЛЕММА 2. Пусть конечная группа $G=PSL(2;p^n)<x>$, где $x^q\in PSL(2,p^n)$, q - простое число. Если $p=2$ или $p>2$ и n - нечетное, то в $PSL(2;p^n)$ всегда найдется элемент y, такой, что $G=PSL(2;p^n)<yx>$.

ЛЕММА 3. Пусть K - нормальный делитель примарной конечной группы G. Если $(K\bigcap Z(G))$ дополняема в K, то K -абелева группа, причем экспонента группы K не превосходит экспоненты пересечения $(K\bigcap Z(G))$.

ЛЕММА 4. Нормальный делитель K примарной группы G тогда и только тогда является элементарным абелевым, когда пересечение

$(K \bigcap Z(G))$ - элементарная абелева группа и $(K \bigcap Z(G))$ дополняема в K.