

Ієрархія компонент розв'язання задач з курсу Лінійна алгебра
Співаковський О.В., Круглик В.С.

Херсонський державний університет

В даній статті мова йде про впровадження нових інформаційних технологій в процес вивчення Лінійної алгебри у Херсонському державному університеті. Розглядається компонентно-орієнтований підхід до вивчення лінійної алгебри, розглядається ієрархія компонент, що використовується у системі та переваги такого підходу порівняно з традиційним.

Вступ

Світовий процес переходу від індустріального до інформаційного суспільства, а також соціально-економічні зміни, що відбуваються в Україні, вимагають суттєвих змін у багатьох сферах діяльності держави. В першу чергу це стосується реформування освіти. Національною програмою "Освіта. Україна XXI" сторіччя передбачено забезпечення розвитку освіти на основі нових прогресивних концепцій, запровадження у навчально-виховний процес новітніх педагогічних технологій та науково-методичних досягнень, створення нової системи інформаційного забезпечення освіти, входження України у трансконтинентальну систему комп'ютерної інформації.

Розвиток освітньої системи в Україні повинен призвести до:

появи нових можливостей для оновлення змісту та методів навчання дисциплін і розповсюдження знань;

розширення можливості одержання освіти для великої кількості молодих людей, включаючи тих, хто не може навчатися у вищих навчальних закладах за традиційними формами внаслідок браку фінансових або фізичних можливостей, професійної зайнятості, віддаленості від великих міст, престижних навчальних закладів тощо;

реалізації системи безперервної освіти "через все життя", включаючи середню, довузівську, вищу та післядипломну;

індивідуалізації навчання за умови масовості освіти.

Для досягнення зазначених результатів необхідно швидкими темпами розвивати дистанційну освіту, запровадження якої в Україні передбачено Національною програмою інформатизації. За останні роки в зарубіжних системах освіти відбулися істотні структурні зміни, зумовлені розвитком Інтернет та його зростаючим впливом на всі сторони діяльності суспільства. За даними зарубіжних експертів, у майбутньому кожен працюючий буде повинен мати вищу освіту – з точки зору ХХІ століття, мінімальний освітній рівень, необхідний для виживання людства. Тому не випадково, що за останні десятиріччя чисельність студентів, які навчаються за нетрадиційними технологіями зростає швидше, ніж студентів денних відділень.

Особливо актуальним є застосування сучасних інформаційних технологій у тих сферах розумової діяльності, які є найбільш складні для сприйняття, коли складність навчання обумовлюється великою кількістю рутинної роботи. Велика кількість обчислень, яка супроводжує відшукування розв'язку тієї чи іншої задачі, не дає можливості студенту засвоїти сутність досліджуваних процесів і явищ, і як наслідок – не формує необхідних знань і вмінь. У Національній державній програмі “Освіта” (Україна ХХІ століття) зазначено, що освіта має забезпечувати всебічний розвиток людини як цілісної особистості, її здібностей та обдарувань, збагачення на цій основі інтелектуального потенціалу народу, його духовності й культури, формування громадянина України, здатного до свідомого суспільного вибору [1].

Поява нових технологій призводить до відповідних змін у різних сферах виробництва, науки, культури та освіти. Система освіти шляхом підготовки кадрів забезпечує подальший розвиток і модернізацію науково-технічного і культурного потенціалів суспільства. Вона спрямована в перспективу, а тому повинна своєчасно реагувати на зміни в суспільстві, що є однією з визначальних умов її ефективного функціонування. Звідси випливає, що сьогодні гострою є потреба розробки і впровадження нових технологій формування знань, умінь і навичок, нового змісту, методів,

засобів навчання, дидактично-методичного забезпечення в цілому. Повною мірою це стосується і вищої педагогічної школи і, зокрема, організації її навчально-виховного процесу. Традиційні методичні системи не відповідають вимогам сьогодення. Сучасні інформаційно-комунікаційні технології в практиці роботи вищих педагогічних навчальних закладів використовуються фрагментарно. Разом з тим виконання освітніх і виховних завдань, висунутих Національною доктриною розвитку освіти України у XXI столітті, вимагає принципово нового забезпечення навчально-виховного процесу. Одним із дієвих підходів до його ефективного здійснення є компонентно-орієнтоване навчання.

Концепція компонентно-орієнтованого підходу

Ідея компонентно-орієнтованого підходу полягає в такій організації навчального процесу, за якої попередні, раніше засвоєні знання і способи діяльності повинні використовуватися як новий інструмент для розв'язування завдань більш високого рівня. Традиційні технології навчання також передбачають використання раніше засвоєних знань, методів і прийомів. Наприклад, студент не може розв'язати систему лінійних рівнянь, не застосувавши елементарні арифметичні дії. За такого навчання звичайною є ситуація, коли під час розв'язування тієї чи іншої задачі доводиться проходити весь шлях — від елементарних перетворень і обчислень до останнього кроку одержання результату.

За компонентно-орієнтованого підходу у студентів (учнів) формується тип мислення, який ґрунтується на пошуку, доборі та найбільш доцільному використанні компонентів розв'язування попередніх задач у процесі розв'язування задач вищого рівня складності. При цьому також формується уміння оформляти схему розв'язування зазначеної складнішої задачі у вигляді завершеної нової компоненти, яка може бути використана для розв'язування наступних задач.

Компонентно-орієнтований підхід вимагає виділяти на кожному етапі навчання суттєве і несуттєве, сприяє формуванню абстракцій через створення

власних чи використання відомих, раніше створених компонент для розв'язування нової, складнішої задачі. Одночасно він окреслює нову ідеологію розробки педагогічних програмних засобів — нового інструментарію, за допомогою якого можна не лише забезпечити ефективне і результативне навчання, але й постійно оновлювати зміст навчальних предметів на основі створення і використання нових компонент. При цьому забезпечується істотна інтенсифікація процесу пізнання, підтримується індивідуальна траєкторія навчання через можливість надання викладачем (учителем) для кожного з тих, хто навчається, того чи іншого набору компонент.

Технологія компонентно-орієнтованого підходу вимагає сформулювати в студентів (учнів) уявлення про компоненту як абстракцію, що є інструментом створення нової абстракції і розуміння того, що прийоми і засоби своєї діяльності вони можуть покращувати через засвоєння раніше вивчених і створених компонент. Педагогу важливо усвідомити, що принцип компонентно-орієнтованого навчання привносить якісні зміни в навчально-пізнавальну діяльність, які визначають новий підхід до розв'язування задач, пов'язаний із умінням віднайти найбільш ефективні компоненти і поєднати їх для розв'язування поставленої задачі.

Технологічні передумови використання такого підходу сьогодні забезпечують сучасні інформаційні технології навчання. Використання компонентно-орієнтованого підходу в навчанні проходить через інтеграцію традиційних та нових комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання. Це потребує переосмислення не лише змісту, а й методичних систем навчання, включаючи розробку спеціальних комп'ютерних середовищ, за допомогою яких можна підтримувати, зокрема, і реалізацію компонентно-орієнтованого принципу навчання.

Розв'язування задач кожного класу вимагає використання певного інструментарію. Наприклад, для лінійних рівнянь це можуть бути елементарні перетворення, операції додавання, віднімання, ділення та

множення. Але схеми розв'язування задач кожного класу можуть ставати компонентами (інструментарієм) для розв'язування задач іншого класу більш високого рівня ієрархії та абстракції¹. У наведеному прикладі компонентами можуть виступати схеми розв'язування задач таких класів: знаходження визначника системи лінійних рівнянь, розв'язування системи лінійних рівнянь, знаходження оберненої матриці тощо. Знання, навички та вміння, отримані в процесі вивчення певної теми, перетворюються в компоненту, що використовується для розв'язування задач наступного класу більш високого рівня складності. Таким чином, можна по-іншому побудувати послідовність навчання, забезпечити можливість обирати залежно від цілей навчання, здібностей студентів та інших складових навчального процесу, які саме компоненти повідомляти студентів, а які задачі він має розв'язати самостійно.

Зазначена проблема може розв'язуватися через призму виділення істотного і неістотного в процесі розв'язування задач розглядуваного класу.

Можливість добору необхідних компонентів, причому персонально для кожного, що підтримують процедуру розв'язування задач заданого класу, визначає принцип компонентно-орієнтованого навчання, що базується на наступних засадах:

- необхідності виділення суттєвого і несуттєвого під час розв'язування задач;
- виборі компонентів розв'язання, що забезпечують необхідну глибину і швидкість одержання результату;
- методично обґрунтованій системі визначення рівнів деталізації розв'язування задач;
- можливості використання схем чи алгоритмів розв'язування раніше розв'язаних задач як компонентів у розв'язуванні наступних задач;

¹ За визначенням Тімоті Бадда,

Компонента – абстрактна одиниця, що може використовуватися при виконанні певної визначеної роботи (тобто мати визначені обов'язки). Вона повинна мати невеликий набір чітко визначених пунктів і бути пов'язаною з іншими компонентами настільки слабо, наскільки це можливо.

- використання абстракцій, що відповідають ієрархії компонентів розв'язування навчальних задач.

Ці концепції і покладено в основу програмної системи.

Найсуттєвіші зміни при вивченні предмета порівняно з традиційними, відбулися в методиці проведення практичних занять та контрольних робіт. Виконання завдань за допомогою програмно-методичного комплексу «Світ лінійної алгебри» формує якісні практичні знання, вміння та навички студентів із методів лінійної алгебри. Формування належного рівня знань здійснюється вибором адекватної інструментальної бази, яку складають технологічні навчальні компоненти. Фактично студент керує процесом розв'язування, ініціюючи виконання кожного кроку обчислень. Комп'ютер миттєво і правильно виконує обчислення і переписування, звільняючи користувача від зайвих витрат часу.

Така методика, на нашу думку, є чи не найкращим вирішенням протиріч між обсягами навчального матеріалу і обмеженістю людських можливостей.

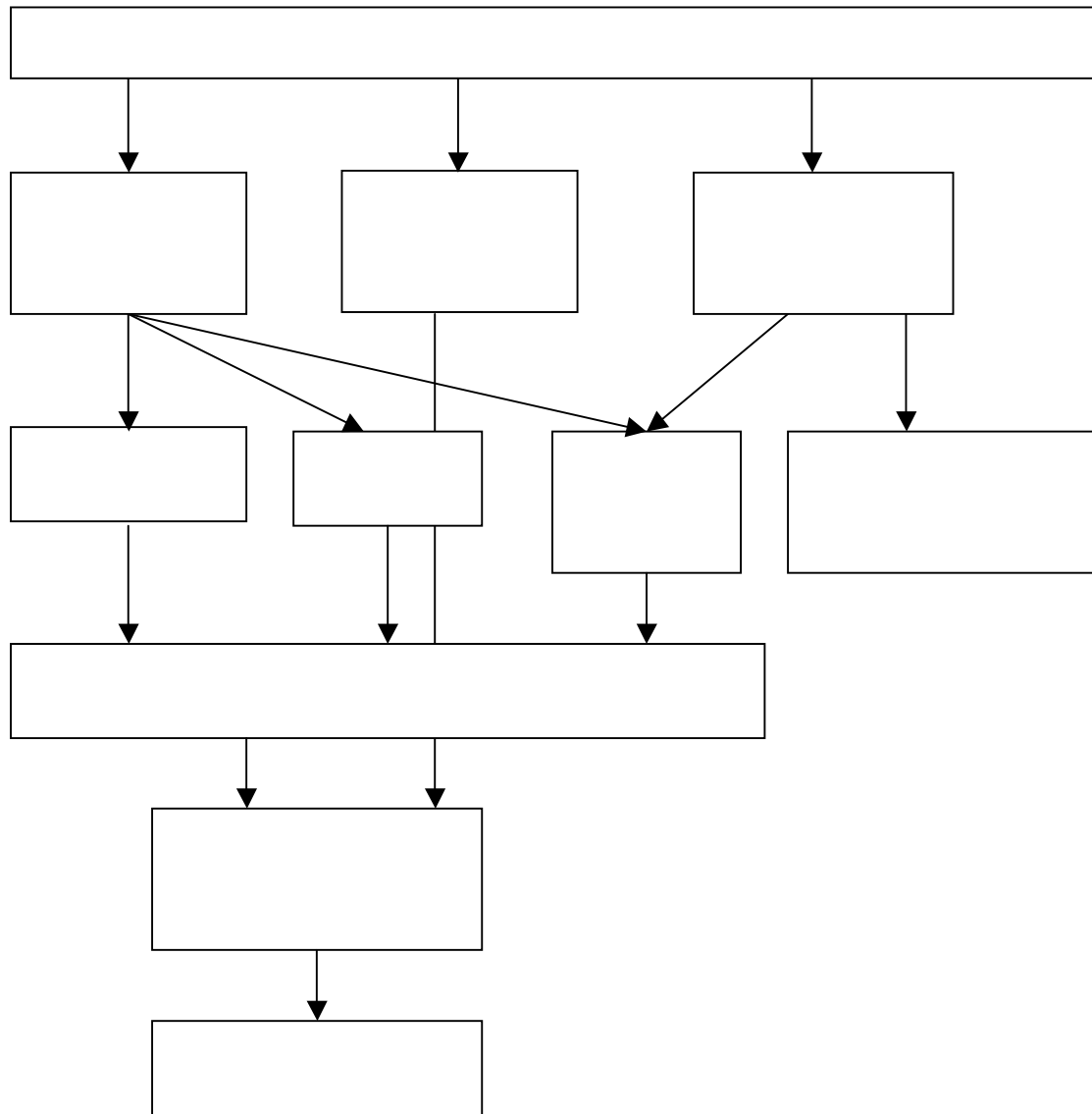
Значні переваги, як ми бачили, дає новий підхід і під час організації самостійної роботи студентів. По-перше, значно спрощується процес управління практичними заняттями. По-друге, у процесі оцінювання контрольних та індивідуальних завдань студентів викладач користується комп'ютерною технологією перевірки виконання завдань в цілому та перевірки правильності кожного кроку завдання. Це звільняє викладача від рутини пошуку помилок та надає йому суттєві можливості для індивідуальної роботи зі студентами.

Отже, вищезазначене дозволяє твердити, що використання комп'ютерних технологій підвищує інтерес студентів до проведених занять і сприяє більш свідомому ставленню до навчання. Крім цього, застосування сучасних методів опрацювання даних сприяє загальному розвитку інформаційної культури студентів та їх професійному становленню.

Наведемо приблизний тематичний план

№	Тема	Год.	Примітка
1	Системи лінійних рівнянь. Попередні відомості	2	Демонструються алгоритми виключення однієї змінної, приведення системи до трикутного виду, розв'язування однорідної системи, Гауса в загальному вигляді
2	Векторні простори	4	Демонструються алгоритми визначення лінійної незалежності, визначення еквівалентності двох систем, пошуку максимальної лінійно-незалежної підсистеми
3	Базис і розмірність векторного простору	2	Демонструються алгоритми визначення рангу системи векторів, розпізнавання базису, перевірки ізоморфності лінійного відображення
4	Матриці	2	Демонструються алгоритми множення матриць, елементарних перетворень
5	Ранг матриці	2	Демонструються алгоритми визначення рангу за різними означеннями
6	Лінійні оператори	4	Демонструються алгоритми визначення матриці лінійного оператора, ядра та образу лінійного оператора, розкладу простору в пряму суму підпросторів
7	Системи лінійних рівнянь (продовження)	2	Демонструється алгоритм пошуку загального розв'язку лінійного оператора
8	Власні вектори лінійного оператора	2	Демонструється алгоритм обчислення власних значень та алгоритм пошуку системи власних векторів лінійного оператора
9	Жорданові форми матриць	2	Демонструється алгоритм побудови жорданової форми матриці
10	Евклідові простори	2	Демонструється алгоритм ортогоналізації базису векторного простору Грама-Шмідта

Наведемо ієрархію компонентів курсу лінійної алгебри на рис 1



Наведемо приклад розв'язування системи лінійних рівнянь за допомогою матричного методу. Як відомо, $A \cdot X = B$, де A – матриця з коефіцієнтами при невідомих, B – вектор вільних членів. Тоді вектор $X = A^{-1} \cdot B$. Отже для розв'язання цієї задачі потрібно знайти матрицю, обернену до матриці A . Для цього в системі „Світ лінійної алгебри” ми можемо вибрати два шляхи розв'язування: або шляхом елементарних перетворень над розширеною матрицею знайти обернену до A , або використати компоненту „Знаходження оберненої матриці”. Дана компонента автоматично знаходить матрицю, обернену до існуючої, якщо визначник матриці не дорівнює 0. Потім користувач повинен перемножити отриману обернену матрицю на вектор вільних членів, для цього використовується компонента

„Перемножити дві матриці”. В результаті отримаємо вектор із значеннями невідомих, що були у пошуку. Отже, процес розв’язування представляє собою послідовність наступних дій: знаходження оберненої матриці, перемножування двох матриць. Тобто в даному випадку студент зосереджується на алгоритмі розв’язування, ігноруючи безпосередні обчислення.

Унаочнимо процес розв’язування конкретного прикладу на рисунку 2.

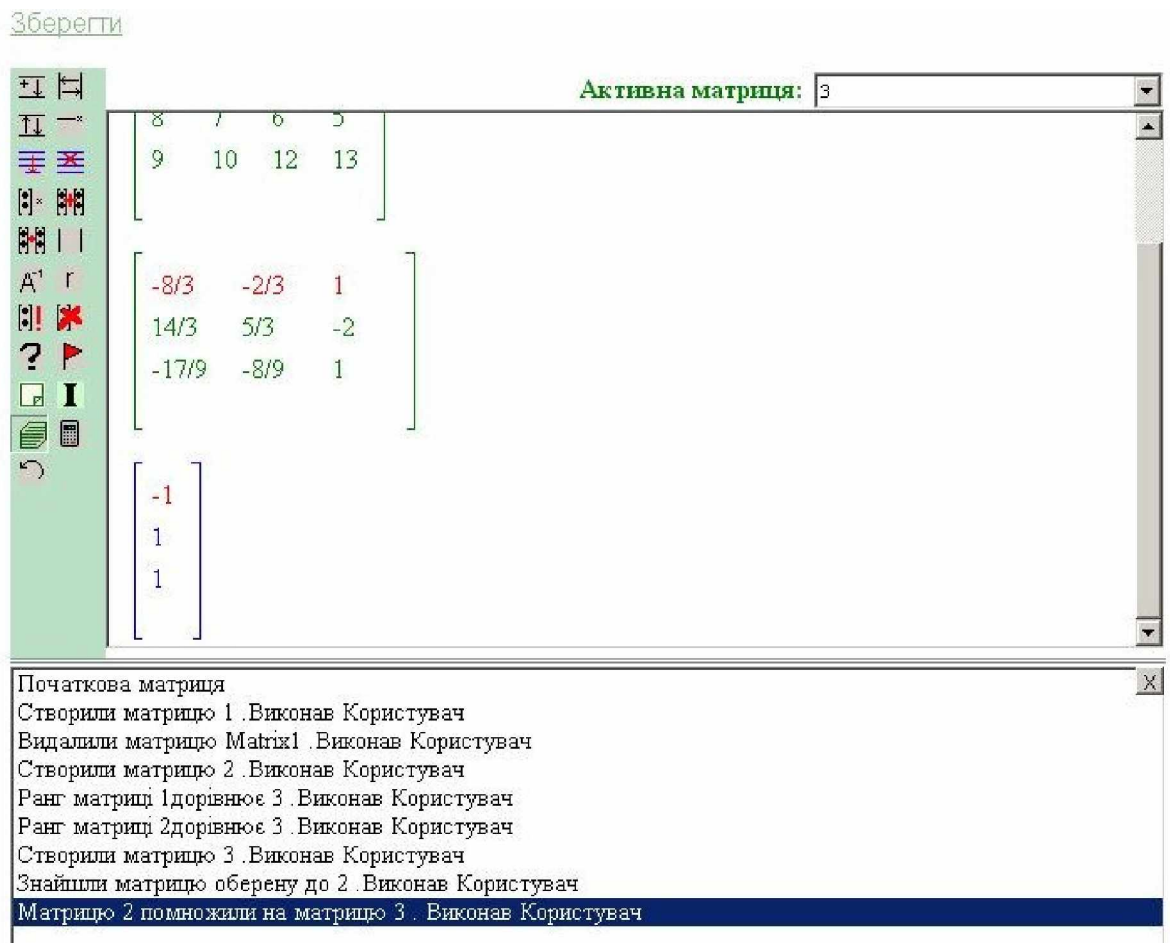


Рис. 2 Приклад розв’язування системи лінійних рівнянь

Практичні заняття проводяться в сучасному комп’ютерному класі, з робочих місць якого є вільний доступ до методичних указівок викладача з проведення практичних занять. Цей документ розташовано на спеціальному освітньому сайті університету. Він не включається як основний до програмно-методичного комплексу з лінійної алгебри. Як правило, викладач, який веде практичні заняття (а це не обов’язково лектор), має власний погляд на організацію цього заняття. Методичні вказівки містять посилання на

теоретичний матеріал з підручника та список задач, які треба розв'язати під час практичного заняття. Окремо слід наголосити, що перед викладачем стоїть завдання – для кожної навчальної задачі з лінійної алгебри визначити той конкретний інструментарій, яким студент повинен користуватися, працюючи в середовищі розв'язування задач – основному модулі програмного середовища. Таким чином викладачеві надається певна свобода.

Студенти мають з собою підручник та використовують електронну версію задачника, інтегровану (як компонента) в програмне середовище „Світ лінійної алгебри”. Як правило, навчальне завдання містить 6-8 навчальних задач. Зауважимо, що це в 2-3 рази більше, ніж за традиційної організації занять. Практика проведення занять за такою технологією довела, що обсяг практичних занять порівняно з традиційною технологією не змінюється і складає $\frac{1}{2}$ від загального обсягу курсу - приблизно 36-40 академічних годин.

На першому занятті студенти завантажують програму і реєструються. Для того, щоб студенти почали знайомство з програмою, викладач має додати щойно зареєстрованих користувачів до списку студентів.

Після того, як відомості про користувача було додано до списку студентів, він під своїм паролем і відповідними правами може входити до програми і починати роботу. Дві третини навчального часу на першому практичному занятті відводиться на знайомство з можливостями використання програми “Світ лінійної алгебри”, третина – безпосередньо на ознайомлення із середовищем розв'язування задач.

На наступних заняттях відповідно до мети викладач може відкривати деякі можливості у вигляді готових для використання компонент .

Наприклад, під час вивчення теми «Знаходження визначника матриці» студент виконує крок за кроком весь хід розв'язування, ідентичний традиційному, звільнюючись лише від обчислень. У подальшому в процесі розв'язування більш складних задач, у яких знаходження визначника є лише

одним із кроків розв'язування, викладач може відкрити можливість отримання готового визначника матриці для всіх або деяких студентів.

Організація контрольних робіт

Найбільш суттєвими є зміни, що відбулися в організації поточного контролю знань. Справа в тому, що така форма контролю, як робота студента біля дошки під наглядом викладача та за участю (що не зовсім відповідає дійсності) інших студентів, зовсім вилучена з практики. За нашою методикою студенти виконують 8 поточних контрольних робіт протягом семестру.

Кожну контрольну роботу присвячено одній із базових задач лінійної алгебри. Зрозуміло, що контрольна робота виконується в „Середовищі для розв'язування задач”. Розв'язки всіх задач на арифметичну правильність та завершеність перевіряються засобами самого середовища. Після того, як контрольну роботу виконано, викладач оцінює її за кількістю розв'язаних задач та якістю розв'язування. Зауважимо, що арифметичних помилок у процесі розв'язування задачі не існує, таким чином викладач оцінює знання методу розв'язування задачі.

Нарешті, ті студенти, які одержали добрі та відмінні оцінки, здабувають право використовувати в подальшій роботі в „Середовищі” відповідну базову задачу як технологічну компоненту під час розв'язування інших задач. Наведемо конкретний приклад:

Базова задача 1: „Розв'язати систему лінійних рівнянь”.

Базова задача 6: „Знайти власні вектори лінійного оператора”.

Якщо студент отримав „відмінно” або „добре” з виконання контрольної роботи №1 „Системи лінійних рівнянь”, у контрольній роботі № 6 він має право не розв'язувати системи лінійних рівнянь, за допомогою яких визначаються власні вектори методом Гаусса, тобто за кілька кроків лінійних перетворень матриці, а виконати лише одну команду – „Розв'язати систему лінійних рівнянь”.

Цей принцип є однією з конкретних форм застосування компонентного підходу до процесу навчання. Наведемо орієнтовний план проведення практичних і контрольних робіт (табл. 4.3).

Таблиця 4.3

Орієнтовний план практичних занять та контрольних робіт

№	Тема	Год.	Примітка
1	Системи лінійних рівнянь	2 пр	Базові компоненти: елементарні перетворення рядків системи
2	Векторні простори	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: елементарні перетворення матриць
3	Базис і розмірність векторного простору	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь
4	Матриці	4 пр	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь
5	Ранг матриці	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь
6	Лінійні оператори	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь, визначник матриці
7	Системи лінійних рівнянь (продовження)	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь, визначник матриці, обернення матриці.
8	Власні вектори лінійного оператора	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь, визначник матриці, обчислення коефіцієнтів та коренів характеристичного многочлена
9	Жорданові форми матриць	2 пр 2 к.р.	Базові компоненти: системи лінійних рівнянь, Обчислення власних значень та векторів лінійного оператора
10	Евклідові простори	4 пр 2 к.р.	Базові компоненти: елементарні перетворення, скалярний добуток, довжина вектора, кут між векторами

Організація заключного контролю

Заключною формою контролю з лінійної алгебри, є, як правило, екзамен, якому передують колоквіуми. Викладачі проводяться їх у комп'ютерному класі. Організація колоквіуму та екзамену фактично є традиційною. Основною особливістю є те, що студенти відповідають тільки на теоретичні питання, але в процесі підготовки та відповіді вони мають змогу користуватися програмним середовищем „Світ лінійної алгебри”, як це робив лектор. Загальна оцінка студента за курс виставляється лектором, який, окрім оцінки на теоретичні питання білетів екзамену, враховує оцінки студента за контрольні роботи.

Дуже корисним використання середовища «Світ лінійної алгебри» виявилось для організації самостійної роботи студентів. Маючи доступ до сервера, студенти у вільний від занять час розв'язують необхідну кількість завдань на закріплення чи повторення, працюють з теоретичним матеріалом, обмінюються думками через дискусії. Це дуже зручно і корисно для тих студентів, які через свої психічні особливості або слабку попередню підготовку не встигають розв'язати таку ж кількість завдань, як більшість студентів. Викладач, у свою чергу, в зручний для себе час перевіряє розв'язки задач, а також відкриває ті чи інші можливості (компоненти) для наступних занять. Етапи роботи студента у процесі розв'язування задач такі, як на практичній роботі.

Таким чином розроблена модель курсу „Лінійної алгебри” реалізує державний освітній стандарт навчання „Лінійної алгебри” шляхом:

- поглиблення і розширення теоретичної бази курсу, в першу чергу за рахунок скорочення часу на виконання рутинних операцій;
- використання систем віддаленого доступу до структурованого навчального матеріалу для студентів і викладачів, як в синхронному, так і в асинхронному режимах;
- необхідність аналізу існуючої концепції навчання вищої математики з точки зору виділення навчальних одиниць, які можуть

використовуватися як компоненти розв'язування задач більш високого рівня;

- використання комп'ютерно-орієнтованих програм навчального і професійного призначення під час вивчення курсів вищої математики;
- надання практичної направленості результатам навчання;
- створення умов для максимально повного розкриття генетичних задатків і здібностей студентів, формування необхідного рівня мотивації навчальної діяльності.

Побудована інтегрована комп'ютерна система допускає періодичне оновлення і поповнення новим змістом. Її використання забезпечує ефективне функціонування всіх складових компонентно-орієнтованого підходу до навчання лінійної алгебри на єдиній платформі. Компонентно-орієнтований принцип розглядається як інформаційна технологія реалізації особистісно-орієнтованої моделі навчання. За її методологічну основу обрано принципи: цілісності сприймання предмета вивчення, єдності змістового й процесуального в процесі навчання, адекватності цільових установок у системі вищої освіти, інтеграції й міжпредметних зв'язків.

Створений універсальний інформаційний конструктив разом зі схемою моніторингу рівня засвоєння знань і набуття необхідних умінь і навичок на різних рівнях може бути модифіковано для використання під час засвоєння інших навчальних дисциплін. Структурована модель навчання передбачає конструювання ситуації на основі максимального врахування індивідуальних інтересів кожного студента, що забезпечує його діяльність за власною траєкторією навчання. Педагогічні здібності при цьому виступають потенційними можливостями, передумовами, а знання та вміння – змістовою базою, на основі якої реалізуються та розвиваються здібності. Сучасні технології навчання забезпечують органічне поєднання суб'єктивного досвіду студентів і основ математичної науки; конструювання навчальних занять, підручників і навчальних посібників, спрямованих не лише на розширення обсягу знань, структурування, інтегрування та узагальнення

предметного змісту, а й на практичне перетворення наявного суб'єктивного досвіду студента. Навчання лінійної алгебри на основі компонентно-орієнтованої інформаційної технології є більш ефективним порівняно з традиційними методичними системами в контексті реалізації особистісно-орієнтованого підходу, оскільки більшою мірою сприяє реалізації принципів індивідуалізації та диференціації навчального процесу, розширенню його змісту, підвищенню інтенсифікації і результативності навчання в цілому.

Застосування ІТН значно підвищує основні показники ефективності навчання (рівень сформованості основних математичних понять та вміння їх ідентифікувати, аналізувати й використовувати, оволодіння методами та способами розв'язування задач, міцність засвоєння знань) студентів.

Література

1. О.В. Співаковський . Підготовка вчителя математики до використання комп'ютера у навчальному процесі. //Комп'ютер у школі та сім'ї.-1999.-№2(6), с. 9-12.
2. Співаковський О.В., Львов М.С., Кравцов Г.М., Крекнін В.А., Гуржій Т.А.Зайцева Т.В.Кушнір Н.А., Кот С.М. Педагогічні технології та педагогічно–орієнтовані програмні системи: предметно–орієнтований підхід. // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2002.– №2 (20). – С. 17–21.
3. Співаковський О.В., В.А. Крекнін. Лінійна алгебра: Навчальний посібник. – Херсон: Айлант, 1997.– 148 с.
4. Співаковський О.В., Крекнін В.А., Черниш К.В. Збірник задач і вправ з лінійної алгебри: Навчальний посібник. – Херсон: Айлант, 2000–206 с.