

# ВІСНИК

Харківського національного  
університету



№ 703

Харків  
2005

ISSN 0453–8048

Міністерство освіти та науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Заснований у 1965 р.

# ВІСНИК

Харківського національного  
університету



№ 703

**Серія**

«Математичне моделювання.

Інформаційні технології.

Автоматизовані системи управління»

**Випуск 5**

Харків  
2005

До випуску увійшли статті, присвячені дослідженням у галузі математичного моделювання, інформаційних технологій та автоматизованих систем управління.

Збірка включає статті, що були подані до розгляду редакції у період з 15.06.2005 по 15.09.2005 року.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, працюючих у відповідних або суміжних напрямках.

**Редакційна колегія:**

**Азаренков М.О.,** (гол. редактор), д.ф.-м.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Гандель Ю.В.,** д.ф.-м.н., проф., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Жолткевич Г.М.,** (заст. гол. редактора), д.т.н., с.н.с., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Золотарьов В.О.,** д.ф.-м.н., проф., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Куклін В.М.,** д.ф.-м.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Лазурик В.Т.,** д.ф.-м.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Любарський М.Г.,** д.ф.-м.н., проф., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Мацевитий Ю.М.,** д.т.н., академік НАН України, проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Міщенко В.О.,** (відпов. секретар), к.ф.-м.н., доц., ММФ і ФКН ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Раскін Л.Г.,** д.т.н., проф., Національний технічний університет "ХПІ"

**Стрельнікова О.О.,** д.т.н., Ін-т проблем машинобудування НАН України

**Руткас А.Г.,** д.ф.-м.н., проф., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Соколов О.Ю.,** д.т.н., проф., Національний аерокосмічний університет імені М.Є. Жуковського "ХАІ"

**Стервєдєв М.Г.,** к.т.н., доц., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Целуйко О.Ф.,** к.ф.-м.н., доц., ФКН ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Черваньов І.Г.,** д.т.н., проф., геолого-географічний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Шейко Т.В.,** д.ф.-м.н., проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Щербина В.А.,** д.ф.-м.н., проф., ММФ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Адреса редакційної колегії:** 61077, м. Харків, пл. Свободи, 4, ХНУ імені В.Н. Каразіна, каф. Математичної фізики та обчислювальної математики, к.6-28

Тел. +38 (057) 707-52-02, Email: Victor.O.Mischenko@univer.kharkov.ua

Друкується за рішенням Вченої Ради Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (Протокол № 11 від 30.09.05)

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 4063 від 02.03.2000 р.

© Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, 2005

## Від редакційної колегії

Процес широкого використання інформаційних технологій у різних сферах людської діяльності, що розпочався в останні десятиріччя двадцятого століття, довгий час не торкався освіти. Останні десять років характеризуються пошуками шляхів ефективного використання інформаційних технологій у сфері освіти. Ці пошуки охоплюють широкий спектр досліджень, серед яких і проблеми використання обчислювальної техніки в організації навчального процесу, і з'ясування форм використання сучасних мультимедійних засобів в процесі формування знань, вмінь та навичок, і створення віртуальних діяльних середовищ для посилення креативної компоненти навчання тощо.

В той же час важливим напрямом використання сучасних інформаційних технологій в освіті є створення автоматизованих систем управління вищими навчальними закладами, забезпечення ефективного обміну управлінською інформацією між університетами та державними органами управління, зокрема міністерством освіти і науки України. Актуальність цього напрямку значно посилилася у зв'язку приєднанням України у травні цього року до Болонського процесу. Нові вимоги до якості управління освітою, що стали наслідком цієї події, не можуть бути реалізовані в рамках традиційної паперової технології обміну інформацією. Все це призводить до необхідності модернізації систем управління університетами і галуззю в цілому, спираючись на можливості, які надають сучасні інформаційні і телекомунікаційні технології.

Саме на вирішення цієї проблеми спрямований міжнародний проект „Інформаційні технології в управлінні освітою України”, який підтриманий європейською програмою TEMPUS TACIS як проект MP JEP 23010-2003. Значна частина досліджень, результати яких публікуються у цьому випуску була виконана за підтримки в рамках цього проекту.

Крім того, редакційна колегія вважала за потрібне об'єднати статті, що були отримані нею та стосувалися проблем автоматизації управління та обміну інформацією, в один випуск Вісника Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна серії «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління».

Редакційна колегія вдячна також колегам професорам Л. Адріані, Ф. Лоіру з університету Ніцци – Софії Антіполіс (Франція) та професорам Б. Хейні та Е. Грею з університету Каледонія в Глазго (Велика Британія), які люб'язно згодилися прийняти участь у рецензуванні статей цього випуску.

## From Editorial Board

For a long time education has been out of information technology sphere. The last decade is characterized by intensive search of ways to use information technology in education. These search activities cover the wide spectrum of research including the problems of using computers in educational process organization, defining the ways of using multimedia tools in training of learning skills and development of virtual activity environments to enforce the creative component of education.

At the same time the problem of creating the automatic university management system and providing effective business information interchange between universities and government organizations such as Ministry of Education and Science of Ukraine is of great importance in the field of using information technology in education. The urgency of this problem has increased with joining the Ukraine to Bologna process in May 2005. The new requirements to the quality of educational management which stem from this event could not be satisfied within the traditional “paper” technology of information interchange. All this leads to the necessity of reengineering the current university management systems and the field in whole on the base of modern information and telecommunication technology.

The international project “Information technology in university management in Ukraine” supported by European TEMPUS TACIS program as MP JEP 23010-2003 project is directed on solving exactly this problem. The main part of research the results of which are published in this bulletin was done within this project.

Besides the editorial board considers to be expedient to include all the papers concerning with the problems of university management automatization and information interchange into one issue of Bulletin of V. Karazin Kharkov National University, series “Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems”.

The editorial board is grateful to colleagues professors L. Adriani, F. Louir from the university of Nice-Antipolice (France) and professors B Hainey and E. Grey from the Caledonian Glasgow university ( UK) for their agreement to review the papers of this issue.

## Имитационное моделирование ИПС, построенных на основании архитектуры клиент/сервер

Ахмед Али (Абдель Карим) Альмхерат

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Украина*

Simulating models for retrieval system with homogeneous and heterogeneous query flows are built at the article. Model experiments were showed that models qualitative behavior corresponded with qualitative behavior of real system.

### 1. Введение

Информационно-поисковые системы (ИПС) представляют важный класс программного обеспечения, предназначенного для поддержки процессов принятия решений. Особенностью этого класса информационных систем является относительная статичность базы данных (БД) при необходимости обработки интенсивного потока запросов различного типа. Критичными характеристиками распределенной ИПС с архитектурой клиент/сервер являются вероятность потери запроса и среднее время ожидания ответа на запрос. В этой ситуации при проектировании системы необходимо оценить возможные значения для этих характеристик, что позволяет дать обоснованный ответ на вопрос о целесообразности реализации архитектуры клиент/сервер для проектируемой ИПС.

Вероятностные свойства потоков заявок на обслуживание являются предметом изучения теории массового обслуживания [1]. Применение результатов этой теории к проектированию компьютерных сетей достаточно подробно освещено в [2]. Однако специфика потоков заявок на обслуживание, соответствующих потокам запросов в ИПС, построенных на основе архитектуры клиент/сервер, не нашла отражения в моделях, рассмотренных и изученных в литературе.

Целью настоящей работы является разработка имитационных моделей обслуживания однородных и неоднородных потоков запросов в ИПС, построенной на основании архитектуры клиент/сервер.

### 2. Изложение результатов

Для исследования потоков запросов к ИПС в работе построены имитационные модели, описание которых на языке системы GPSS World (ограниченная версия системы и документация к ней доступна на сайте <http://www.minutemansoftware.com>) приведено ниже.

Для модели однородного потока заявок используется поток Пуассона с интенсивностью  $\lambda$  :

$$P(\xi_t = k) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Для моделирования неоднородного потока заявок, содержащего заявки  $n$  различных типов с интенсивностями  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  соответственно используется поток со следующей функцией распределения вероятностей:

$$\begin{cases} P(\xi_t = () ) = e^{-\lambda t} \\ P(\xi_t = (i_1, i_2, \dots, i_k)) = e^{-\lambda t} \left( \prod_{j=1}^k \frac{\lambda_{i_j}}{\lambda} \right) \frac{(\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

В формулах (2)  $\lambda$  определяется как сумма  $\lambda_i$ :  $\lambda = \lambda_1 + \dots + \lambda_n$ .

В обеих моделях предполагается, что время обработки распределено равномерно на интервале  $[\tau - \Delta\tau, \tau + \Delta\tau]$  так, чтобы отношение  $\delta = \frac{\sigma_\tau}{\tau}$  было равно 0,01. Таким образом, величина  $\Delta\tau$  определяется по формуле  $\Delta\tau = \delta \cdot \tau \sqrt{3}$ .

В тексте описания модели с однородным потоком используются следующие объекты.

Константы:

- Delta –  $\delta$ , при моделировании принимается значение 1%;  
 MaxTime – общее время наблюдения, при моделировании принимается значение 10000 с (около суток).

Варьируемые факторы:

- CRate – интенсивность потока запросов к ИПС, при моделировании варьируется в диапазоне от 0,01 до 10 1/с;  
 BLen – длина буфера, при моделировании варьируется обычно от 0 до 100;  
 HTMean – среднее время обработки запроса, при моделировании варьируется в диапазоне от 0,01 до 10 с.

Изучаемые характеристики:

- RFreq – вероятность потери запроса;  
 WTime – среднее время ожидания выполнения запроса.

```
*****
; Model constants:
Delta      EQU      0.01    ; handling time relative error
MaxTime    EQU      10000
*****
; Model factors and their default values:
CRate      EQU      1       ; calling rate
BLen       EQU      50      ; buffer length
HTMean     EQU      1       ; handling time mean
*****
; Initialization section
*****
GENERATE    , , 0,1,10
```

```

; Initialization of studying parameters:
    SAVEVALUE RFreq,0      ; rejecting frequency
    SAVEVALUE WTime,0      ; waiting time
; Working variables:
    ; set half of handling time range
    SAVEVALUE HTRange,(Delta#X$HTMean#Sqr(3))
    SAVEVALUE QGen,0        ; quantity of generated
                                ; queries
    SAVEVALUE QHandled,0    ; quantity of handled
                                ; queries
    SAVEVALUE QLost,0       ; quantity of lost queries
    TERMINATE
*****
;
; Model section
*****
    GENERATE (Exponential(1,0,1/CRate)) ; queries flow
                                ; generator
    SAVEVALUE QGen+,1
    TEST LE (Q$Accepted),BLen,Rejected ; test buffer
                                ; overflow
    QUEUE Accepted                ; start handling
    SEIZE Server
    ADVANCE HTMean,X$HTRange
    RELEASE Server
    DEPART Accepted                ; end handling
    ; begin of WTime calculating
    SAVEVALUE QHandled+,1
    SAVEVALUE OldWTime,X$WTime
    SAVEVALUE WTime+,((M1-X$OldWTime)/X$QHandled)
    ; end of WTime calculating
    TRANSFER ,Destroy
    ; begin of RFreq calculating
Rejected SAVEVALUE QLost+,1
    SAVEVALUE RFreq,(X$QLost/X$QGen)
    ; end of RFreq calculating
Destroy  TERMINATE
*****
;
; Timer section
*****
    GENERATE MaxTime, , ,1      ; Halting time = MaxTime s
    TERMINATE 1
*****

```

Как видно из исходного текста модель состоит из трех сегментов: сегмента инициализации, сегмента основной модели и сегмента таймера. Такая структура делает модель устойчивой по отношению к изменениям условий экспериментов.

С целью качественной проверки поведения модели был поставлен ряд экспериментов.

1. Выяснение зависимости вероятности потери запроса от длины буфера при разных интенсивностях потоков запросов ( $CR$ ) и фиксированном (на уровне



1,0 с) среднем времени обработки. Результат эксперимента представлен на рис. 1.

2. Выяснение зависимости вероятности потери запроса от длины буфера при разных временах обработки запросов ( $HTime$ ) при фиксированной (на уровне 1,0 1/с) интенсивности потока заявок. Результат эксперимента представлен на рис. 2.

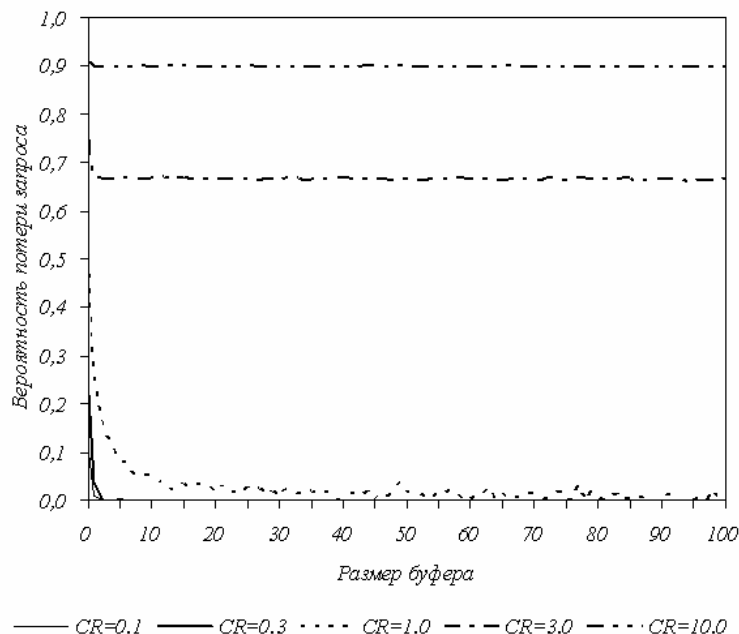


Рис. 1. Зависимость вероятности потери запроса от длины буфера при разных интенсивностях потоков запросов

Из графиков на рис. 1, рис. 2 видно, что с ростом интенсивности потока запросов при фиксированном времени обработки запроса, либо времени обработки запроса при фиксированной интенсивности потока запросов, происходит увеличение вероятности потери запроса. Кроме того, видно, что увеличение буфера уменьшает вероятность потери запроса. Иными словами, результаты экспериментов на имитационной модели согласуются с ожидаемым качественным поведением ИПС.

В тексте описания модели с неоднородным потоком параметры модели читаются из внешнего файла, содержащего интенсивности потоков заявок каждого типа и среднее время их обработки ИПС. Текст самой модели приведен ниже.

```
*****
; Model constants:
Delta      EQU      0.01 ; handling time relative error
MaxTime    EQU      10000
*****
; Model factors and their default values:
CRate      EQU      1    ; calling rate
BLen       EQU      50   ; buffer length
```

HTMean EQU 1 ; handling time mean

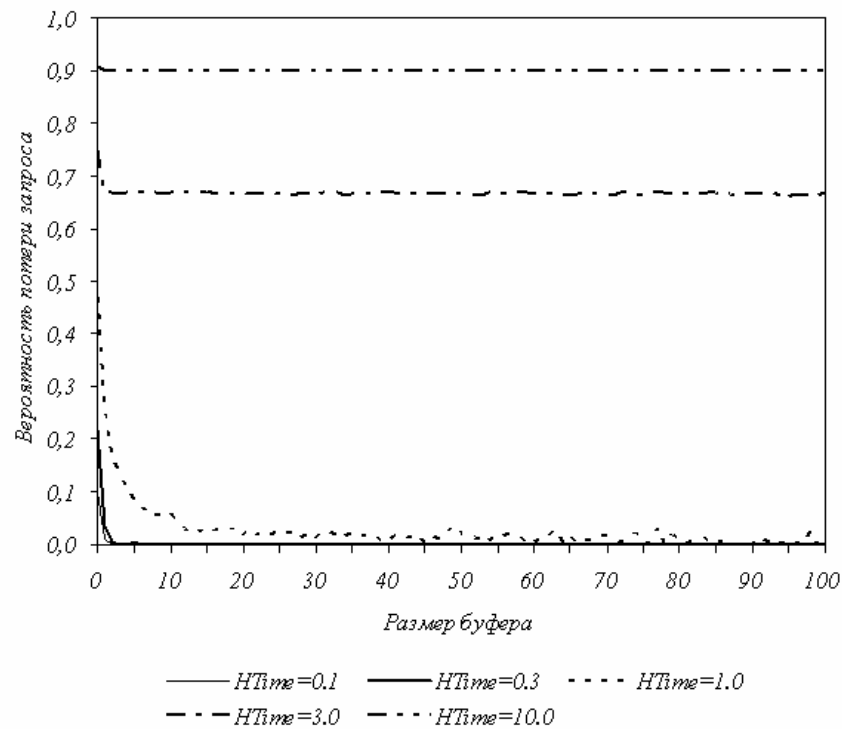


Рис. 2. Зависимость вероятности потери запроса от длины буфера при разных временах обработки запросов

```
*****
* Input section:
*   Quantity of query types(TypeQTY) and
*   correspondent calling rates (matrix Queries) are
*   got at the section
*****
* TypeQTY:  quantity of query types
* Queries:  queries characteristics TypeQTY x 2 - matrix
*           Queries[i,1] - i-th query calling rate
*           Queries[i,2] - i-th query handling time
* SumRate:
*           storage for the sum of query calling rates
*****
Queries  MATRIX           ,100,2
*****
Input    GENERATE      , ,0,1,10      ; Section priority = 10
         OPEN          ("params.txt"),1,FO_Error
         SAVEVALUE     TypeQTY,0
RdLoop   READ          RBuff,1,EOF
         SAVEVALUE     TypeQTY+,1
```

```

MSAVEVALUE Queries,X$TypeQTY,1,(Word(P$RBuff,1))
MSAVEVALUE Queries,X$TypeQTY,2,(Word(P$RBuff,2))
SAVEVALUE SumRate+,(Word(P$RBuff,1))
TRANSFER ,RdLoop
EOF CLOSE ,1,FC_Error
TEST E X$TypeQTY,0,FR_Error
SAVEVALUE ErrMsg,"No errors"
SAVEVALUE Counter,0
SAVEVALUE RFreq,0 ; rejecting frequency
SAVEVALUE WTime,0 ; waiting time
SAVEVALUE HTRange,(Delta#X$HTMean#Sqr(3))
SAVEVALUE QGen,0 ; quantity of generated
; queries
SAVEVALUE QHandled,0; quantity of handled
; queries
SAVEVALUE QLost,0 ; quantity of lost queries
TERMINATE
FO_Error SAVEVALUE ErrMsg,"File opening error"
TERMINATE
FR_Error SAVEVALUE ErrMsg,"Input file is not correct"
TERMINATE
FC_Error SAVEVALUE ErrMsg,"File closing error"
TERMINATE
*****
* Model section:
*****
GENERATE (Delay(1))
SAVEVALUE QGen+,1
TEST LE (Q$Accepted),BLen,Rejected ; test buffer
QUEUE Accepted ; start handling
ASSIGN Type,(GetType(2))
SEIZE Server
ADVANCE (ServiceTime(3))
RELEASE Server
DEPART Accepted ; end handling
; begin of WTime calculating
SAVEVALUE QHandled+,1
SAVEVALUE OldWTime,X$WTime
SAVEVALUE WTime+,(M1-X$OldWTime)/X$QHandled)
; end of WTime calculating
TRANSFER ,Destroy
; begin of RFreq calculating
Rejected SAVEVALUE QLost+,1
SAVEVALUE RFreq,(X$QLost/X$QGen)
; end of RFreq calculating
Destroy TERMINATE

```

```

*****
; Timer section
*****
        GENERATE      MaxTime, , ,1 ; Halting time = MaxTime s
        TERMINATE      1
*****
* GetType function:
*****
PROCEDURE GetType(RND) BEGIN
    TEMPORARY pSum,type,tval;
    tval=Uniform(RND,0,X$SumRate);
    type=1;
    pSum=Queries[type,1];
    WHILE(tval > pSum)DO BEGIN
        type=type+1;
        pSum=pSum+Queries[type,1];
    END;
    RETURN type;
END;
*****
* Delay function:
*****
PROCEDURE Delay(RND) BEGIN
    TEMPORARY scale;
    scale=X$SumRate;
    IF(scale>0)THEN RETURN Exponential(RND,0,scale);
    ELSE RETURN 1;
END;
*****
* Service function:
*****
PROCEDURE ServiceTime(RND) BEGIN
    TEMPORARY tmp;
    tmp=Queries[P$Type,2];
    RETURN Uniform(RND,0.9#tmp,1.1#tmp);
END;
*****

```

### 3. Выводы

Таким образом, в статье построены имитационные модели для информационно-поисковых систем, построенных на основании архитектуры клиент/сервер для однородных и неоднородных потоков запросов. Поставлены численные эксперименты и приведены их результаты, которые показывают, что качественное поведение построенных моделей соответствует ожидаемому.

В дальнейшем планируется проведение на этих моделях исследований с целью:

1. Выяснения характера зависимости вероятности потери запроса и среднего времени ожидания реакции системы от основных факторов – интенсивности потока заявок, среднего времени обработки и размера буфера для системы с однородными запросами.

2. Выяснения характера зависимости вероятности потери запроса и среднего времени ожидания реакции системы от основных факторов – суммарной интенсивности потока заявок, среднего средних времен обработки и размера буфера для системы с неоднородными запросами.
3. Разработки методики определения основных характеристик информационно-поисковых систем при их проектировании.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко В. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
2. Вишневский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М.: Техносфера, 2003 – 506 с.

## Математическое моделирование деятельности экономического кластера и взаимодействия с вузами

Али Найф Халил АльХжуж, П. А. Иващенко

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина*

In the article the regional aspect of activity of economic clusters is considered and the attempt of construction of economic-mathematical model of a cluster of a regional level is done(made). The problem of interaction of firms of a cluster with high schools is researched with the purpose of support by frames. As the concrete object of research the project of the Poltava economic cluster is taken.

### 1. Постановка проблемы в общем виде и её связь с важными научными или практическими задачами

Кластерная теория экономического развития насчитывает более чем двадцатипятилетнюю историю. Основателем этой теории считается М. Портер [1]. Глубокий и всесторонний анализ производственных систем глобализации приведен в капитальной монографии С.И. Соколенко [3]. Территориально-производственный уровень финансовой интеграции на примере конкретного региона отражен в монографии [9]. Элементы кластерной теории экономического развития освещены в статье [15]. Во всех упомянутых публикациях описание кластеров выполнено на качественном уровне. Имеется значительный опыт экономико-математического моделирования финансово-промышленных структур (см. [4, 5, 8]). Они по своей организационной природе являются наиболее близкими к экономическим кластерам. Однако проблема экономико-математического моделирования деятельности экономического кластера, исследования свойств моделей раскрыта недостаточно.

Задача состоит в построении экономико-математической модели экономического кластера.

В [2, с. 64] предлагается следующая трактовка термина «кластер». Это – «территориально-отраслевая форма ассоциации субъектов хозяйствования, включающая в свой состав расположенные в регионе, обладающие отраслевой технологической общностью предприятия и организации (поставщики, основные производители, покупатели), а также обслуживающие их объекты финансовой системы, производственной, научно-технической, рыночной, информационной, социальной инфраструктуры региона». Из определения следует, что в кластер входят однородные по отраслевому признаку субъекты хозяйствования и разнородные с точки зрения инфраструктуры.

*Моделирование процессов взаимодействия в экономическом кластере (макроуровень)*

Экономический кластер как объект моделирования представляет собой систему, сложность которой определяется количеством входящих в нее элементов (предприятий, организаций, субъектов социально-экономического, научно-технического назначения и др.), связями между ними, а также взаимоотношениями с внешней средой. Ассоциативная интеграция элементов в кластер предполагает наличие общих целей и интересов. При этом элементы кластера имеют собственные цели и стремятся их достигнуть.

По образному выражению С.И. Соколенко кластеры – это детище зависимости «глобализация-локализация» [3, с. 61].

Состав элементов кластера, способы их ассоциативного объединения и отношения между ними определяют структуру кластера как экономической системы. Процесс функционирования кластера может быть представлен протекающими в нем материально-вещественными, финансовыми и информационными потоками.

Подход к моделированию процессов взаимодействия элементов в экономическом кластере, предлагаемый в настоящей статье, состоит в следующем. Вместо детального описания моделей каждого элемента кластера предлагается разработка укрупненной экономико-математической модели экономического кластера. Авторы дают себе отчет, что такое представление весьма условно. Например, объекты региональной инфраструктуры могут быть одновременно и потребителями продукции кластера. Предлагаемый макроподход имеет своей целью выявление и моделирование основных закономерностей функционирования экономического кластера, который должен доказать его жизнеспособность. Представляется, что анализируемый экономический кластер обладает корпоративными свойствами. Примером может служить то, что его элементы потребляют электроэнергию, производимую внутри кластера, естественно по ценам ниже рыночных. Возможны и другие примеры корпоративного взаимодействия.

Попытаемся реализовать один из основных методологических принципов системного анализа, состоящий в возможно более адекватном определении и описании входных действий на систему (экономический кластер), ее выходных характеристик, состояний процесса функционирования, а также определении механизма функционирования элементов системы.

Экономический кластер предлагается рассматривать как некоторую управляемую динамическую систему, состояние которой  $x(t)$  в момент времени  $t$  может быть изменено под воздействием управляющих параметров  $u(t)$ , которые называют управлениями [10, с. 45].

В силу представления кластера небольшим составом элементов размерность вектора  $x(t)$  также будет небольшой. То же самое можно сказать и о векторе  $u(t)$ .

Изменение состояния системы, которую представляет экономический кластер, в общем случае можно описать системой дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t), \quad (1)$$

где управления  $u(t)$  выбираются из условия достижения некоторых целей. Одна из возможных допустимых постановок задач оптимизации деятельности экономического кластера как управляемой динамической системы может быть сформулирована следующим образом. Требуется за отрезок времени  $\Delta t_{HK} = t_K - t_H$  переместить систему из начального состояния  $x(t_H) = x_H$  в конечное  $x(t_K) = x_K$ . При этом должен достигаться максимум критерия эффективности системы

$$J = \int_{t_H}^{t_K} \Phi(x, u, t) dt \rightarrow \max_{u(t) \in U}. \quad (2)$$

В приведенных соотношениях обозначения имеют следующий смысл:

$t_H$  – время начала процесса;  $t_K$  – время его окончания;  $\Phi(x, u, t)$  – функционал, характеризующий мгновенную эффективность системы; управление  $u(t)$  – отражает формализацию способа достижения цели, которая должна находиться в пределах плановых установок;  $U$  – множество допустимых управлений;  $x(t)$  – фазовая координата, принадлежащая множеству допустимых состояний системы  $X$ .

Информация о внутренней структуре экономического кластера, взаимосвязях между его элементами, взаимодействиях, отражена в вектор-функции  $f(x, u, t)$  и функционале  $\Phi(x, u, t)$ .

Необходимо отметить, что приведенная выше постановка задачи оптимизации функционирования экономического кластера носит абстрактный характер. Чтобы обеспечить максимальную адекватность и содержательность описания моделей функционирования экономического кластера необходимо, используя имеющийся опыт экономико-математического моделирования (см. [4, 6, 8, 11]), детализировать модель (1)-(2), дополнив ее описанием механизмов взаимодействия участников кластера.

Представляется очевидным, что функционирование экономического кластера характеризуется действиями его участников. Это означает, что описанный моделью (1)-(2) динамический процесс изменения состояния всей системы зависит от поведения его участников, в распоряжении которых находятся собственные управляющие воздействия  $u_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . С учетом сделанного замечания система (1) может быть представлена в виде:

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u_1(t), \dots, u_n(t), t). \quad (3)$$

При этом управление  $u_i(t)$  каждый участник выбирает, руководствуясь своим критерием  $J_i$ , отражающим собственные интересы. Таким образом, приходим к еще одной проблеме – отыскания разумных условий компромисса между участниками при наличии общих интересов.

Одна из целей ассоциированного объединения субъектов хозяйствования в кластер состоит в консолидации финансовых капиталов, ориентированной на



реализацию совместных проектов. Более частными по сравнению с экономическими кластерами структурами являются промышленно-финансовые группы, корпорации (в России они называются финансово-промышленными). Для них характерны ситуации объединения вокруг банка-инвестора, который в состоянии финансировать совместные проекты. Экономический кластер может иметь другие формы взаимодействия членов (партнерство, ассоциация, вертикальная интеграция, холдинг и др.). Поскольку объектом нашего исследования является проект нефтегазового кластера, имеющего единую технологическую цепочку, нас будут интересовать механизмы вертикальной интеграции, которым посвящено достаточное количество публикаций (см. ссылки в [4, 7]). Привлекательность вертикальной интеграции участников кластера заключается в том, что в этом случае для них возможно сокращение прямых производственных издержек, снижение цен на товары, уменьшение кредитных ставок (проявляется синергетический эффект).

Разнообразие состава участников кластера может создать ситуацию, характеризующуюся наличием противоречивых интересов. Например, поставщики для увеличения своей прибыли заинтересованы в снижении издержек при добыче сырья (нефти и газа и др.), повышении цен на поставляемое сырье. Производители, естественно, наоборот, заинтересованы в снижении этих цен и увеличении за счет этого своей прибыли. Если банк владеет акциями и поставщиков, и производителей, то ему приходится «разрываться» между противоположными интересами поставщиков и производителей.

Одна из задач, таким образом, заключается в определении условий, при которых участники (даже имея противоположные интересы) ассоциируются в кластер. При этом необходимо отыскать значения параметров системы (кластера), которые устраивают всех участников. Очевидно, что такой поиск следует начинать, рассматривая сначала смежные пары участников, затем тройки и т.д. В.Е. Дементьевым доказана для статического варианта возможность наличия равновесия для троек участников (поставщик, производитель, банк) [13].

Наша задача – разработать инструментарий, позволяющий оценивать эффективность функционирования пар, троек и т.д. участников кластера на некотором интервале времени (например, несколько лет).

Если в качестве критерия эффективности экономического кластера рассматривается суммарная дисконтная прибыль участников (за исключением неприбыльных организаций) к моменту времени  $t_k$ , то суть решения задачи состоит в выборе таких значений параметров, характеризующих взаимодействие участников кластера, которые обеспечивают максимальные значения прибыли для каждого участника, являющегося прибыльной организацией и соответствующие значения для остальных участников. Если этот показатель для каждого из участников выше соответствующего значения показателя при их независимой друг от друга деятельности, то такую группу (пару, тройку) будем называть устойчивой на планируемом интервале  $[t_n, t_k]$ .

Основная цель моделирования процесса взаимодействия участников экономического кластера состоит в определении его экономической

эффективности, а также условий, необходимых для ее повышения. Предполагаем, что кластер функционирует в условиях стабильной рыночной экономики.

В понятие «экономическая эффективность» мы будем вкладывать смысл, отвечающий характеру экономики, в которой функционирует моделируемый объект, целям исследования и назначению исследуемой системы. Экономический кластер можно отнести к классу мезоэкономических объектов. Применительно к таким объектам: «Понятие экономической эффективности опирается на учет платежеспособного спроса, предъявляемого тем или иным рынком в соответствии с полезностью результата деятельности (продукции) данной системы, и связанные с этим спросом равновесные (рыночные) цены» [14, с. 114]

В качестве основного показателя эффективности будем рассматривать прибыль, которая рассчитывается с использованием равновесных рыночных цен. Показатель экономической эффективности зависит от объема используемых ресурсов (материальных и нематериальных), цен на них, на продукцию. Она должна опираться на представление способа функционирования кластера в виде цепочки: затраты → результаты → цели. Жизненность такого подхода обеспечивается возможностями измерения или оценивания размеров затрат и результатов, определения степени достижения цели.

Ниже предлагается экономико-математическое описание укрупненной модели экономического кластера. Чтобы сконструировать модель экономического кластера (ЭК), необходимо сформулировать и учесть систему предпосылок, определяющих содержание и принципы построения модели, описать параметры модели, разделив их на постоянные и переменные. Предпосылки должны опираться на основные характеристики деятельности участников ЭК и взаимодействия между ними.

Производители А осуществляют добычу нефтегазопродуктов (продукция). При этом они обладают производственными мощностями, приобретают необходимые ресурсы. Производственные возможности А определяются особенностями технологии добычи и транспортировки. Это означает наличие зависимости между затратами ресурсов и выпуском продукции, которую необходимо сконструировать.

Чтобы отразить характерные особенности деятельности предприятий и отраслей, которые напрямую связаны с добычей природных ресурсов, можно воспользоваться типовой неоднородной нелинейной функцией убывающей эффективности затрат вида

$$V(y) = \varphi \times y^{\eta} + P. \quad (4)$$

При этом выполнено условие

$$\frac{d^2 V(y)}{dy^2} > 0.$$

В функции (4): первое слагаемое играет роль переменных издержек, второе – постоянных. В целом она характеризует общие издержки при производстве продукции.

Далее временно, пока не будет оговорено обратное, предполагаем, что параметры  $\varphi, P, \eta$  постоянны, а  $\eta > 0$ .

Обычно к переменным затратам относят затраты на сырье, материалы, топливо, энергию, транспортные расходы, заработную плату. В постоянные расходы включают расходы на содержание производственных помещений, машин, оборудования, рентные платежи, страховые взносы и другие статьи (например, издержки, не зависящие от объемов производства). Относительно математических свойств функции (4) предполагаем, что  $V(y)$  достаточно гладкая функция, обладающая не менее чем двумя первыми производными. Такие требования характерны для условий добычи, когда для увеличения объемов переходят к эксплуатации более сложных месторождений, например, с увеличением глубины залегания полезного ископаемого, или обеднения содержания добываемых компонентов.

Для дальнейшего анализа потребуется переход к функциям удельных и предельных затрат. Их можно ввести следующим образом. Удельные затраты – это затраты, отнесенные к единице продукции, выраженные в денежных единицах. Их можно определить так:

$$c(y) = \frac{V(y)}{y} = \varphi \times y^{\eta-1} + \frac{P}{y}.$$

Введем упрощающее обозначение  $\beta = \eta - 1$ .

Шагом, связывающим финансовые ресурсы с производственными, будет рассмотрение ситуации, когда снижение затрат на производство продукции обеспечивается размером вкладываемого финансового ресурса  $x$ . Тогда (4) приобретает следующий вид:

$$v(x, y) = \varphi(x) y^{\eta} + P, \quad (5)$$

где вновь  $\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2} > 0$ . К функции  $\varphi(x)$  предъявим следующие требования:

- а) она является непрерывной, убывающей и ограниченной снизу функцией;
- б)  $\varphi(0) = \varphi_0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = \varphi_{\infty}$ ;
- в)  $\varphi(x)$  дважды дифференцируема и при этом

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} < 0, \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} > 0.$$

Удельные затраты окажутся равными:

$$c(x, y) = \varphi(x) y^{\beta} + \frac{P}{y}, \quad 0 < \beta < 1. \quad (6)$$

Во введенных обозначениях и ограничениях на форму функции  $v(x, y)$  предельные затраты на производство продукции в размере  $y$  будут равными

$$d(x, y) = \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} = (1 + \beta) \varphi(x) y^{\beta}. \quad (7)$$

Очевидно, что  $d(x, y) \geq 0$ . В рамках нашего подхода параметры  $\beta$  и  $P$  выступают внешними (заданными извне).

Чтобы полнее отразить характер зависимостей (5)-(7), рассмотрим пример. Прежде всего конкретизируем вид функции  $\varphi(x)$ . Покажем, что трехпараметрическая функция вида  $\varphi(x)=A(x+x_0)^{-B}+C$ , где  $A, B, C > 0$ , удовлетворяет всем предъявленным к ней требованиям. Вначале воспользуемся граничными условиями (требование б)). Имеем

$$\varphi(0)=\varphi_0=A x_0^{-B}+C$$

и

$$\varphi(\infty)=\varphi_\infty=C.$$

Откуда  $A=(\varphi_0-\varphi_\infty)x_0^B$ . Таким образом, получаем

$$\varphi(x)=(\varphi_0-\varphi_\infty)x_0^B(x+x_0)^{-B}+\varphi_\infty=(\varphi_0-\varphi_\infty)\left(\frac{x_0}{x+x_0}\right)^B+\varphi_\infty \quad (8)$$

Далее

$$\varphi'_x=-B(\varphi_0-\varphi_\infty)x_0^B(x+x_0)^{-B-1}<0,$$

$$\varphi''_{xx}=B(B+1)(\varphi_0-\varphi_\infty)x_0^B(x+x_0)^{-B-2}>0.$$

Ниже нам понадобится обратная к  $\varphi(x)$  функция. Найдем ее. Положим  $z=\varphi(x)$ . Тогда после выполнения цепочки преобразований вида

$$\begin{aligned} z &= (\varphi_0 - \varphi_\infty) \left( \frac{x_0}{x + x_0} \right)^B + \varphi_\infty \Rightarrow \\ \frac{z - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty} &= \left( \frac{x_0}{x + x_0} \right)^B \Rightarrow \\ \left( \frac{z - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty} \right)^{\frac{1}{B}} &= \frac{x_0}{x + x_0} \Rightarrow \\ x + x_0 &= \frac{x_0}{\left( \frac{z - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty} \right)^{\frac{1}{B}}} \end{aligned}$$

получаем окончательный вид выражения  $x = \varphi^{-1}(z)$

$$x = \left[ \left( \frac{z - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty} \right)^{-\frac{1}{B}} - 1 \right] x_0. \quad (9)$$

Дробь в круглых скобках и выражение в квадратных в (9) должны быть положительными. Это означает выполнение двойного неравенства

$$\varphi_\infty < z < \varphi_0,$$

что очевидным образом следует из способа задания функции  $\varphi(x)$ .

В [4, с. 52] утверждается, что увеличение финансового ресурса  $x$ , который вкладывается в снижение затрат, оправдано лишь до некоторого предела  $x_\Gamma$ . Выше него вложения оказываются неэффективными. Относительно снижения удельных затрат на единицу вложенного капитала  $x$  при фиксированном объеме продукции  $y$  необходимо отметить следующее. Должна существовать норма  $x_\Gamma$ , для которой абсолютная величина предельного по  $x$  значения удельных затрат будет не меньшей некоторой величины  $\Delta c_{\min}$ . Ю.В. Косачев предлагает норму  $x_\Gamma$  определять исходя из условия  $\left| \frac{\partial c(x,y)}{\partial x} \right| = \Delta c_{\min}$  [4, с. 52]. В принципе с таким предложением можно согласиться. Однако в аналитических и численных расчетах с функцией модуля работать неудобно. Поэтому мы предлагаем следующий подход, позволяющий в ряде случаев получать оценку нормы  $x_\Gamma$  в явной форме.

Из (6) получаем

$$\frac{\partial c(x,y)}{\partial x} = \varphi'(x)y^\beta. \quad (10)$$

Но с учетом условия в) и трехпараметрической конкретизации функции  $\varphi(x)$  получаем, что уравнение  $\left| \frac{\partial c(x,y)}{\partial x} \right| = \Delta c_{\min}$  эквивалентно следующему уравнению  $\varphi'(x) = -\frac{\Delta c_{\min}}{y^\beta}$ , которое можно разрешить относительно  $x$  в явном виде путем интегрирования. Выполним эту процедуру

$$\begin{aligned} \int_0^{x_\Gamma} \varphi'(x) dx &= -\frac{\Delta c_{\min}}{y^\beta} \int_0^{x_\Gamma} dx \Rightarrow \\ \varphi(x_\Gamma) - \varphi(0) &= -\frac{\Delta c_{\min}}{y^\beta} x_\Gamma \Rightarrow \\ \varphi(x_\Gamma) &= \varphi_0 - \frac{\Delta c_{\min}}{y^\beta} x_\Gamma. \end{aligned}$$

Так как

$$\varphi(x_\Gamma) = (\varphi_0 - \varphi_\infty) \left( \frac{x_0}{x_\Gamma + x_0} \right)^B + \varphi_\infty,$$

то

$$(\varphi_0 - \varphi_\infty) \left( \frac{x_0}{x_\Gamma + x_0} \right)^B + \varphi_\infty = \varphi_0 - \frac{\Delta c_{\min}}{y^\beta} x_\Gamma \quad (11)$$

или с учетом (9)

$$x_{\Gamma} = \left[ \left( \frac{\varphi_0 - \varphi_{\infty} - \frac{\Delta c_{\min}}{y^{\beta}} x_{\Gamma}}{\varphi_0 - \varphi_{\infty}} \right)^{-\frac{1}{B}} - 1 \right] x_0. \quad (12)$$

И (11) и (12) являются нелинейными уравнениями относительно  $x_{\Gamma}$ . Решая одно из них, получаем искомое значение  $x_{\Gamma}$ .

Рассмотрим условный численный пример. Положим  $\varphi_0=10$ ,  $\varphi_{\infty}=5$ ,  $B=1,5$ ,  $\Delta c_{\min}=1000$ ,  $y=100000$ ,  $\beta=1,5$ ,  $x_0=1000000$ . Тогда решением уравнения (12) будет  $x_{\Gamma}=131852,6$ . При этом

$$\varphi(x_{\Gamma}) = (\varphi_0 - \varphi_{\infty}) \left( \frac{x_0}{x_{\Gamma} + x_0} \right)^B + \varphi_{\infty} = 9,2.$$

Поведение левой и правой частей уравнения (12) показано на рис. 1.

Если обозначить через  $p_0$  рыночную цену на продукцию  $y$ , которую выпускают производители  $A$ , то ее объем в стоимостном исчислении будет равным  $p_0 y$ . При этом доход производителей  $A$  от реализации продукции на рынке – это разность между выручкой  $p_0 y$  и общими затратами  $c(x, y)y$ :

$$\pi_A(x, y) = (p_0 - c(x, y))y. \quad (13)$$

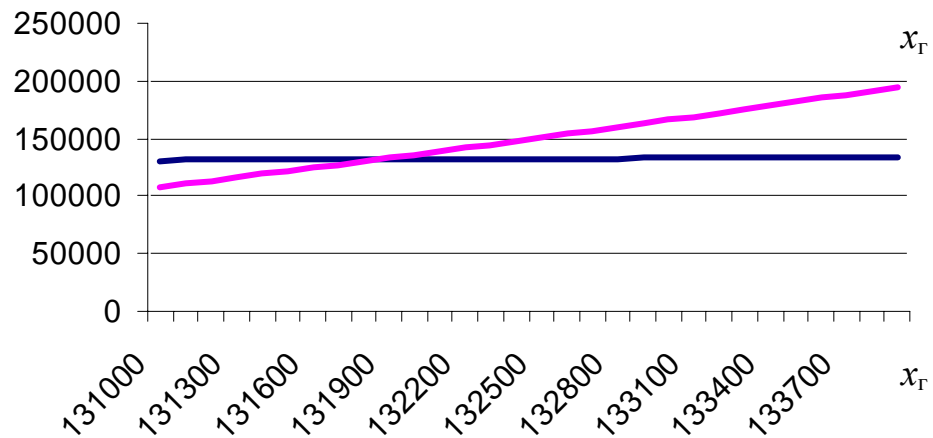


Рис. 1. Поведение левой и правой частей уравнения (12).

Максимум прибыли получается из уравнения

$$(\pi_A(x, y))'_y = [(p_0 - c(x, y))y]'_y = 0. \quad (14)$$

С учетом (5) уравнение (14) примет вид

$$[(p_0 - \varphi(x)y)^\beta - \frac{P}{y}]'_y = p_0 - (\beta + 1)\varphi(x)y^\beta = 0.$$

$$\text{Откуда } y = \left[ \frac{p_0}{(1 + \beta)\varphi(x)} \right]^{\frac{1}{\beta}}.$$

Используя данные примера, получаем, что максимальная прибыль  $\pi_A(x_T, y_{opt}) = 7852557$  д.ед. для  $y_{opt} = 3786$  ед.

Завершая описание производственной деятельности производителей А, необходимо отметить, что основным источником увеличения доходов производителей А является снижение затрат на производимую продукцию. На обеспечение снижения затрат требуются инвестиции, которые производители А могут получать в виде банковского кредита  $K(t)$  под банковскую процентную ставку  $\tau(t)$  или используя собственные средства  $S(t)$  (например, в виде отчислений от прибыли). Кроме того считаем, что рыночная стоимость производителей А в момент времени  $t$  равна  $Q_A(t)$ , а банк Б имеет в своем портфеле некоторую долю собственности предприятий-производителей А, которую обозначим как  $\alpha_A$ . Отсюда стоимость этой доли в момент времени  $t$  равна  $\alpha_A Q_A(t)$ .

Перейдем к математическому описанию взаимодействия предприятий кластера с кадровой составляющей инфраструктуры кластера. Представляется разумным описывать взаимодействие вузов, техникумов и профессионально-технических училищ с предприятиями кластера в логистических терминах запасов и потоков. Примем, что в текущий момент времени  $t$  кадровая составляющая предприятий кластера представлена набором  $\{N_i(t), i = 1, \dots, I\}$  (запасы), где  $N_i(t)$  – количество работников  $i$ -й профессии в момент времени  $t$  ( $I$  – число профессий). Объемы запасов могут меняться непрерывно. Однако в нашем случае резонно считать, что наибольшее число изменений происходит в период окончания обучения в соответствующем учебном заведении. Тогда удобно измерять величину  $t$  в академических годах.

Изменение объемов запасов происходит в силу действия внешних и внутренних факторов. Считая совокупность предприятий кластера системой, можно выделить два противоположных потока: поток увольняющихся (покидающих систему) и поток прибывающих (найм работников извне системы). Кроме того, возможны перемещения внутри системы (смена профессии, перемещение по карьерной лестнице и т.п.). Тогда объем запаса работников  $i$ -й профессии к моменту времени  $t+1$  определяем как объем запаса  $i$ -й профессии к моменту времени  $t$  плюс вновь прибывшие (их количество обозначаем как  $N_{0i}(t)$ ) плюс сменившие профессию  $j$  на профессию  $i$  (обозначаем как  $\sum N_{ij}(t)$  по всем  $j \neq i$  индекс суммирования опускаем) минус покидающие (обозначаем как  $\sum N_{i,I+1}(t)$ ). Имеем, таким образом, балансовое соотношение:

$$N_i(t+1) = N_i(t) + N_{0i}(t) + \Sigma N_{i,j}(t) - \Sigma N_{i,I+1}(t). \quad (14)$$

Три последних слагаемых в правой части соотношения (14) называем *потоками*. Потоки вызывают изменения в запасах, поэтому необходимо ввести допущения относительно механизмов перемещений.

В условиях рыночной экономики предприятия кластера формируют спрос на рабочую силу (обозначаем как  $C_i(t)$ ), образовательная инфраструктура – предложение (обозначаем как  $\Pi_i(t)$ ). Таким образом, объем запасов на момент времени  $t+1$  зависит от значений спроса и предложения в текущий момент времени  $t$ :

$$N_i(t+1) = G(N_i(t), N_{0i}(t), \Sigma N_{i,j}(t), \Sigma N_{i,I+1}(t), C_i(t), \Pi_i(t)). \quad (15)$$

В нашей ситуации спрос и предложение могут выступать управляющими воздействиями, которые (например, через центры занятости) и определяют механизм взаимодействия предприятий кластера с образовательной инфраструктурой.

**Результатами** проведенного исследования являются:

1. Построение экономико-математической модели поставщиков экономического кластера;
2. Исследование ее характерных особенностей;
3. Формирование механизма взаимодействия предприятий кластера с образовательной инфраструктурой.

**Перспективными** для дальнейших исследований считаем исследование конкретных механизмов взаимодействия предприятий кластера с образовательной инфраструктурой применительно к проекту Полтавского нефтегазового кластера.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Портер М. Конкуренция.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005. – 608 с.
2. Артемов В.И. Перспективы кластерных производственно-экономических комплексов топливно-энергетического профиля // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. – 2004. – № 634. – С. 63-67.
3. Соколенко С.И. Производственные системы глобализации: Сети. Альянсы. Партнерства. Кластеры: Укр. Контекст. – К.: Логос, 2002. – 645 с.
4. Косачев Ю.В. Экономико-математические модели эффективности финансово-промышленных структур. – М.: Логос, 2004. – 248 с.
5. Чухланцев Д.О. Моделирование организации расчетов между предприятиями в условиях кризиса платежей // Финансовая математика. – М.: ТЕИС, 2001. – С. 333-337.



6. Новоселов М.В., Попов Е.В. Моделирование инновационной деятельности корпоративной структуры. Препринт. Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН, 2003. – 42 с.
7. Чухланцев Д.О. Моделирование финансовых потоков в вертикально интегрированной компании и рационализация ее взаиморасчетов с контрагентами. – М.: Диссертация, 2002. – 182 с.
8. Плещинский А.С. Эффективные схемы межфирменных взаимодействий: механизм равновесных трансфертных цен. / Препринт # WP / 2000 / 099. – М.: ЦЭМИ РАН, 2000. – 90 с.
9. Артемов В.И., Галуза С.Г., Торопов В.Д., Чернобровка И.В. Территориальная производственно-финансовая интеграция. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2000. – 134 с.
10. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 194 с.
11. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 264 с.
12. Кучин Б.Л., Якушева Е.В. Управление развитием экономических систем: технический прогресс, устойчивость. – М.: Экономика, 1990. – 157 с.
13. Дементьев В.Е. Интеграция предприятий и экономическое развитие (препринт). – М.: ЦЭМИ РАН, 1998 – 80 с.
14. Мезоэкономика переходного периода: рынки, отрасли, предприятия. – М.: Наука, 2001. – 570 с.
15. Цихан Т.В. Кластерная теория экономического развития // «Теория и практика управления», №5, 2003 г.

**Математическая модель на базе МДО многоэлементной  
полосковой антенны  
на экранированной диэлектрической подложке**

**А. В. Антонец**

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

In this paper, we present new method for the modeling of printed strip gratings. Our general approach for finite perfectly electric conducting (PEC) strip gratings printed on a dielectric substrate with a PEC ground plane is based on the parametric representations of the integral and pseudo-differential operators and Method of Discrete Singularities (MDS). Diffraction problem is first reduced to hypersingular integral equation. Then this equation is solved using the MDS. Finite-order Cantorian set strip grating is investigated numerically. Some of obtained results are presented.

**1. Введение**

Задаче дифракции электромагнитных волн (ЭМВ) на бесконечно тонких ленточных решетках посвящено большое количество работ, в частности монографии [1,2], где имеется подробная библиография. В данной статье используется метод дискретных особенностей (МДО), приложение которого для задач дифракции электромагнитных волн на плоских решетках, а также замкнутых или открытых цилиндрических поверхностях тщательно проработано и обосновано [3-5]. Основные идеи МДО подробно изложены в [6]. Этот метод состоит в сведении краевой задачи к системе сингулярных или гиперсингулярных интегральных уравнений и последующему численному решению ее с помощью квадратурных формул интерполяционного типа. Таким образом, метод позволяет получать результаты с высокой точностью при относительно небольших затратах на вычисления. В данной работе МДО используется наряду с техникой параметрического представления псевдодифференциальных и интегральных операторов [7,8] для решения задачи дифракции ЭМВ на идеально проводящей предфрактальной многоэлементной решетке, нанесенной на диэлектрическую подложку с идеально проводящим экраном. Следует также отметить, что данная работа является первым шагом в применении МДО для анализа плоских ленточных решеток в слоистых средах. Математическая модель на базе МДО в задаче дифракции плоской монохроматической волны на предканторовой решетке изложена в работе [9], а на предканторовой решетке, расположенной перед идеально проводящим экраном (без диэлектрической подложки), проводился автором и был изложен в [10].

## 2. Постановка задачи

Рассматривается задача дифракции плоской монохроматической Н-поляризованной волны на конечной решетке, состоящей из бесконечно тонких идеально проводящих лент, расположенных на диэлектрической подложке с идеально проводящим экраном. Зависимость величин от времени задается множителем  $e^{-i\omega t}$ . На рис. 1 приведено сечение рассматриваемой структуры плоскостью, перпендикулярной направляющим решеткой. Сечение решетки образует предканторово множество конечного порядка на отрезке  $[-l, l]$ . Дальнейшее изложение проводится для произвольного набора лент  $L = \bigcup_{q=1}^m (a_q, b_q)$ ,  $-\infty < a_1 < b_1 < \dots < a_m < b_m < +\infty$ .

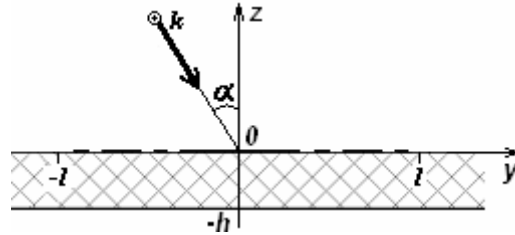


Рис. 1. Геометрия задачи

Подложка имеет толщину  $h$  и относительную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon^-$ . Относительную диэлектрическую проницаемость свободного пространства обозначим  $\varepsilon^+$  ( $\varepsilon^+ = 1$ ), а волновое число  $k = \omega(\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ .

Введем обозначения для областей подложки и свободного пространства:  $\Omega^- = \{y \in \mathbf{R}, -h < z < 0\}$  и  $\Omega^+ = \{y \in \mathbf{R}, z > 0\}$  соответственно. В рассматриваемом случае электрический и магнитный векторы представимы в виде

$$E = (0, E_y, E_z); \quad H = (H_x, 0, 0)$$

Единственную отличную от нуля компоненту вектора  $H$  обозначим  $u(y, z)$ , тогда

$$E_y = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0\varepsilon^\pm} \frac{\partial u}{\partial z}; \quad E_z = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0\varepsilon^\pm} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (y, z) \in \Omega^\pm.$$

Функция  $u(y, z)$  должна удовлетворять уравнениям Гельмгольца в соответствующих подобластях:

$$\Delta u + \varepsilon^\pm k^2 u = 0, \quad (y, z) \in \Omega^\pm; \quad (1)$$

условиям сопряжения на границе свободное пространство/диэлектрик, которые мы получаем из условий непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей:

$$u(y, z)|_{z \downarrow 0} = u(y, z)|_{z \uparrow 0}, \quad y \in \mathbf{R} \setminus L, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^+} \frac{\partial}{\partial z} u(y, z) \Big|_{z \downarrow 0} = \frac{1}{\varepsilon^-} \frac{\partial}{\partial z} u(y, z) \Big|_{z \uparrow 0}, \quad y \in \mathbf{R} \setminus L; \quad (3)$$

граничным условиям на идеально проводящих поверхностях (лентах и экране):

$$\frac{1}{\varepsilon^+} \frac{\partial}{\partial z} u(y, z) \Big|_{z \downarrow 0} = \frac{1}{\varepsilon^-} \frac{\partial}{\partial z} u(y, z) \Big|_{z \uparrow 0} = 0, \quad y \in L, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u = 0, \quad z = -h, \quad y \in \mathbf{R}; \quad (5)$$

условию Майкснера конечности энергии в окрестности ребер решеток и условию излучения Зоммерфельда на бесконечности.

### 3. Вывод гиперсингулярного интегрального уравнения

Будем искать функцию  $u$  в виде

$$u(y, z) = \begin{cases} u_0(y, z) + u^+(y, z), & z > 0, \\ u_0(y, z) + u^-(y, z), & -h < z < 0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $u_0(y, z)$  – решение задачи дифракции плоской электромагнитной Н-поляризованной волны на экранированной подложке без решетки. Это решение легко найти аналитически.

Функции  $u^+$  и  $u^-$  будем искать в виде Фурье подобных представлений:

$$u^+(y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} C^+(\lambda) e^{i\lambda y - \gamma^+(\lambda)z} d\lambda, \quad (7)$$

$$u^-(y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} C^-(\lambda) e^{i\lambda y} \frac{\operatorname{ch}[\gamma^-(\lambda)(z+h)]}{\operatorname{ch}[\gamma^-(\lambda)h]} d\lambda, \quad (8)$$

где  $\gamma^\pm(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - \varepsilon^\pm k^2}$ , а ветвь радикала выбирается таким образом, что  $\operatorname{Re} \gamma^\pm \geq 0, \operatorname{Im} \gamma^\pm \leq 0$ .

Таким выбором вида решения мы удовлетворили уравнению Гельмгольца (1), граничному условию (5), а также условию излучения Зоммерфельда. Оставшиеся условия (2)-(4) приводят к системе парных интегральных уравнений

$$\frac{1}{\varepsilon^+} \int_{-\infty}^{+\infty} (-\gamma^+(\lambda)) C^+(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda = \frac{1}{\varepsilon^-} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^-(\lambda) C^-(\lambda) \operatorname{th}[\gamma^-(\lambda)h] e^{i\lambda y} d\lambda = f(y), \quad (9)$$

$$y \in L,$$

$$\frac{1}{\varepsilon^+} \int_{-\infty}^{+\infty} (-\gamma^+(\lambda)) C^+(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda = \frac{1}{\varepsilon^-} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^-(\lambda) C^-(\lambda) \operatorname{th}[\gamma^-(\lambda)h] e^{i\lambda y} d\lambda, \quad (10)$$

$$y \in \mathbf{R} \setminus L,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C^+(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} C^-(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda, \quad y \in \mathbf{R} \setminus L. \quad (11)$$

где  $f(y) = -\frac{1}{\varepsilon^+} \frac{\partial}{\partial z} u_0(y, z) \Big|_{z \downarrow 0}$  – известная функция.

Введем в рассмотрение новую неизвестную функцию

$$F(y) := \int_{-\infty}^{+\infty} (C^+(\lambda) - C^-(\lambda)) e^{i\lambda y} d\lambda, \quad y \in \mathbf{R}. \quad (12)$$

Из условия (11) получаем:  $F(y) \equiv 0, y \in \mathbf{R} \setminus L$ .

Из условий (9) и (10) вытекает, что

$$\frac{1}{\varepsilon^+} (-\gamma^+(\lambda)) C^+(\lambda) = \frac{1}{\varepsilon^-} \gamma^-(\lambda) C^-(\lambda) \operatorname{th}[\gamma^-(\lambda)h],$$

и, следовательно,

$$C^-(\lambda) = -\frac{\varepsilon^- \gamma^+(\lambda)}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda)} C^+(\lambda) \operatorname{cth}[\gamma^-(\lambda)h].$$

Тогда,

$$F(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) + \varepsilon^- \gamma^+(\lambda) \operatorname{cth}[\gamma^-(\lambda)h]}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda)} C^+(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda, \quad (13)$$

Обозначим  $\tilde{F}(\lambda)$  – преобразование Фурье функции  $F(y)$ :

$$\tilde{F}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(y) e^{-i\lambda y} d\lambda. \quad (14)$$

Из равенства (13) получаем, что

$$C^+(\lambda) = \frac{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h]}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h] + \varepsilon^- \gamma^+(\lambda) \operatorname{ch}[\gamma^-(\lambda)h]} \tilde{F}(\lambda). \quad (15)$$

Следовательно, уравнение (9) можно переписать в виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-\gamma^+(\lambda) \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h]}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h] + \varepsilon^- \gamma^+(\lambda) \operatorname{ch}[\gamma^-(\lambda)h]} \tilde{F}(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda = f(y), \quad y \in L. \quad (16)$$

Преобразуем выражение:

$$D(\lambda) := \frac{-\gamma^+(\lambda) \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h]}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) \operatorname{sh}[\gamma^-(\lambda)h] + \varepsilon^- \gamma^+(\lambda) \operatorname{ch}[\gamma^-(\lambda)h]},$$

выделив главные члены асимптотики при  $|\lambda| \rightarrow \infty$ . Получим:

$$D(\lambda) = -\frac{1}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} |\lambda| + \frac{k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \left( \frac{(\varepsilon^+)^2}{\gamma^+(\lambda)} + \frac{(\varepsilon^-)^2}{\gamma^-(\lambda)} \right) + Q(\lambda), \quad (17)$$

где  $Q(\lambda) = O(|\lambda|^{-3})$  при  $\lambda \rightarrow \infty$  (для функции  $Q(\lambda)$  имеется явное аналитическое выражение).

Воспользуемся параметрическими представлениями для интегральных операторов с символами  $-|\lambda|$  и  $(\gamma^\pm(\lambda))^{-1}$  соответственно:

$$F(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(\lambda) e^{i\lambda\xi} d\lambda,$$

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{F(\xi)}{(\xi - y)^2} d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (-|\lambda|) \tilde{F}(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda, \quad (18)$$

где интеграл в левой части понимается в смысле конечной части по Адамару, и

$$\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(\sqrt{\varepsilon^\pm} k |\xi - y|) F(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^\pm(\lambda))^{-1} \tilde{F}(\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda. \quad (19)$$

Таким образом, первый член разложения (17) – гиперсингулярный интеграл, второй – интеграл с логарифмической особенностью в ядре, а третий – интеграл с гладким ядром

$$K_1(|\xi - y|) = \int_0^{+\infty} Q(\lambda) \cos(\lambda |\xi - y|) d\lambda.$$

Следовательно, уравнение (16) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} \frac{1}{\pi} \int_L \frac{F(\xi)}{(\xi - y)^2} d\xi - \frac{\left( (\varepsilon^+)^2 + (\varepsilon^-)^2 \right) k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \frac{1}{\pi} \int_L F(\xi) \ln(|\xi - y|) d\xi +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_L K(|\xi - y|) F(\xi) d\xi = f(y), \quad y \in L, \quad (20)$$

где для гладкого ядра  $K(\zeta)$  имеем выражение

$$K(\zeta) = \frac{(\varepsilon^+)^2 k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}(\sqrt{\varepsilon^+} k \zeta) + \frac{(\varepsilon^-)^2 k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}(\sqrt{\varepsilon^-} k \zeta) +$$

$$+ \frac{\left( (\varepsilon^+)^2 + (\varepsilon^-)^2 \right) k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \ln \zeta + K_1(\zeta). \quad (21)$$

Решение гиперсингулярного уравнения (20) будем искать в классе функций  $F(\xi)$ ,  $\xi \in L$ , сужение которых на отрезки  $(a_q, b_q)$  имеет вид

$$F(\xi)|_{\xi \in (a_q, b_q)} = V_q(\xi) \sqrt{(\xi - a_q)(b_q - \xi)}, \quad q = 1 \dots m, \quad (22)$$

где  $V_q(\xi)$ ,  $\xi \in [a_q, b_q]$  – непрерывная по Гельдеру функция. При этом выполняются условия Майкснера на ребре. Таким образом, гиперсингулярное уравнение (20) на системе отрезков сводится к системе гиперсингулярных уравнений

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} \frac{1}{\pi} \int_{a_q}^{b_q} \frac{V_q(\xi)}{(\xi - y)} \sqrt{(\xi - a_q)(b_q - \xi)} d\xi + \\
& + \frac{\left( (\varepsilon^+)^2 + (\varepsilon^-)^2 \right) k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \frac{1}{\pi} \int_{a_q}^{b_q} V_q(\xi) \ln(|\xi - y|) \sqrt{(\xi - a_q)(b_q - \xi)} d\xi + \\
& + \sum_{p=1}^m \frac{1}{\pi} \int_{a_p}^{b_p} K_{p,q}(\xi, y) V_q(\xi) \sqrt{(\xi - a_q)(b_q - \xi)} d\xi = f_q(y), \quad y \in (a_q, b_q), \quad q = \overline{1, m},
\end{aligned} \tag{23}$$

где  $f_q(y) = f(y)|_{y \in (a_q, b_q)}$ , а ядра  $K_{q,p}(\xi, y)$  являются гладкими функциями на отрезках  $(a_q, b_q)$  и имеют вид:

$$K_{q,p}(\xi, y) = \begin{cases} K(|\xi - y|), & p = q, \\ \frac{1}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} \frac{1}{(\xi - y)^2} + \frac{\left( (\varepsilon^+)^2 + (\varepsilon^-)^2 \right) k^2}{2(\varepsilon^+ + \varepsilon^-)^2} \ln(|\xi - y|) + K(|\xi - y|), & p \neq q. \end{cases}$$

#### 4. Дискретная математическая модель

Дискретная математическая модель задачи получим из системы уравнений (23) с помощью квадратурных формул интерполяционного типа. Для этого на отрезках  $(a_q, b_q)$  вводятся узловые точки

$$\theta_{jq}^{n_q} = g_q(t_j^{n_q}), \quad t_j^{n_q} = \cos \frac{j}{n_q} \pi; \quad j = 1, \dots, n_q - 1, \quad q = 1, \dots, m;$$

где

$$g_s : (-1, 1) \mapsto (a_s, b_s) : t \mapsto g_s(t) = \frac{b_s - a_s}{2} t + \frac{b_s + a_s}{2}.$$

Будем искать функции  $V_q(\xi)$  в виде полиномов Чебышева второго рода по узлам  $\theta_{jq}^{n_q}, j = 1, \dots, n_q - 1$ . Гладкое ядро  $K_{q,p}(\xi, y)$  также заменим его интерполяционным полиномом Чебышева второго рода по той же системе узлов. Тогда, применив к интегралам квадратурные формулы интерполяционного типа [4], мы сведем систему гиперсингулярных интегральных уравнений (23) к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений функций  $V_q(\xi)$  в узлах интерполяции. Решая данную СЛАУ, мы получим приближенные значения искомой функции в узлах интерполяции. Используя затем построенные по этим значениям интерполяционные полиномы, можно получить приближенные значения физических характеристик антенны.

### 5. Результаты численного эксперимента

При проведении численного эксперимента строились диаграммы направленности рассматриваемой полосковой антенны. Используя метод стационарной фазы, из выражений (7) и (13) получаем следующее выражение для диаграммы направленности поля в дальней зоне:

$$\Phi(\varphi) = \frac{\sqrt{\varepsilon^+} k}{\sqrt{2\pi}} W\left(\sqrt{\varepsilon^+} k \sin \varphi\right) \cos \varphi \int_L F(\xi) e^{-i\sqrt{\varepsilon^+} k \sin \varphi \xi} d\xi, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad (24)$$

$$\text{где } W(\lambda) = \frac{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda)}{\varepsilon^+ \gamma^-(\lambda) + \varepsilon^- \gamma^+(\lambda) \operatorname{cth}[\gamma^-(\lambda)h]}.$$

Заменяя в (24) функцию  $F(\xi)$  интерполяционным полиномом, построенным по значениям, полученным при решении СЛАУ, мы получаем приближенные значения для диаграммы направленности.

На рис.2-7 изображены диаграммы направленности для решетки, в сечении представляющей собой предканторово множество 4го порядка. Для всех случаев базовый размер для множества равен 10 мм, толщина диэлектрической подложки – 5 мм, а ее относительная диэлектрическая проницаемость – 2.1 единицы. Частота и угол падения волны указаны для каждой диаграммы.

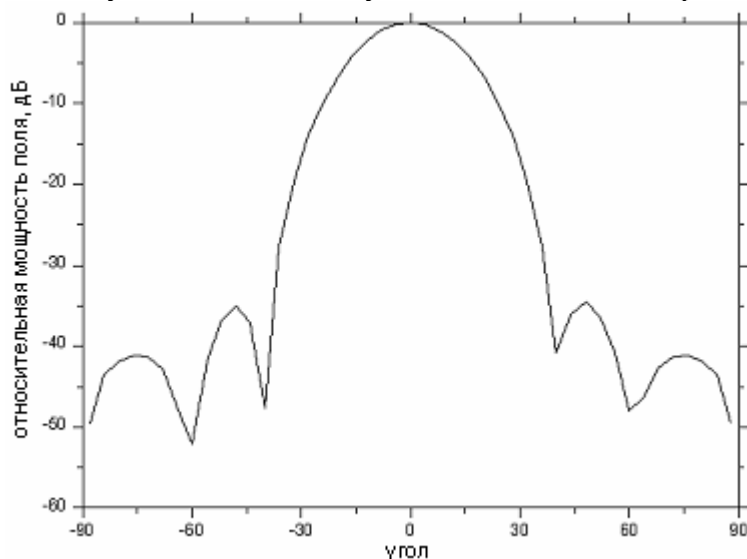


Рис.2. Частота 30 ГГц, угол падения 0°.



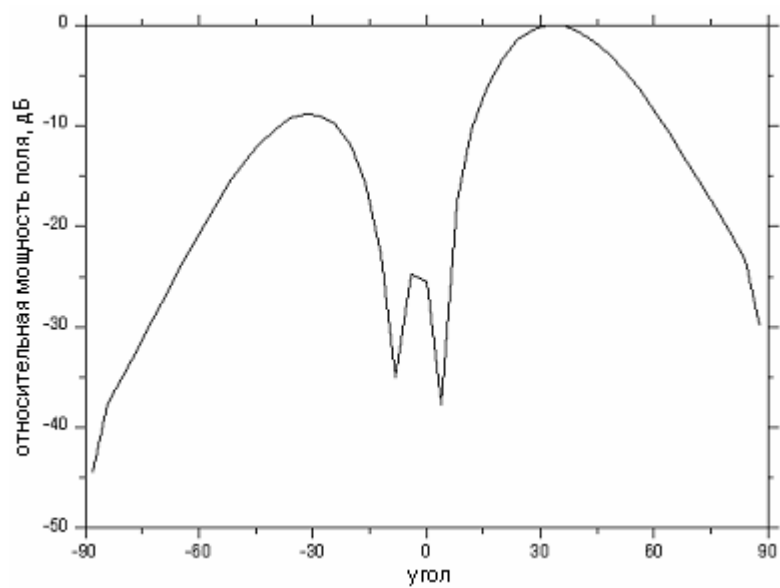


Рис.3. Частота 30 ГГц, угол падения  $45^\circ$ .

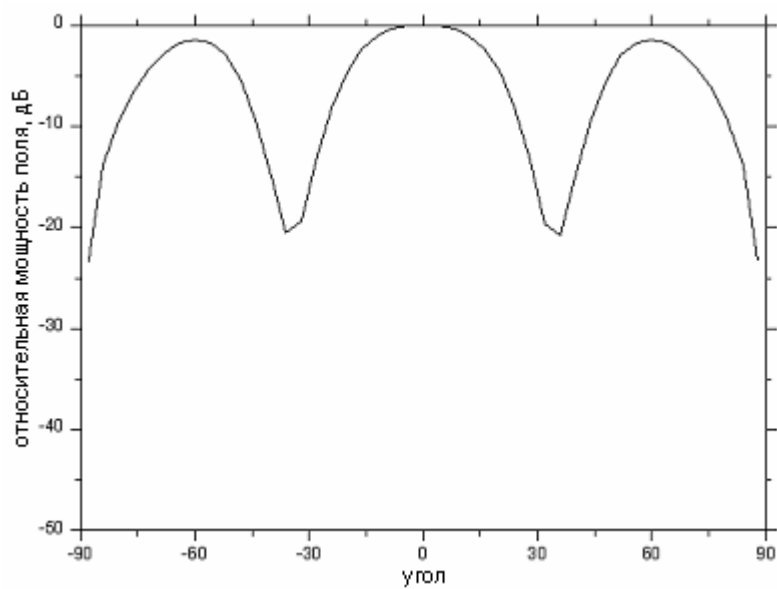


Рис.4. Частота 40 ГГц, угол падения  $0^\circ$ .

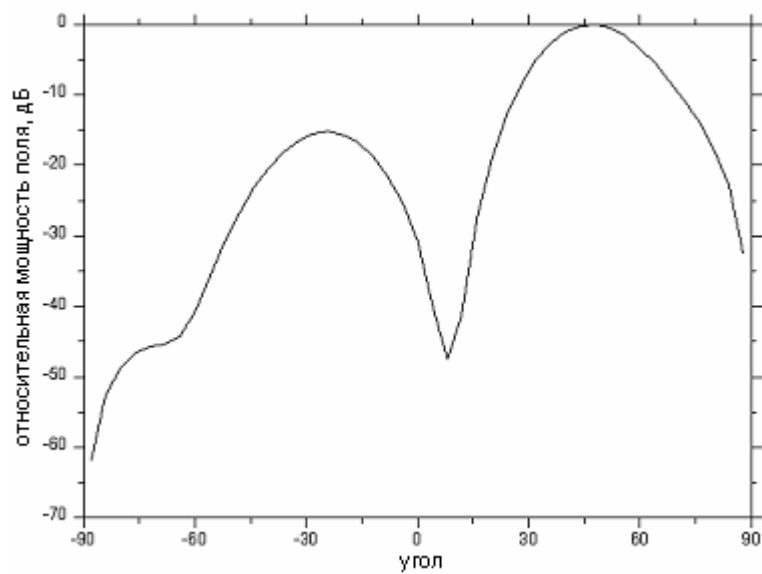


Рис.5. Частота 40 ГГц, угол падения  $45^\circ$ .

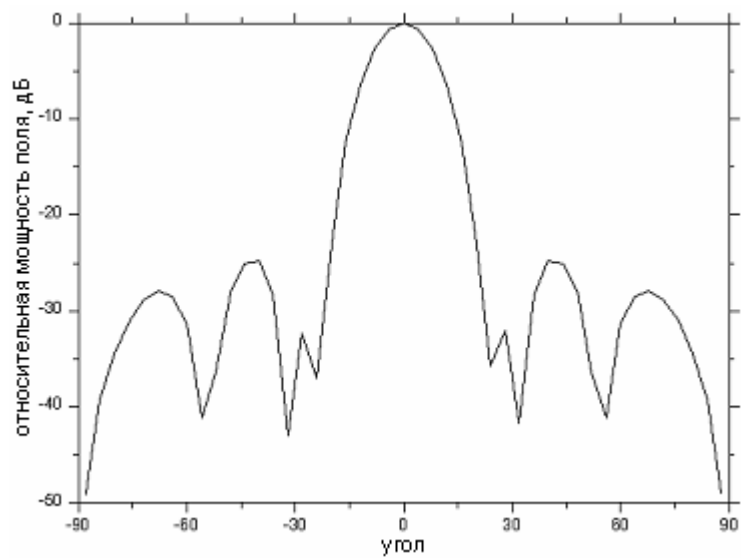


Рис.6. Частота 50 ГГц, угол падения  $0^\circ$ .

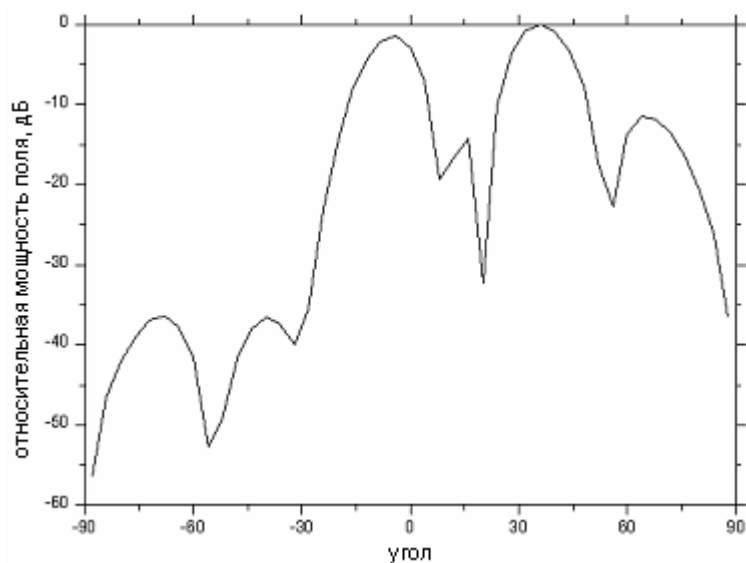


Рис.7. Частота 50 ГГц, угол падения  $45^\circ$ .

На рис.8 изображено поведение диаграммы направленности вблизи направления вдоль подложки при значениях относительной диэлектрической отрицательности близких к 1. Как видно из рисунка, при мало отличающихся от единицы значениях  $\varepsilon^-$  поле стремится к нулю при угле, стремящемся к  $90^\circ$  значительно медленнее, чем при  $\varepsilon^- = 1$  (фактическое отсутствие диэлектрической подложки). Это иллюстрирует наличие поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы вакуум/диэлектрик при наличии подложки.

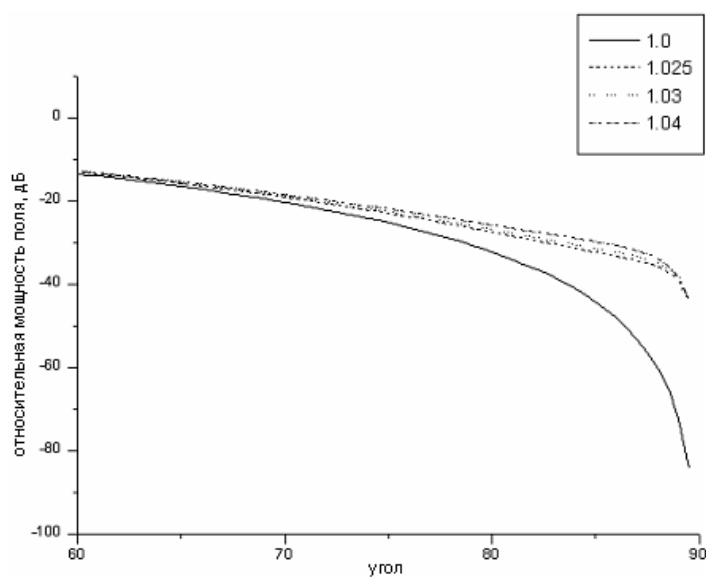


Рис.8. Поведение диаграммы направленности вблизи горизонтального направления при  $\varepsilon^+$ , близких к 1.

## 6. Выводы и дальнейшее развитие метода

В данной работе метод дискретных особенностей был применен для построения математической модели задачи дифракции плоских монохроматических волн на идеально проводящей предканторовой полосковой антенне, нанесенной на экранированную диэлектрическую подложку. Показано, что метод эффективен для подобного рода задач и позволяет получать результаты с достаточно точностью при использовании небольшого числа уравнений и времени вычислений. В ближайшем будущем планируется развить изложенный подход для моделирования многослойных решеточных структур в слоистой среде, а также для моделирования дифракции на неидеально проводящих решетках из резистивных диэлектрических и импедансных лент.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. – Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1973. – 287 с.
2. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. – Киев: Наукова думка, 1984. – 240 с.
3. Гандель Ю.В. Метод дискретных особенностей в задачах электродинамики // Вопросы кибернетики. – М.: Изд-во АН СССР. – 1981. – № 124. – С. 166-183.
4. Гандель Ю.В. Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках. // Электромагнитные явления. – 1998. – т. 1, № 2. – С. 220-232.
5. Гандель Ю.В., Полянская Т.С. Обоснование численного метода решения систем сингулярных интегральных уравнений задач дифракции на решетках // Дифференциальные уравнения. – 2003. – т.39, № 9 – С.1229-1239.
6. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. – М. ТОО "Янус", 1995. – 520 с.
7. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. Харьков: Изд-во ХНУ, 2001. – 92 с.
8. Gandel Yu.V. Parametric representations of integral and pseudo-differential operators in diffraction problems // Proc. Int. Conf. Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (ММЕТ\*04), Dnipropetrovsk, 2004, pp. 57-62.
9. Варшавская Н.А., Гандель Ю.В. Дифракция плоской монохроматической волны на предканторовых решетках. // Электромагнитные явления. – 1998. – т. 1, № 4. – С. 455-464.
10. Антонець А.В. Метод дискретних вихорів у задачі дифракції електромагнітних хвиль на передфрактальних структурах // Десята Міжнародна конференція ім. Академіка М. Кравчука, 13-15 трав. 2004 р., Київ: Матеріали конф. – К.: Задруга, 2004. – С. 20.

## On representation of a probabilistic finite-state automaton as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton

S. M. Bogomolov, G. M. Zholtkevych  
*V. N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine*

Probabilistic finite-state machines such as probabilistic finite-state automata, Markov chains and probabilistic suffix trees are used today in a wide amount of fields in pattern recognition, or in fields to which pattern recognition is linked: computational linguistics, bioinformatics and machine translation. In the present paper we formulate a criterion for determining when a probabilistic finite-state automaton can be represented as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton.

### Introduction

Probabilistic finite-state machines such as probabilistic finite-state machines such as probabilistic finite-state automata, hidden Markov models, Markov chains, probabilistic suffix trees are used today in a wide amount of fields in pattern recognition, or in fields to which pattern recognition is linked: computational linguistics, bioinformatics and machine translation [1-4].

One of the most interesting and perspective research objects is a probabilistic finite-state automaton (PFA). The characteristics of a finite-state deterministic automaton (DFA) and a Markov chain (MC) are quite well studied. That's why it makes sense to try to reduce the investigation of a PFA to the investigation of the behavior of these machines.

In the present paper we formulate a criterion for determining when a PFA can be represented as a composition of a MC and a DFA.

### Initial concepts

Let's introduce a few definitions.

#### Definition 1

Probabilistic finite-state automaton (PFA) is a 5-tuple

$$M = (Q_M, \Sigma_M, P, q_{0M}, F_M) \quad (1)$$

$Q_M$  – a finite set of states;

$\Sigma_M$  – a finite alphabet;

$P$  – a mapping defining the transition probability function

$$P: Q_M \times \Sigma_M \times Q_M \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

$$\left( \forall (q', a) \in Q \times \Sigma \right) \left( \sum_{q'' \in Q} P(q', a, q'') = 1 \right)$$

$q_{0M}$  – an initial state;

$F_M$  – a set of admissive states.

### Definition 2

Deterministic finite-state automaton (DFA) is a 5-tuple

$$D = (Q_D, \Sigma_D, T, q_{0D}, F_D) \quad (2)$$

$Q_D$  – a finite set of states;

$\Sigma_D$  – a finite alphabet;

$T$  – a mapping defining the transition function. For convenience we may consider that  $T$  represents a transition graph between states.

$$T: Q_D \times \Sigma_D \rightarrow Q_D$$

$q_{0D}$  – an initial state,

$F_D$  – a set of admissive states.

So the main difference between a DFA and a PFA is their transition function.

### Definition 3

Markov chain (MC)  $p$  is defined by a transition matrix:

$$p = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{pmatrix} \quad (3)$$

where  $p_{ij}$  is a probability of a transition from state  $q_i$  to state  $q_j$

We may notice that defining matrix  $p$  means defining a function

$$p: Q_p \times Q_p \rightarrow \mathbb{R}^+, p(q_i, q_j) = p_{ij}$$

$Q_p$  – a finite set of states.

$$\left( \forall q' \in Q_\pi \right) \left( \sum_{q'' \in Q_\pi} \pi(q', q'') = 1 \right)$$

### Definition 4

Let

$$(q_1, a_1) \approx (q_2, a_2), \text{ when } (\forall q \in Q) (P(q_1, a_1, q) = P(q_2, a_2, q)).$$

This relation is an equivalence relation. Hence, it breaks set  $U = \{(q, a) \in Q \times \Sigma\}$  into equivalence classes  $U = \bigcup_{i=1}^{i=k} U_i$  where

$$U_i = \{(q_i, a_i) \in Q \times \Sigma \mid (\forall \{(q', a'), (q'', a'')\} \subset U_i) ((q', a') \approx (q'', a''))\}$$

### Definition 5

In order to consider a composition of automata we need that  $(\Sigma_M = \Sigma_D = \Sigma) \wedge (Q_M = Q_D = Q_\pi = Q) \wedge (F_M = F_D = F)$ .

PFA (1) can be represented as a composition of DFA (2) and a MC (3) if such functions  $T$  and  $\pi$  exist that  $(\forall (q', a, q'') \in Q \times \Sigma \times Q) (P(q', a, q'') = \pi(T(q', a), q''))$ .

### Main part

#### Lemma

If PFA  $M$  is a composition of MC  $\pi$  and DFA  $D$ , then for  $T$  the following relationship holds true:

$$\begin{aligned} & (\forall \{(q_1, a_1), (q_2, a_2) \in Q \times \Sigma, (q_1, a_1) \neq (q_2, a_2)\}) \\ & (T(q_1, a_1) = T(q_2, a_2) \Rightarrow (q_1, a_1) \approx (q_2, a_2)) \end{aligned}$$

□

Assume the contrary:

$$\begin{aligned} & (\exists \{(q_1, a_1), (q_2, a_2) \in Q \times \Sigma, (q_1, a_1) \neq (q_2, a_2)\}) \\ & (T(q_1, a_1) = T(q_2, a_2) \wedge \overline{(q_1, a_1) \approx (q_2, a_2)}) \end{aligned}$$

$$\text{Let } T(q_1, a_1) = T(q_2, a_2) = q'.$$

$$\overline{(q_1, a_1) \approx (q_2, a_2)} \Leftrightarrow (\exists q'' \in Q) (P(q_1, a_1, q'') \neq P(q_2, a_2, q'')) \quad (*)$$

$$P' = P(q_1, a_1, q'') = \pi(T(q_1, a_1), q'') = \pi(q', q'')$$

$$P'' = P(q_2, a_2, q'') = \pi(T(q_2, a_2), q'') = \pi(q', q'')$$

We obtain that  $P' = P''$ . However, according to (\*)  $P' \neq P''$ .

We have a contradiction.

■

Let's consider the following bipartite graph  $G = \langle V, E \rangle$ :

(4)

$$\begin{aligned}
X &= U \\
Y &= Q \\
V &= X \cup Y \\
E &= \{(x, y) \in X \times Y\}
\end{aligned}$$

**Theorem** (criterion for determining when a PFA can be represented as a composition of a MC and a DFA)

A PFA (1) may be represented as a composition of a DFA (2) and a MC (3) if and only if a matching of the graph (4) exists which contains  $|X|$  edges.

□

1. (Necessity)

By hypothesis PFA M is represented as a composition of DFA D and MC  $\pi$ .

$$\text{Let } W = \{(U_i, T(q, a)) \mid U_i \in U, (q, a) \in U_i\}.$$

Then  $W$  is a desired matching,  
since

$$1) |W| = |X|;$$

$$2) (\forall q \in Q) ((\exists U_i \in U : (U_i, q) \in W) \Rightarrow (\exists ! U_i \in U \mid (U_i, q) \in W)).$$

Let us assume the contrary.

$$\text{Then } (\exists q \in Q) (\exists U_i \in U \wedge \exists U_j \in U \mid U_i \neq U_j, (U_i, q) \in W, (U_j, q) \in W).$$

From the definition of  $W$  we may conclude that

$$(\exists (q', a') \in U_i, \exists (q'', a'') \in U_j) (T(q', a') = q \wedge T(q'', a'') = q).$$

Using Lemma we obtain that  $(q', a') \approx (q'', a'')$  but  $U_i \neq U_j$ .

We reach a contradiction.

2. (Sufficiency)

Let  $W = \{(U_i, q'_i)\}_{i=1}^{|X|}$  be a matching which consists of  $|X|$  edges.

$$U_i = \{(q_i, a_i) \in Q \times \Sigma \mid (\forall \{(q', a'), (q'', a'')\} \subset U_i) ((q', a') \approx (q'', a''))\}$$

$$\text{Let } (\forall i \in [1, |X|]) (\forall (q, a) \in U_i) (T(q, a) = q'),$$

$$\pi(q', q'') = \begin{cases} \pi(T(q_i, a_i), q'') = P(q_i, a_i, q'') \text{ if } (\exists (U_i, q') \in W, (q_i, a_i) \in U_i) \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

Therefore, from the construction follows  $P(q', a, q'') = \pi(T(q', a), q'')$ .

■



**Corollary**

A PFA (1) may be represented as a composition of a DFA (2) and a MC (3) if and only if  $|U| \leq |Q|$ .

□

It is obvious that the matching of the graph (4) which consists of  $|X|$  edges exists if and only if  $|U| \leq |Q|$ .

■

It is also interesting to consider a question: how many ways are there to represent a PFA as a composition of a DFA and a MC?

**Theorem**

If a PFA (1) may be represented as a composition of a DFA (2) and a MC (3) then there are  $A_{|Q|}^{|U|}$  ways to do this.

□

From the construction of the graph (4) one can easily see that there are  $A_{|Q|}^{|U|}$  matchings.

■

Now examine an example.

Let us consider a PFA shown in Fig. 1. In this case  $|U| = 4$ ,  $|Q| = 5$ . So  $|Q| > |U|$  and we may conclude that this PFA can be represented as a composition of a DFA and a MC.

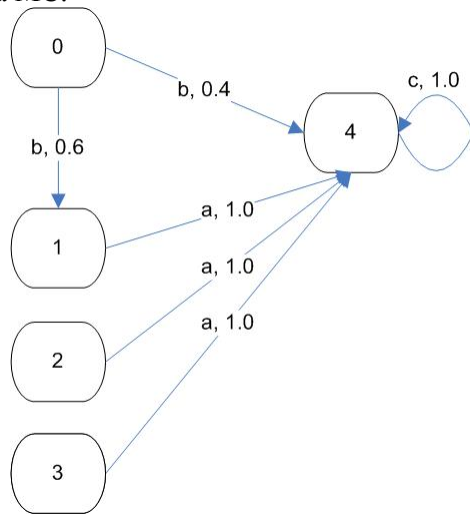


Fig. 1 Example of a PFA

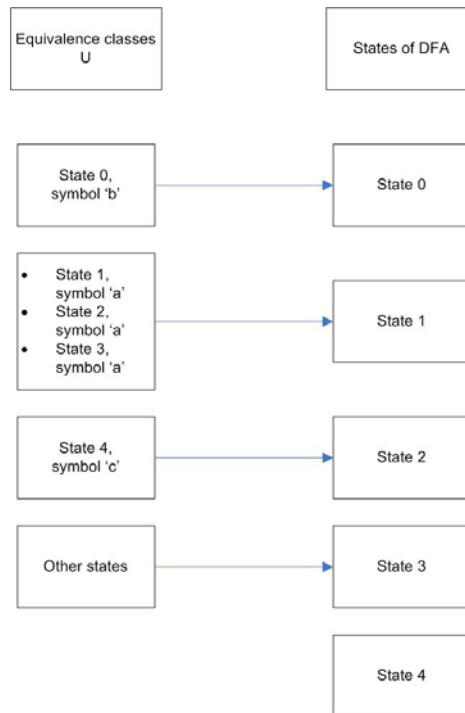


Fig. 2 Correspondence between equivalence classes  $U$  and states of a DFA

Let us find  $T$  and  $\pi$ . In order to do this we need to set up a correspondence between equivalence classes  $U$  and states of a DFA. The example of such a correspondence is shown in Fig. 2.

Table 1. Matrix  $T$ 

State \ Input symbol	a	b	c
0	3	0	3
1	1	3	3
2	1	3	3
3	1	3	3
4	3	3	2

Table 2. Matrix  $\pi$ 

State \ State	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0.4
1	0	0	0	0	1.0
2	0	0	0	0	1.0
3	0	0.6	0	0	0
4	0	0	0	0	0

Using a few examples let us examine if the found values of functions  $T$  and  $\pi$  satisfy definition 5:

$$P(q_0, b, q_4) = P(T(q_0, b), q_4) = P(q_0, q_4) = 0.4$$

$$P(q_0, b, q_1) = P(T(q_0, b), q_1) = P(q_3, q_1) = 0.6$$

$$P(q_1, a, q_4) = P(T(q_1, a), q_4) = P(q_1, q_4) = 1.0$$

### Summary

The theorem proved in this paper gives a desired criterion for determining when a PFA can be represented as a composition of a MC and a DFA

### REFERENCES

1. Хопкрофт Дж. Э., Мотвани Р., Ульман Дж. Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений, 2-е изд.. М.: Вильямс, 2002. – 528 с.
2. Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (поведение и синтез). М.: Наука, 1970. – 400 с.
3. Paz, A. Introduction to Probabilistic Automata, Academic Press Inc., 1971.
4. Rabin, M. O. Probabilistic Automata, Information and Control, vol. 6, no. 3, pp. 230-245, 1963.

## Представление объектов и знаний в информационной среде «Система анализа форм отчетности»

С. Н. Богомолов, Ахмад Ибрахим, П. А. Иващенко  
*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

The algorithm of performance of the arbitrary form of the reporting by the way systems of trees is offered. Is considered frames performance of the making forms of the reporting. The algorithm of creation of the production rules in to the «System of the analysis of the forms of the reporting» is given.

### 1. Введение

Создание и эксплуатация форм отчетности, адекватно и полно отражающих социально-экономическую действительность, – это проблема, которая всегда является актуальной для предприятий, учреждений любой страны. Формы отчетности (ФО) постоянно совершенствуются, приближаясь к международным стандартам [1, 2]. Проблема заключается в обеспечении возможности выявления направлений подобного совершенствования. Одно из направлений ее решения состоит в построении и использовании соответствующего инструментария. По нашему мнению, он должен включать в себя:

аналитическую составляющую, назначение которой – обеспечить анализ адекватности и полноты отражения информации, представленной в ФО;

информационно-математическую составляющую, которая позволяет систему используемых в ФО показателей представить в виде информационных (фреймы) и математических объектов (лес деревьев), хранимых на физическом уровне списком;

графическую составляющую (редактор графов), обеспечивающую визуализацию информационных представлений ФО.

В целом такой инструментарий может характеризоваться как система поддержки принятия решений (СППР), ориентированная на анализ и проектирование форм отчетности. В статье рассматривается подход к алгоритмизации представления ФО в виде списков, а также фреймовый инструментарий, обеспечивающий формирование правил вывода.

### 2. Анализ достижений и публикаций по теме исследования данной проблемы.

ФО содержат социально-экономическую информацию, организованную специальным образом. В них количественно отражена фотография субъекта хозяйственной деятельности за определенный период. От качества и полноты информационного представления зависит правильность восприятия и качество

выводов и принимаемых решений вышестоящими органами управления [1, с.184; 2, с. 27].

Аналитическая составляющая СППР – это наименее формализованный блок, использующий информационные представления из информационно-математического блока. Рассмотрим подробнее существующие подходы к графовым представлениям информации.

Под графовой визуализацией понимают такое представление сложной структуры, которое изображается, например, в виде набора точек (вершин графа) и системы связей между ними (дуг-ориентированных ребер). Автоматизация систем визуализации происходит в двух направлениях [5, с.414]. Первое направление связано со специализацией, ориентированной на графовые модели с определенной семантикой и топологией. Второе представлено универсальными системами обработки графовых моделей. Примерами могут служить программы Graph, VIZ и др.<sup>1</sup>. Для наших целей важным при изображении иерархической графовой модели представляется возможность наглядного представления свойств, которые могут быть связаны с двойственной ролью фрагмента (свойства типа «часть-целое»). Иначе говоря, в одной ситуации фрагмент может быть графом, в другой – вершиной.

Представляется актуальной разработка адекватных методов информационного моделирования предметной области системы анализа форм отчетности с помощью теории фреймов.

Несмотря на наличие большого количества приложений концепции фреймов к решению задач искусственного интеллекта и, в частности, к экспертным системам, формального определения фрейма не существует [6, с. 113]. В основу каждой из систем искусственного интеллекта закладывают собственную информационную структуру для реализации базовых концепций. Она базируется на представлении знаний с помощью фреймовой модели. Однако подходы, сходные с фреймовой моделью, развиваются. Если объединить концепцию фреймов с указанными подходами, то можно разработать законченную теорию построения информационных моделей, соответствующих предметной области системы анализа форм отчетности (САФО).

Трудностью представления знаний и языка фреймов является отсутствие формальной семантики. Это затрудняет сравнение свойств представления знаний различных языков фреймов, а также полное логическое объяснение языка фреймов.

Целью настоящей статьи является исследование возможности представления *любой* формы отчетности (документа) фреймовыми конструкциями для получения информации о качестве, как самой формы отчетности, так и о точности (безошибочности) ее заполнения.

Для модели представления знаний в САФО предлагается использовать продукционно-фреймовый формализм [6, с. 235-269; 7, с. 324-330; 8, с. 68-75]. Выбор и разработка такой гибридной модели представления знаний были осуществлены в результате исследования объекта (формы отчетности), анализа

состава и характера задач оценки эффективности (информативности) форм отчетности (ФО) [3, 4].

### 3. Постановка задачи

Задача состоит, во-первых, в построении алгоритма, реализующего преобразование представления ФО как части электронной таблицы с адресом

<адрес\_начального\_столбца\_адрес\_начальной\_строки :

адрес\_последнего\_столбца\_адрес\_последней\_строки>

в виде набора списков. Каждый элемент списка – это ветвь дерева, ассоциированная с показателем. Показателем в данной ситуации выступает информационная единица, состоящая из набора реквизитов-признаков и одного реквизита-основания. Во-вторых, в разработке фреймовых конструкций ФО, ориентированных на получение информации о качестве как самой ФО, так и о точности (безошибочности) ее заполнения.

### 3. Основной материал

Форма отчетности представляет собой документ, содержащий заголовок, тело (таблицу) ФО и заключительную часть, которая представлена атрибутами руководителя и лица, отвечающего за подготовку ФО (главный бухгалтер, начальник планово-финансового отдела и т.п.). ФО может быть представлена на бумажном носителе и в электронном виде (в электронной таблице).

Как объект электронной таблицы ФО представляет собой совокупность ячеек. Некоторые из них объединены.

Поскольку предполагается анализировать любую ФО (из состава действующих), то считаем, что структура подлежащего (включая число строк) и структура сказуемого (включая число столбцов) заранее неизвестны. Наличие блока объединенных ячеек учитывается адресом его левой верхней ячейки.

Рассмотрим форматы и структуры данных, используемых при алгоритмизации и программировании задачи построения леса деревьев формы отчетности.

По содержанию ФО ее анализ может быть выполнен как по отдельным ячейкам, так и по совокупностям связанных ячеек. При этом могут учитываться не только строки и столбцы, но и их части.

Наряду со стандартным набором форматов ячеек, предусмотренных в Excel, данный подход требует использования нескольких форматов пользователя, которые учитывали бы такие особенности как незаполняемость, пустота ячеек и др.

Получающиеся в результате применения алгоритма связывания ячеек списки естественным образом могут быть объединены в группы по смысловым критериям. Совокупность списков однозначно характеризует лес деревьев.

Сформулируем детальнее требования к алгоритмам и программному обеспечению (ПО), используемым для анализа ФО.

ПО должно обеспечивать следующие возможности:

- добавлять связь между двумя ячейками (в нашей терминологии: вершинами);
- редактировать атрибуты (пользовательские форматы) ячеек;
- просматривать список путей, начинающихся в данной вершине.

Добавление вершин: после двух последовательных щелчков по двум ячейкам должна добавляться связь между вершинами, соответствующим этим ячейкам.

Результатом таких действий должно быть дерево, показывающее отношения между вершинами.

Редактирование атрибутов ячеек: для каждой ячейки необходимо, чтобы ПО позволяло изменять атрибуты вершины (например, вершина может соответствовать пустой ячейке, ячейке, содержащей число или текст).

Просмотр списка путей: необходимо, чтобы программа могла перечислять пути, начинающиеся в требуемой ячейке (т.е, собственно, строить дерево путей).

Авторами разработана надстройка над Excel, реализующая указанные требования.

Решение второй подзадачи состоит в следующем.

Аналогично [8] предлагается трехуровневая структура модели представления знаний (МПЗ). Первым (нижним) уровнем МПЗ выступает модель мира САФО, в котором отражены декларативные, экстенциональные и фактологические знания относительно проблемной области (альбом форм отчетности), пользователях системы (работниках бухгалтерий, планово-финансовых отделов и других служб предприятий, организаций, фирм). Возможность использования фреймового формализма в представлении знаний в модели мира САФО выражена в том, что вербальные знания групп профессионалов (экспертов) о структуре и строении предметной области допускают иерархическое, взаимосвязанное, вложенное описание (пример будет рассмотрен ниже).

Второй (средний) уровень МПЗ представлен базой правил (БП), в которой отражены знания процедурального и интенционального характера (методики заполнения ФО, характерные ошибки и др. информация). База правил должна быть структурирована в однозначном соответствии с составом предметной области (разделов ФО) и допускает представление в виде совокупности пакетов правил, являющихся независимыми продукционными системами.

Наконец, третий (верхний) уровень МПЗ содержит метазнания. Они отражают собственно характер и структуру знаний САФО. Метаправила позволяют осуществлять координацию работы с пакетами правил в БП. Метазнания позволяют облегчать процессы создания, отладки и поддержания в актуальном состоянии базы знаний (БЗ) для предметной области САФО.

Предлагается определить МПЗ четверкой

$$B = \langle F, R, M, I \rangle,$$

где  $F$  – модель мира САФО, представленная множеством фреймов ( $F = \{f_i, i = 1, \dots, Z\}$ );

$R$  – база правил;

$M$  – совокупность метазнаний;

$I$  – механизм вывода.

Каждый фрейм  $f_i$  определяется как пара:

$$f_i = \langle N_i^f, S_i^f \rangle,$$

где  $N_i^f$  – имя фрейма  $f_i$ ;

$S_i^f$  – слоты фрейма  $f_i$ .

Слоты фрейма  $f_i$  представлены множеством

$$S_i^f = \{(S_j^{f_i}), j = 1, \dots, J\}.$$

Каждый слот – это тройка:

$$S_j^{f_i} = \langle L_j^{f_i}, V_j^{f_i}, U_j^{f_i} \rangle,$$

где  $L_j^{f_i}$ , – имя слота  $S_j^{f_i}$ ;

$V_j^{f_i}$ , – значение слота  $S_j^{f_i}$ ;

$U_j^{f_i}$  – величина достоверности значения слота  $S_j^{f_i}$ .

База правил представлена множеством пакетов правил

$$R = (r_k), k = 1, \dots, K.$$

Каждое правило  $r_k$  – это пятерка

$$r_k = \langle N_k^r, A_k^r, K_k^r, W_k^r, E_k^r \rangle,$$

где  $N_k^r$  – имя правила  $r_k$ ;

$A_k^r$  – антецедент правила  $r_k$ ;

$K_k^r$  – консеквент правила  $r_k$ ;

$W_k^r$  – вес правила  $r_k$ ;

$E_k^r$  – трактовка (интерпретация, объяснение) правила  $r_k$ .

Антецедент правила  $r_k$  – это упорядоченное множество

$$A_k^r = \{(A_m^{r_k}), m = 1, \dots, M\},$$

где  $A_m^{r_k}$  – условный элемент антецедента.

Консеквент правила  $r_k$  – это упорядоченное множество

$$K_k^r = \{(K_n^{r_k}), n = 1, \dots, N\},$$

где  $K_n^{r_k}$  – действия в правой части правила.

Метазнания – это пара

$$M = \langle D^m, P^m \rangle,$$

где  $D^m$  – декларативные метазнания;

$P^m$  – процедуральные метазнания.

Декларативные метазнания – это множество

$$D^m = \{(F_p^m), p = 1, \dots, P\},$$

где  $F_p^m$  – метафрейм.

Процедуральные метазнания – это множество

$$P^m = \{(P_s^m), s = 1, \dots, S\},$$

где  $P_s^m$  – метаправило.

Механизм вывода – это множество способов рассуждений

$$I = \{(I_r), r = 1, \dots, R\},$$

где  $I_r$  – способ рассуждений.

Трехуровневая структура САФО может быть представлена рис. 1 (ср. с рис.11.2 из [8, с. 327]).

На рис. 1 приведен фрагмент БЗ из САФО. Первый уровень, как отмечено выше, содержит знания о структуре САФО, индивидуальные модели пользователей, совокупность решаемых задач и другую информацию. Объектами модели мира САФО являются формы отчетности, документы табличного типа, которые представлены в виде вложенных фреймов. В их слотах содержится информация фактографического и процедурного характера, описывающая объекты. Обычно несколько начальных слотов (а иногда и все) имеют жестко закрепленную семантику. С помощью некоторых слотов можно придать конкретную смысловую характеристику (интерпретацию) составляющих предметной области. Для ФО – это, в основном, древовидные, иерархические, родовидовые отношения между объектами.

Рассмотрим конкретный пример структуры базы знаний САФО относительно действующей ФО «Бухгалтерский баланс (Форма отчетности № 1)». Поскольку структура анализируемой ФО является типовой, достаточно рассмотреть лишь некоторые ее разделы.

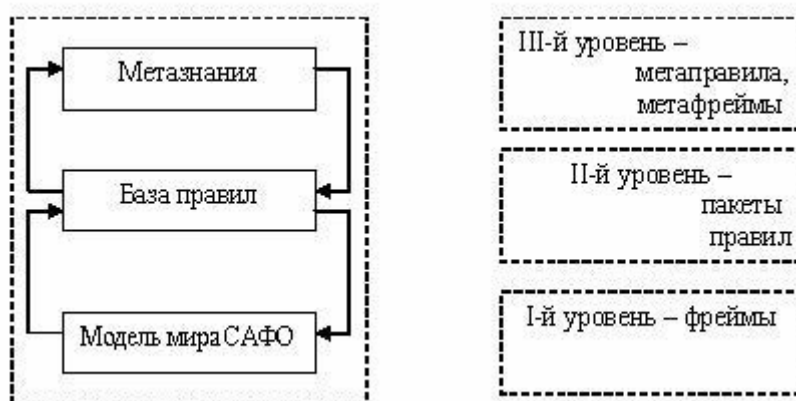


Рис. 1. Структура базы знаний САФО

Фрагмент реализации БЗ САФО представлен на рис. 2. На нем представлен раздел «Актив» «Бухгалтерского баланса» и часть раздела «Актив» – «Необоротные активы». С целью конкретизации базы правил в «Необоротных активах» представлены «Основные средства», состоящие из «Остаточной стоимости», «Начальной стоимости» и «Износа». Все записи относятся к началу отчетного периода.

Одной из задач САФО является интеллектуальный контроль правильности (корректности) заполнения ФО. Его суть, например, может состоять в системной проверке правильности заполнения ФО и расчетов. В нашем случае требуется проверить выполнение соотношения:

$$\text{Остаточная стоимость} = \text{Начальная стоимость} - \text{Износ}. \quad (1)$$



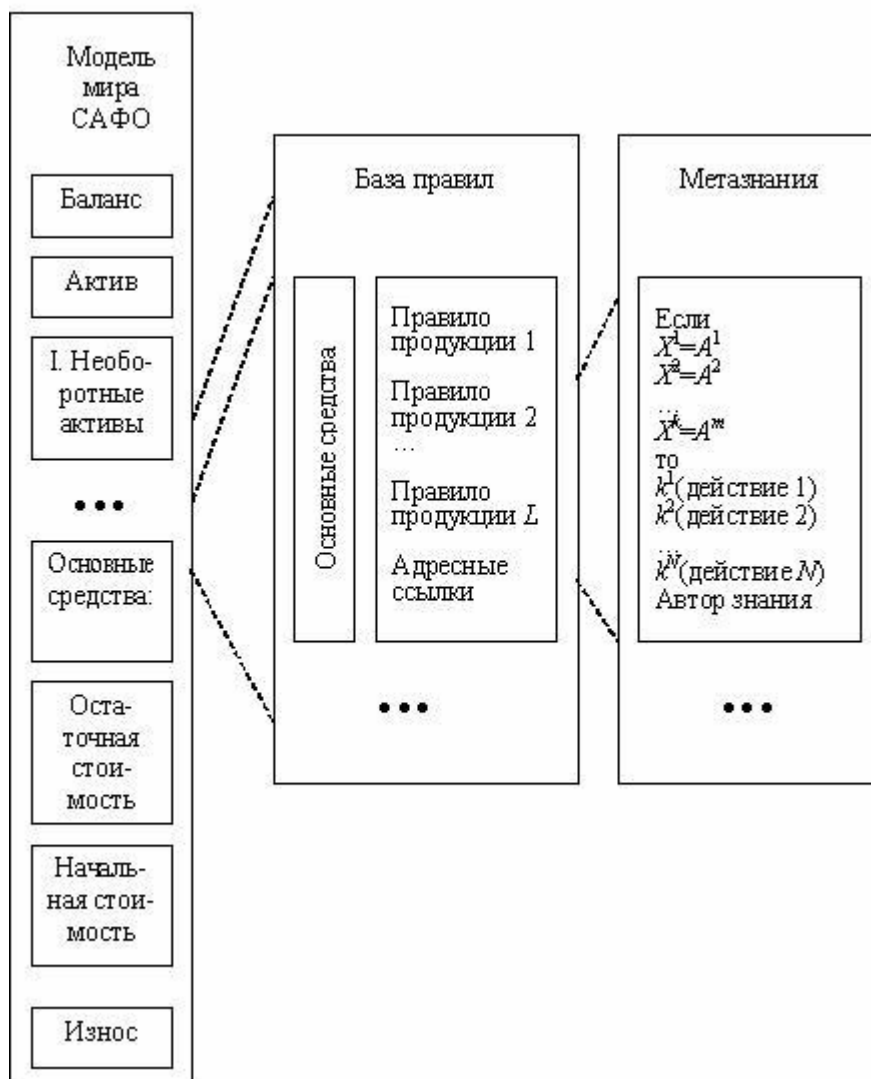


Рис. 2. Фрагмент реализации БЗ САФО

Интеллектуальность контроля правильности заполнения ФО состоит в предоставлении САФО возможных причин невыполнения соотношения (1) и выдаче рекомендаций по исправлению. Совокупность правил интеллектуального контроля может выглядеть следующим образом (в данном случае предполагаем единственность (1) в ФО):

Если соотношение (1) истинно, остановиться. Иначе:

1. Проверить правильность формулы (1). Если она верна, перейти к п. 2. Иначе рекомендовать ее исправить и затем перейти к п.1.

2. Проверить правильность формирования записи «Начальная стоимость» (Дебет счета 10). Если запись верна, перейти к п.3. Иначе рекомендовать

пользователю выполнить необходимые исправления. После корректировки перейти к п.2.

3. Проверить правильность формирования записи «Износ» (Кредит счета 131). Если запись верна, перейти к п.4. Иначе рекомендовать пользователю выполнить необходимые исправления. После корректировки перейти к п.3.

4. Выдать заключение о выполненных изменениях и остановиться.

Заметим, что многократная проверка в пп. 1-3 необходима для защиты от повторных ошибок.

Идеология рассмотренного алгоритма может быть легко распространена на всю ФО «Бухгалтерский баланс (форма отчетности № 1)».

На основе алгоритма вводятся предикаты, состояниям и действиям контролирующего алгоритма, формулируются правила вывода и стандартизуются. В результате образуется механизм логического вывода, который может быть использован в САФО в качестве инструментария аудита ФО.

#### **5. Выводы по данному исследованию и перспективы дальнейших исследований в данном направлении.**

Проведенное исследование показало возможность автоматизации процедур аудита форм отчетности в двух направлениях: аудит правильности заполнения и корректности построения ФО. Дальнейшие шаги исследования могут быть выполнены в направлении создания процедур интеллектуального распознавания ФО как по содержанию, так и по оформлению.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Парфенцева Н.О. Міжнародні статистичні класифікації в Україні. Впровадження й використання. – К.: Основи, 2000. – 351 с.
2. Методологічні положення зі статистики / Держ. Ком. Статистики України. – К.: ЗАТ „Август”, 2002. – Вип. I / редкол.: О.Г. Осауленко та ін. – 552 с.
3. Лазаренкова Г.М. Методологія оцінки вартості економічної інформації // Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна. Серія економічна. – № 580. – 2003. – С. 179-181.
4. Ахмад Ибрахим. Способ оценки эффективности информации форм отчетности // Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна. Серія економічна. – № 634. – 2003. – С. 107-110.
5. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.
6. Жолткевич Г.Н. Автоматизация проектирования технологической оснастки: теория и практика. К.: – Техніка, 1998. – 263 с.
7. Романов В.П. Интеллектуальные информационные системы. – М.: Экзамен, 2003. – 496 с.
8. Абдикеев Н.М. Проектирование интеллектуальных систем в экономике. – М.: Экзамен, 2004. – 528 с.

## Совместное применение метода малого параметра и метода граничных элементов для численного решения эллиптических задач с малыми возмущениями

Ю. В. Бразалук, Д. В. Евдокимов, Н. В. Поляков  
*Днепропетровский национальный университет, Украина*

Most of numerical methods are not applicable for analysis of disturbances less, than discretization parameters. In the present paper the solutions of such problems are searched as a series with respect to small parameter, which is the reference scale of the disturbance. The following solutions of relevant elliptical boundary-value problems are made by boundary element method. Small domain shape disturbances, boundary condition disturbances and fundamental solution disturbances are considered. Due to high accuracy of the boundary element method the proposed approach is enough effective, what was proved by numerical experiments

### 1. Общая постановка задачи и её актуальность

В настоящее время интенсивное развитие микроэлектроники, микромеханики и биотехнологий делает весьма актуальной проблему малых возмущений, то есть проблему определения влияния эффектов, которыми раньше пренебрегали из-за малости их характерных параметров или малости области действия. Не останавливаясь подробно на физических аспектах подобных задач, отметим только, что в механике сплошной среды и теории тепломассообмена сформировалось отдельное направление, названное «многомасштабные явления» (термин является прямым переводом с английского «multiscale phenomena» и, может быть, не совсем удачен). Традиционно в механике многофазных сред пользовались разного рода приемами осреднения, обзор которых можно найти, например, в монографии [1]. Однако в последнее время все чаще стали прибегать к прямому моделированию малых эффектов и разработке соответствующих численных методов на основе лагранжевых [2, 3] и эйлеровых [4] подходов. Эта же идея была распространена на метод граничных элементов [5] и, естественно, стимулировала интерес к возможности учета малых возмущений в методе граничных элементов.

### 2. Истоки исследования авторов

В теории численных методов существует устоявшаяся точка зрения на проблему малых возмущений, которая сводится к тому, что так называемые подсеточные эффекты в рамках численного метода не могут быть проанализированы. Этот тезис явно и очевидно сформулирован для эйлеровых, преимущественно сеточных подходов и неявно, с трудом прослеживается для лагранжевых, преимущественно бессеточных подходов (последняя трудность скорее терминологическая – сетки нет, а подсеточные эффекты есть, в этом случае правильнее было бы называть такие эффекты мелкомасштабными).

Указанный тезис приводит к очевидному выводу: чем меньший эффект следует исследовать, тем более подробную дискретизацию следует ввести. Такой подход привел даже к развитию специального направления в численных методах – многосеточных методов.

Хотя идея использовать методы теории возмущений и асимптотические разложения при построении численных алгоритмов, вообще говоря, достаточно очевидна и упоминалась во многих книгах [6-8], она не получила достаточного развития, по-видимому, из-за трудностей с доказательством сходимости асимптотических разложений и из-за того, что фактически сводила сформулированную краевую задачу к последовательности других краевых задач, что явно малоэффективно. В результате, быстрый прогресс численных методов оставил данную идею не востребованной. Не останавливаясь подробно на истории и тенденциях развития численных методов, поскольку это требует отдельного анализа, отметим только, что в настоящее время появились высокоточные численные методы, среди которых следует выделить численные методы теории потенциала, например, метод граничных элементов, метод дискретных вихрей и разного рода их модификации [2, 3, 9, 10]. Специальные алгоритмы метода граничных элементов могут обеспечить исключительно высокую точность решения линейных эллиптических задач [11, 12].

### 3. Нерешенные проблемы и цели работы

Целью настоящей работы является применение асимптотических разложений по малому параметру совместно с численным методом, в данном случае методом граничных элементов, для анализа малых возмущений в эллиптических задачах. Основная идея данного подхода достаточно очевидна и основывается на хорошо известном факте – для метода высокого порядка точности погрешность результатов применения метода оказывается много меньшей, нежели погрешности исходных аппроксимаций. Этот факт установлен как теоретически [7], так и экспериментально [11, 12] для ряда численных методов. Пусть в параметры, определяющие краевую задачу (в настоящей статье имеется в виду эллиптическая краевая задача, но данный подход может быть применен к краевой задаче любого типа), внесено возмущений  $\varepsilon f(x)$ , где  $\varepsilon$  – малая величина,  $f \sim 1$  – некоторая функция от координат  $x$  (в общем случае от независимых переменных, в которых задача определена, как непосредственно, так и в виде нелинейности). Тогда будем отыскивать решение краевой задачи и в виде следующего ряда

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \quad (3.1)$$

Традиционно в асимптотических методах функции  $u_i$  определялись аналитически. Как сказано выше, идея настоящей работы заключается в том, чтобы определить  $u_i$  при помощи численного метода, в частности, метода граничных элементов, который считается наиболее точным для эллиптических задач, здесь рассматриваемых. В классических численных методах для решения данной возмущенной задачи требовалось бы произвести дискретизацию таким образом, чтобы погрешность дискретизации  $\delta < \varepsilon$ , а желательно  $\delta \ll \varepsilon$ . Обозначим погрешность численного определения функции  $u_0$  через  $\Delta$  (как

будет показано ниже, как правило, все функции  $u_i$  удовлетворяют аналогичным краевым задачам, поэтому следует ожидать, что все эти функции будут определены примерно с той же самой погрешностью  $\Delta$ ). Для современных численных методов, по меньшей мере,  $\Delta < \delta$ , а как правило,  $\Delta \ll \delta$ . Полагая функцию  $u$ , ограниченной и дополнительно полагая для простоты  $u_1 \sim u_0$  (что, вообще говоря, необязательно), получим, что применение разложения (3.1) позволяет снизить требования к параметрам дискретизации до  $\delta > \varepsilon > \Delta$ , то есть, весьма существенно.

Замечание. Обоснованием предложенного подхода может служить доказательство сходимости ряда (3.1), однако, как и для большинства асимптотических разложений, доказать этот факт очень сложно и, по-видимому, в общем виде невозможно, поэтому примем в качестве обоснования метода результаты численных экспериментов на тестовых задачах, что, конечно, не может считаться строгим обоснованием.

Поставленная выше задача вплотную примыкает к известной проблеме чувствительности численного метода к малым возмущениям. Чувствительность здесь понимается как изменение результатов вычислений после внесения в задачу малых возмущений. Иногда под чувствительностью понимают производную изменения решения по возмущению, но, поскольку в настоящей работе основной интерес представляет пороговая чувствительность, то есть, предельный случай, когда определение такой производной затруднительно, то и использование определения чувствительности как производной представляется нецелесообразным. Далее в настоящей работе будет проведено исследование пороговой чувствительности метода граничных элементов, хотя полный анализ чувствительности метода требует отдельного исследования и в цели данной работы не входит (первые попытки такого исследования были предприняты в работе [13]). Для исследования чувствительности и анализа влияния малых возмущений принципиальное значение имеет методика тестирования программ и алгоритмов.

#### 4. Методика тестирования граничноэлементных программ

Методика тестирования программного обеспечения представляется исключительно важным моментом разработки, на который, как правило, не обращают должного внимания. Однако, правильная методика тестирования может вскрыть ряд свойств алгоритма, которые вообще не изучались в теоретических исследованиях. Общие вопросы тестирования программного обеспечения рассмотрены в книге [14].

Тестирование программ, предназначенных для численного решения задач теории потенциала, отличается рядом специфических аспектов, поскольку сами алгоритмы имеют весьма специфические особенности, например, полностью заполненные матрицы систем линейных алгебраических уравнений, сильная зависимость погрешности метода от формы области.

Рассмотрим методику тестирования метода граничных элементов. Как показано в работе [11], основной вклад в погрешность метода вносит аппроксимация границы области решения, однако эту погрешность легко можно исключить, равно как и погрешность, вызванную аппроксимацией функций,

известных из граничных условий. Объединим оба эти вида погрешности одним термином – устранимая погрешность. (Поскольку интеграл по реальной границе приходится определять численно, определенная погрешность вычисления интегралов, включающих функции, известные из граничных условий, все-таки остается, но благодаря современным возможностям численного интегрирования погрешность эту можно уменьшить до достаточно малой величины.) Сформулируем первое правило тестирования, относящееся к устранимой погрешности. Для анализа устранимой погрешности необходимо сравнить результаты расчета на различных граничноэлементных сетках. Например, очень удобно уменьшить в два раза размер граничного элемента. Если погрешность аппроксимации границы исключена, измельчение сетки можно заменить применением интегрирования выражений, содержащих известные граничные функции, по более точным квадратурным формулам. Отметим также, что в ряде случаев, в том числе и в случае исключения погрешности аппроксимации границы, коэффициенты при неизвестных произволах, входящих в аппроксимацию неизвестных граничных функций, приходится определять численно, то есть, вносится определенная погрешность, которая по форме влияния на общую погрешность близка к погрешности аппроксимации границы, но, как правило, много меньше ее. Для исследования роли указанной погрешности также можно предложить как пересчет на удвоенной граничноэлементной сетке, так и применение более точных квадратурных формул. К сожалению, все три указанных вида погрешности входят в итоговую погрешность метода не напрямую, а после решения системы линейных алгебраических уравнений, а при увеличении числа граничных элементов собственная погрешность решения системы линейных алгебраических уравнений растет, то есть, непосредственный вклад рассматриваемых видов погрешности можно оценить только качественно на основе тенденций изменения (если при решении системы линейных алгебраических уравнений определяется число обусловленности, то в первом приближении рост погрешности, связанной с решением системы линейных алгебраических уравнений при увеличении числа граничных элементов, можно оценить по отношению чисел обусловленности матриц).

Замечание. В настоящее время широкое распространение получили системы аналитического программирования, которые позволяют производить операции дифференцирования и интегрирования аналитически, то есть, без погрешности. Если алгоритм метода граничных элементов реализован в подобной системе, то три вышеназванных вида погрешности (погрешность аппроксимации границы, погрешность вычисления интегралов, содержащих известные из граничных условий функции, погрешность вычисления интегралов, входящих в коэффициенты системы линейных алгебраических уравнений) могут быть исключены полностью, то есть, в системах аналитического программирования все эти три вида погрешности должны быть отнесены к устранимой погрешности.

Наиболее сложным моментом тестирования граничноэлементных комплексов является определение вклада погрешности, связанной с аппроксимацией неизвестных функций. Повышение порядка аппроксимации «портит» свойства матрицы системы, вплоть до нарушения принципа диагонального преобладания

в матрице системы. Чтобы отделить непосредственный эффект аппроксимации неизвестных функций от суммарной погрешности, возникающей при решении полной задачи, введем понятие внутренней погрешности метода. Пусть  $u$  – некоторая функция, удовлетворяющая рассматриваемому дифференциальному уравнению, используем функцию  $u$  как тестовое решение, тогда легко получить необходимое граничное выражение для функции  $u$ , соответствующее типу граничных условий актуальной задачи. Подставим в интегральное представление для функции  $u$  вместо неизвестных (по граничным условиям актуальной задачи) функций аппроксимации этих функций для  $u$ , полученные согласно применяемого алгоритма, (другие источники ошибки метода, в частности, устраняемая погрешность также включаются в рассмотрение согласно применяемого алгоритма). Разность между аналитическим решением  $u$  и полученным указанным образом приближенным значением  $u$  в заданном наборе точек называется внутренней погрешностью метода. Сформулируем второе правило тестирования. Чтобы оценить погрешность, вносимую на этапе решения системы линейных алгебраических уравнений, следует сравнить погрешность метода с внутренней погрешностью метода для одной и той же тестовой задачи в одном и том же наборе точек.

Назовем тривиальной тестовой задачей тестовую задачу, для которой аппроксимирующие функции метода совпадают по виду с искомой функцией, например, для уравнения Лапласа в качестве тестовой выбрана линейная функция, тогда при аппроксимации неизвестной функции на граничном элементе линейной, квадратичной функцией или полиномом более высокого порядка такая тестовая задача будет тривиальной. Сформулируем третье правило тестирования. Наиболее явно погрешность, вносимая на этапе решения системы линейных алгебраических уравнений, наблюдается при сравнении погрешности метода с внутренней погрешностью метода для тривиальной тестовой задачи. Действительно в этом случае погрешность аппроксимации неизвестных функций будет минимальна (собственно погрешность будет отсутствовать, а ее роль сыграет погрешность вычисления соответствующих интегралов, которую можно уменьшать, повышая точность квадратурной формулы), поэтому решение тривиальной тестовой задачи можно считать решением без погрешности аппроксимации неизвестных функций. С другой стороны, для данного варианта алгоритма, для того же типа граничных условий, в той же области тривиальная тестовая задача имеет ту же матрицу, что и любая актуальная задача. Однако, невозможно сделать полное заключение о характере погрешности метода, основываясь только на тривиальных тестовых задачах.

Погрешность метода граничных элементов существенным образом зависит от выбора набора точек, в которых она определяется. Общая закономерность в этом вопросе такова – чем ближе граница, тем больше погрешность, на границе погрешность максимальна, эта закономерность является естественным следствием принципа максимума, но имеет место также и для задач, для которых не выполняется принцип максимума. Сформулируем четвертое правило тестирования. Выбор набора точек, в которых анализируется погрешность, определяется множеством точек, в которых должно быть получено решение актуальной задачи.

Отметим, что выбор формы оценки погрешности также определяется требованиями актуальной задачи, но в методе граничных элементов кроме традиционных среднеквадратичных и максимальных норм погрешности, может быть введена еще интегральная норма погрешности

$$\|\delta\| = \int_D \rho(x)(u - \bar{u})dx, \quad (4.1)$$

где  $u$  – точное решение,  $\bar{u}$  – приближенное,  $\rho(x)$  – весовая функция.

Введение нормы (4.1) возможно, поскольку формально  $\bar{u}$  – функция, заданная в аналитическом виде. Варьирование функции  $\rho$  позволяет более точно удовлетворить критериям актуальной задачи (но, как правило, выбирается  $\rho \equiv 1$ ).

Погрешность, вносимая на этапе решения системы линейных алгебраических уравнений, в значительной мере зависит от формы области решения и граничноэлементной сетки. В зависимости от выпуклости области, а в случае невыпуклой области в зависимости от отношения «ширины узких мест» к характерному размеру области, погрешность может изменяться в достаточно широком диапазоне (может изменяться даже порядок погрешности). Поэтому сформулируем пятое правило тестирования. Полное тестирование алгоритма обязательно должно включать тестовые расчеты в невыпуклых и многосвязных областях.

Проблема зависимости общей погрешности метода граничных элементов от формы области решения тесно связана с проблемой оптимизации граничноэлементной сетки. В плоском случае построение граничноэлементной сетки с наперед заданными свойствами трудностей не вызывает. Определив общую длину участка границы

$$L_1 = \int_{t_0}^{t_N} h(t)dt, \quad (4.2)$$

где  $h(t)$  – функция формы кривой,  $t$  – обобщенная координата. Можно любым образом задать правило построения последовательности длин граничных элементов  $S_k, k = 1, N$ , таких, что

$$\sum_{k=1}^N S_k = L, \quad (4.3)$$

и  $S_k$  удовлетворяет некоторому правилу, например,  $S_{k+1}/S_k = \beta$  или  $S_{k+1} = S_k + \delta_k$ . Тогда, если определена «верхняя» граница элемента  $S_k$ , то для определения конца  $(k+1)$ -го элемента  $S_{k+1}$  следует численно решить трансцендентное уравнение

$$\int_{t_k}^t h(t)dt = S_{k+1}. \quad (4.4)$$

В пространственном случае дело обстоит намного сложнее и необходимы специальные алгоритмы сгущения сетки. Но даже в плоском случае, основываясь на уравнении (4.4), оптимизировать сетку весьма сложно, поскольку речь идет о минимизации погрешности решения тестовой задачи,



определенной на заданном наборе точек и зависящей от  $N$  переменных  $S_k$ . Задача минимизации такого функционала не представляет принципиальных трудностей, но исключительно трудоемка. Оптимальность же построенной сетки для актуальной задачи можно обосновать лишь эвристическими соображениями, хотя минимизация погрешности, вносимой при решении системы линейных алгебраических уравнений, в этом случае, безусловно, будет достигнута.

### 5. Проблема погрешности фундаментального решения

Проблема погрешности, вносимой в общую погрешность метода граничных элементов вследствие использования приближенного фундаментального решения (функции Грина), очень мало изучена в настоящее время. Возможны три вида возмущения фундаментального решения (функции Грина):

1) регулярное возмущение, то есть вместо истинного фундаментального решения  $\varphi$  используется фундаментальное решение  $\varphi^*$ , которое связано с решением  $\varphi$  соотношением

$$\varphi^* = \varphi + \alpha f_r, \quad (5.1)$$

где  $\alpha$  – малый параметр,  $f_r$  – регулярная ограниченная функция;

2) сингулярное возмущение того же типа, то есть

$$\varphi^* = \varphi(1 + \alpha f_r), \quad (5.2)$$

где  $\alpha$  – малый параметр,  $f_r$  – регулярная ограниченная функция;

в) сингулярное возмущение другого типа, то есть

$$\varphi^* = \varphi + \alpha f_s, \quad (5.3)$$

где  $\alpha$  – малый параметр,  $f_s$  – сингулярная функция, отличающаяся от  $\varphi$  по виду сингулярности.

Хотелось бы отметить, что в случае чисто граничной регулярной формулировки сингулярные возмущения регуляризуются и сводятся к виду (5.1). К сожалению, в реальных задачах известен только параметр  $\alpha$  (а нередко только его порядок), а функции  $f_r, f_s$  неизвестны; поэтому представления (5.1)–(5.3) невозможно использовать для анализа погрешностей. Однако можно пойти иным путем, и исследовать поведение решения, предварительно задав функции  $f_r, f_s$ , тогда для любой тестовой задачи путем численного эксперимента можно получить влияние погрешности фундаментального решения. Для реальной задачи, в которой используется приближенное фундаментальное решение, полученный таким образом результат укажет лишь возможные пределы погрешности, вызванной неточностью фундаментального решения, а для модельных задач указанный прием является мощным средством экспериментального исследования свойств алгоритма. Если же оценки погрешности фундаментального решения не получены вообще, то, выбирая разные функции  $f_r$  или  $f_s$ , можно определить общие тенденции изменения погрешности метода в зависимости от возмущения фундаментального решения.

Представления (5.1)-(5.3) при заданных функциях  $f_2, f_s$  позволяют провести и теоретическое исследование погрешности. Следуя методу малого параметра, будем отыскивать решение в виде

$$u = u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots, \quad (5.4)$$

тогда для представления (5.1)

$$\begin{aligned} c(x_0)(u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots) = \\ = \int_{\Gamma} (\varphi + \alpha f_r) \frac{\partial(u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots)}{\partial n} ds - \\ - \int_{\Gamma} (u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots) \frac{\partial(\varphi + \alpha f_r)}{\partial n} ds, \end{aligned} \quad (5.5)$$

В силу произвольности параметра  $\alpha$  для выполнения равенства (5.5), необходимо приравнять коэффициенты при одинаковых степенях  $\alpha$ :

$$c(x_0)u_0 = \int_{\Gamma} \varphi \frac{\partial u_0}{\partial n} ds - \int_{\Gamma} u_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds, \quad (5.6)$$

$$c(x_0)u_1 = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_1}{\partial n} + f_r \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_1 \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_0 \frac{\partial f_r}{\partial n} \right) ds, \quad (5.7)$$

$$c(x_0)u_2 = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_2}{\partial n} + f_r \frac{\partial u_1}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_2 \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_1 \frac{\partial f_r}{\partial n} \right) ds, \quad (5.8)$$

$$\dots \dots \dots c(x_0)u_k = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_k}{\partial n} + f_r \frac{\partial u_{k-1}}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_k \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_{k-1} \frac{\partial f_r}{\partial n} \right) ds, \quad (5.9)$$

Очевидно, что  $u_0$  – точное решение, и может быть найдено как решение уравнения (5.6), которое имеет ту же структуру, что и уравнение (5.7), все последующие уравнения имеют аналогичную структуру. Таким образом, соотношения (5.4) и уравнения (5.6)-(5.7) дают оценку погрешности решения, вызванной возмущением фундаментального решения. Заменяя (5.1) на

$$\varphi^* = \varphi(1 + \alpha f_r), \quad (5.10)$$

и внося соответствующие изменения в (5.5)-(5.9), можно получить оценку погрешности по построенному приближенному решению и заданной функции  $f_r$ .

Аналогично для (5.2) получим аналог (5.9)

$$\begin{aligned} c(x_0)(u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots) = \\ = \int_{\Gamma} (1 + \alpha f_r) \varphi \frac{\partial(u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots)}{\partial n} ds - \\ - \int_{\Gamma} (u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots) \frac{\partial(1 + \alpha f_r) \varphi}{\partial n} ds, \end{aligned} \quad (5.11)$$

из (5.11) по аналогичным соображениям имеем

$$c(x_0)u_0 = \int_{\Gamma} \varphi \frac{\partial u_0}{\partial n} ds - \int_{\Gamma} u_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds, \quad (5.12)$$

$$c(x_0)u_1 = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_1}{\partial n} + f_r \varphi \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_1 \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_1 \frac{\partial f_r \varphi}{\partial n} \right) ds, \quad (5.13)$$

$$c(x_0)u_2 = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_2}{\partial n} + f_r \varphi \frac{\partial u_1}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_2 \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_1 \frac{\partial f_r \varphi}{\partial n} \right) ds, \quad (5.14)$$

$$c(x_0)u_k = \int_{\Gamma} \left( \varphi \frac{\partial u_k}{\partial n} + f_r \varphi \frac{\partial u_{k-1}}{\partial n} \right) ds - \int_{\Gamma} \left( u_k \frac{\partial \varphi}{\partial n} + u_{k-1} \frac{\partial f_r \varphi}{\partial n} \right) ds, \quad (5.15)$$

Отличия системы уравнений (5.12)-(5.15) от системы (5.6)-(5.9) минимальны. Аналогичной будет и система построения для представления (5.3), за исключением вопроса об интегрируемости функции  $f_s$ .

## 6. Тестирование чувствительности алгоритма

Тестирование может разрешить вопрос об устойчивости алгоритма и его чувствительности к возмущениям. Возмущения фундаментального решения, которые представляют собой отдельную проблему, были рассмотрены выше, остальные виды возмущений можно разделить на два основных типа: глобальные и локальные. Кроме того возмущения могут быть внесены в граничные и начальные (если таковые имеются) условия, в форму области и в источники членов. Возмущения, вносимые в коэффициенты дифференциального оператора, относятся к возмущениям фундаментального решения. В принципе, возмущения могут быть как сингулярные, так и регулярные, но ограничим данное рассмотрение практически важным случаем малых возмущений. Определим пороговую чувствительность метода к возмущению как величину возмущения, при которой начинает меняться суммарная погрешность решения тестовой задачи. Понятно, что определение величины пороговой чувствительности метода зависит не только от свойств метода, но и от способа определения погрешности, то есть набора точек, в которых погрешность определяется, и использования максимальной, среднеквадратичной или интегральной нормы погрешности. Пороговая чувствительность может существенно отличаться по величине в зависимости от тестовой задачи, для того, чтобы уменьшить разброс значений пороговой чувствительности, желательно использовать нормированные некоторым образом решения тестовых задач. Следует различать пороговую чувствительность к локальным и глобальным возмущениям. Чем меньше по модулю величина пороговой чувствительности, тем лучшим следует считать алгоритм. При анализе эффективности метода следует соотносить пороговую чувствительность с общей погрешностью метода. Пороговая чувствительность определяет необходимую для получения данной точности решения точность задания входных данных задачи, поэтому более эффективным следует считать алгоритм, который при достаточно больших значениях пороговой чувствительности обеспечивает более высокую точность (здесь имеется расхождение в определении лучшего, в смысле более чувствительного, и эффективного алгоритма). Кроме того, пороговая чувствительность по определенному

возмущению ограничивает величину ошибки, допустимой при аппроксимации соответствующей функции. Если пороговая чувствительность меньше, чем ошибка аппроксимации, то такой алгоритм следует считать неудачным. Если при определении локальной или глобальной пороговой чувствительности малому возмущению соответствует конечное изменение погрешности, то алгоритм является неустойчивым (это довольно редкое явление). Можно ввести количественный критерий чувствительности (соответственно устойчивости) алгоритма, как численно определенную производную суммарной погрешности по возмущению. Сформулируем шестое правило тестирования. Для нескольких тестовых задач должна быть определена пороговая чувствительность алгоритма, как и для суммарной погрешности метода, так и для внутренней погрешности метода, для малых локальных и глобальных возмущений граничных условий, формы области, источников членов и начальных условий, полученные результаты необходимо сравнить с ошибками, вносимыми соответствующими аппроксимациями. Если метод граничных элементов используется как часть вычислительного процесса, то параметры шагов внешнего вычислительного процесса должны подбираться так, чтобы изменения входных данных метода граничных элементов хотя бы в несколько раз превышали пороговую чувствительность метода граничных элементов по соответствующему возмущению.

Иногда при исследовании свойств численного метода помимо пороговой чувствительности целесообразно вводить также понятие пороговой корректности. Действительно пороговая чувствительность отражает только изменение суммарной погрешности, но не гарантирует, что такое изменение правильно, поскольку малое возмущение, взаимодействуя с разного рода источниками погрешности метода, может привести к некорректному изменению численного решения. Определим пороговую корректность метода к возмущению как величину возмущения, при которой суммарная погрешность решения тестовой задачи начинает меняться в соответствии с аналитическим решением. Очевидно, что определение пороговой корректности намного сложнее, чем определение пороговой чувствительности, поэтому используется оно намного реже, однако использование его в данной статье представляется целесообразным.

Наконец, рассмотрим вопрос об эффективности метода, то есть о затратах ресурсов ЭВМ, в первую очередь, машинного времени, для получения решения тестовой задачи с нужной точностью. Следует отметить, что эффективность алгоритма помимо свойств собственно алгоритма зависит еще и от типа ЭВМ, используемого программного обеспечения и стиля программирования. Несмотря на очевидный принцип: максимальную точность за минимальное время, в определении эффективности много субъективного, прежде всего в том, какое увеличение затрат ресурсов ЭВМ приемлемо для достижения заданного увеличения точности. Поэтому для определения эффективности невозможно сформулировать какое-либо строгое правило, и следует исходить из требований, которые сформулированы явно или неявно при постановке актуальной задачи, например, допустимые затраты машинного времени, возможность использования оперативной памяти и дискового пространства ЭВМ и так далее, а с другой стороны требований к точности искомого решения. Надо отметить,

что в конкретных областях вычислительной механики и прикладной математики в целом сформировались более устойчивые критерии эффективности алгоритмов, основанные на особенностях решаемых задач. Не вдаваясь в подробности, отметим, что метод граничных элементов высоко эффективен практически для всех линейных эллиптических задач. Упомянутые трудности в определении эффективности не снимаются при теоретическом определении эффективности, основанном на теоретической оценке количества арифметических операций, необходимых для выполнения расчета. Хотя такие оценки не зависят от конкретной программной реализации, зачастую они весьма далеки от результатов реальных расчетов вследствие использования очень грубых оценок. Тем не менее, для полноты тестирования алгоритма обязательно надо включить некоторую оценку его эффективности на различных сетках, или хотя бы указать затраты машинного времени.

В заключение еще раз хотелось бы подчеркнуть, что результаты тестирования не дают доказанных оценок точности и не могут гарантировать точность решения актуальной задачи, но тестирование на правильно подобранном наборе тестовых задач может служить основой для выработки практических рекомендаций и повышает достоверность результатов численного решения актуальной задачи.

## 7. Другие виды возмущений

Наибольший интерес при решении прикладных задач вызывают не возмущения фундаментальных решений, а возмущения формы границы области решения и граничных условий. В традиционных дифференциальных постановках анализ малых возмущений граничных условий в линейных задачах не составляет особого труда и сводится к простому разложению возмущения граничного условия в ряд по малому параметру с последующим применением обычной процедуры метода малого параметра. То есть, различия между применением асимптотических методов для анализа малых возмущений граничных условий в дифференциальной и интегральной формулировках невелики. В то же время, в дифференциальной формулировке крайне затруднительно анализировать возмущение формы области решения, а в интегральной формулировке, как будет показано ниже, такой анализ немногим сложнее анализа возмущения граничных условий.

Пусть заданы невозмущенное, в смысле возмущения границы (7.1) и возмущенное (7.2) граничные интегральные уравнения

$$c(x_0, y_0)u(x_0, y_0) = \int_{\Gamma} \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \varphi_0(x, x_0, y, y_0) ds(x, y) - \int_{\Gamma} u(x, y) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n} ds(x, y), \quad (7.1)$$

$$\begin{aligned}
c(x_0, y_0)u^*(x_0, y_0) = & \int_{\gamma} \frac{\partial u^*(x, y)}{\partial n^*} \varphi_0(x, x_0, y, y_0) ds^*(x, y) - \\
& - \int_{\gamma} u^*(x, y) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n^*} ds^*(x, y).
\end{aligned} \quad (7.2)$$

Целью в данной задаче является установление связи между этими уравнениями, если возмущение известно и может быть представлено в виде

$$\varepsilon f(x, y),$$

где  $\varepsilon$  – некоторый малый параметр,  $f$  – некоторая, по меньшей мере, кусочно-непрерывная функция порядка  $O(1)$ .

Возмущения границы области решения и граничных условий могут быть включены в уравнение (7.2). Тогда представим функцию формы возмущенной границы в виде следующего разложения в ряд

$$h^*(t) = h^{*0}(t) + \varepsilon h^{*1}(t) + \varepsilon^2 h^{*2}(t) + \dots + \varepsilon^k h^{*k}(t) + \dots, \quad (7.3)$$

где  $t$  – внутренний параметр кривой (в простейшем случае он совпадает с длиной кривой  $s$ ). Аналогичным образом представим и граничные значения искомой функции и ее нормальной производной (возмущение которых может быть следствием возмущения границы или иметь иную, отдельную причину)

$$u^*(t) = u^{*0}(t) + \varepsilon u^{*1}(t) + \varepsilon^2 u^{*2}(t) + \dots + \varepsilon^k u^{*k}(t) + \dots, \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial u^*(t)}{\partial n} = \frac{\partial u^{*0}(t)}{\partial n} + \varepsilon \frac{\partial u^{*1}(t)}{\partial n} + \varepsilon^2 \frac{\partial u^{*2}(t)}{\partial n} + \dots + \varepsilon^k \frac{\partial u^{*k}(t)}{\partial n} + \dots. \quad (7.5)$$

После подстановки представлений (7.3)-(7.5) в уравнение (7.2) получим

$$\begin{aligned}
c(x_0, y_0)(u^{*0}(x_0, y_0) + \varepsilon u^{*1}(x_0, y_0) + \varepsilon^2 u^{*2}(x_0, y_0) + \dots) = \\
= \int_{\gamma} \left\{ \frac{\partial(u^{*0}(x, y) + \varepsilon u^{*1}(x, y) + \varepsilon^2 u^{*2}(x, y) + \dots)}{\partial n} \varphi_0(x, x_0, y, y_0) \times \right. \\
\times (h^{*0}(x, y) + \varepsilon h^{*1}(x, y) + \varepsilon^2 h^{*2}(x, y) + \dots) \Big\} ds(x, y) - \\
- \int_{\gamma} (u^{*0}(x, y) + \varepsilon u^{*1}(x, y) + \varepsilon^2 u^{*2}(x, y) + \dots) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n} \times \\
\times (h^{*0}(x, y) + \varepsilon h^{*1}(x, y) + \varepsilon^2 h^{*2}(x, y) + \dots) ds(x, y).
\end{aligned} \quad (7.6)$$

Как и ранее, поскольку параметр  $\varepsilon$ , вообще говоря, произвольный, то чтобы уравнение (7.6) выполнялось при любом значении параметра  $\varepsilon$ , следует потребовать равенства коэффициентов при каждой степени параметра  $\varepsilon$ , в результате нулевое приближение имеет вид

$$\begin{aligned}
c(x_0, y_0)u^{*0}(x_0, y_0) = & \int_{\Gamma} \frac{\partial u^{*0}(x, y)}{\partial n} \varphi_0(x, x_0, y, y_0) h^{*0}(x, y) ds(x, y) - \\
& - \int_{\Gamma} u^{*0}(x, y) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n} h^{*0}(x, y) ds(x, y).
\end{aligned} \quad (7.7)$$

Интегрирование в уравнении (7.7) выполняется вдоль невозмущенной границы  $\Gamma$ , поскольку  $h^{*0}$  совпадает с функцией формы невозмущенной границы. Отметим, что нулевое приближение (7.7) фактически совпадает с невозмущенным уравнением (7.1). Первое приближение имеет вид

$$\begin{aligned} c(x_0, y_0)u^{*1}(x_0, y_0) = \\ = \int_{\gamma} \left( \frac{\partial u^{*0}(x, y)}{\partial n} h^{*1}(x, y) + \frac{\partial u^{*1}(x, y)}{\partial n} h^{*0}(x, y) \right) \varphi_0(x, x_0, y, y_0) ds(x, y) - \\ - \int_{\gamma} \left( u^{*0}(x, y) h^{*1}(x, y) + u^{*1}(x, y) h^{*0}(x, y) \right) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n} ds(x, y). \end{aligned} \quad (7.8)$$

Тут следует провести различия между возмущенной  $\gamma$  и невозмущенной  $\Gamma$  кривыми. После подстановки в интеграл функции формы указание этих кривых означает лишь изменение пределов интегрирования, и, если эти пределы совпадают, а это лишь вопрос техники описания кривой, то возмущенная и невозмущенная кривая в этом смысле уже неразличимы. Умножив и разделив подынтегральные выражения на  $h^{*0}$  и сгруппировав сомножители, можно формально перейти к интегрированию по невозмущенной кривой  $\Gamma$ .

Если  $u^{*0}$  известно, пусть даже приближенно, из решения уравнения (7.7), то соотношение (7.8) можно рассматривать как интегральное уравнение относительно  $u^{*1}$  (если  $\frac{\partial u^{*1}}{\partial n}$  известно из граничных условий) или  $\frac{\partial u^{*1}}{\partial n}$  (если  $u^{*1}$  известно из граничных условий). Таким образом, уравнение (7.8) также подобно уравнению (7.1) (за исключением неоднородного члена).

Наконец, сформулируем  $m$ -ое уравнение:

$$\begin{aligned} c(x_0, y_0)u^{*m}(x_0, y_0) = \\ = \int_{\gamma} \left( \sum_{k=0}^m \frac{\partial u^{*k}(x, y)}{\partial n} h^{*m-k}(x, y) \right) \varphi_0(x, x_0, y, y_0) ds(x, y) - \\ - \int_{\gamma} \left( \sum_{k=0}^m (u^{*k}(x, y) h^{*m-k}(x, y)) \right) \frac{\partial \varphi_0(x, x_0, y, y_0)}{\partial n} ds(x, y). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Все заключения, сделанные для граничных интегральных уравнений (7.7) и (7.8) справедливы для граничного интегрального уравнения (7.9).

Очевидно, что случай малых возмущений граничных условий является частным случаем возмущения границы. Действительно, если граница области не была возмущена, то в разложение (7.3) все члены, начиная с члена первого порядка, равны 0, и это разложение вырождается в простое тождество. Однако разложения (7.4) и (7.5) формально никак не связаны с возмущением границы, поэтому в них может быть учтено возмущение граничных условий. Соответствующая последовательность граничных интегральных уравнений может быть получена из последовательности (7.7)-(7.9) занулением слагаемых, связанных с возмущением границы области решения.

### 8. Анализ полученных результатов

Основываясь на описанной выше методике тестирования программ, были произведены тестовые расчеты. В качестве тестовой была выбрана задача Дирихле для уравнения Лапласа

$$\Delta u = 0, \quad (8.1)$$

$$u|_{\Gamma} = g(x, y). \quad (8.2)$$

В качестве тестовых были выбраны следующие гармонические функции

$$u_1(x, y) = (x + y)/2, \quad (8.3)$$

$$u_2(x, y) = x^2 - y^2, \quad (8.4)$$

$$u_3(x, y) = e^{x-1} \cos y, \quad (8.5)$$

определенные в квадрате ( $0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1$ ) или круге единичного радиуса с центром в начале координат.

Очевидно, что полное исследование рассматриваемых алгоритмов по описанной выше схеме достаточно трудоемко и не может быть выполнено в ограниченных рамках настоящей работы. Например, при использовании метода граничных элементов нулевого порядка точности (то есть, аппроксимации известных и неизвестных величин на граничном элементе постоянными величинами), который применялся в данной работе, ни для одной из приведенных тестовых функций нельзя сформулировать тривиальную тестовую задачу. Определение внутренней погрешности метода также не представляется необходимым, хотя для определенных случаев глобальных возмущений оно может быть выполнено без труда.

Ситуация осложняется тем, что, если для глобального возмущения тестовая функция подбирается элементарно для любой формы области, например, в виде

$$u(x, y) = u_i + \varepsilon u_j, \quad (8.6)$$

где функции в правой части (8.6) определены соотношениями (8.3)-(8.5), то для локального возмущения граничных условий тестовую задачу можно построить только в области, для которой известны достаточно простые выражения функций Грина, то есть, круга, полосы, полуполосы. Что же касается возмущения формы области, то подобрать в этом случае корректную тестовую задачу достаточно сложно из-за необходимости определять и возмущения граничных условий.

Все, приведенные ниже, расчеты были выполнены в единичном квадрате с использованием сетки  $50 \times 50$  граничных элементов нулевого порядка, при этом максимальная погрешность метода для основной тестовой функции, определенной (8.5), равномерно расположенных узлах сетки внутри области составила  $0.68023800\text{E-}05$ , а среднеквадратичная погрешность  $0.23669210\text{E-}07$ .

В таблице 1 приведены результаты расчетов при помощи предложенного метода тестовой задачи Дирихле для функции (8.6) в случае глобального возмущения граничных условий. В этом случае отклик на возмущение может быть определен аналитически. Очевидно, что приведенные величины ошибок отклика соответствуют теоретически ожидаемым значениям. Как только величина возмущения оказывается сравнимой с погрешностью метода



граничных элементов, использовавшегося для решения краевых задач, относительная ошибка определения отклика начинает резко возрастать. В таблицах 2 и 3 приведены результаты расчетов локальных возмущений граничных условий для классического метода граничных элементов и алгоритма, предложенного в данной статье. Очевидно, что предложенный алгоритм оказался чувствительнее к возмущениям.

Табл. 1. Глобальное возмущение граничных условий. Расчет произведен комбинированным методом малого параметра (учет первого приближения) и граничных элементов.

Возмущение	Максимум отклика	Среднеквадратичный отклик	Максимум ошибки отклика	Среднеквадратичная ошибка отклика
.100000E-01	.2662778E-01	.3169073E-03	.1472421E-05	.7365684E-08
.999999E-03	.2662659E-02	.3169046E-04	.1393026E-05	.7268259E-08
.999999E-04	.2665520E-03	.3169177E-05	.1502704E-05	.7467075E-08
.999999E-05	.2694130E-04	.3172049E-06	.1623745E-05	.7217615E-08
.999999E-06	.3337860E-05	.3232388E-07	.1187220E-05	.5772337E-08
.999999E-07	.1072884E-05	.5991153E-08	.9698707E-06	.4077066E-08
.999999E-08	.9536743E-06	.4546245E-08	.9397531E-06	.4327189E-08

Табл. 2. Локальное возмущение граничных условий. Расчет произведен методом граничных элементов.

Возмущение	Максимум отклика	Среднеквадратичный отклик
.10000000E-01	.25033280E-02	.22570830E-05
.9999990E-03	.25025760E-03	.22577660E-06
.9999990E-04	.24951990E-04	.23158120E-07
.9999990E-05	.24735930E-05	.56874050E-08
.9999990E-06	.95367430E-06	.49376350E-08
.9999990E-07	.83446500E-06	.44488610E-08
.9999990E-09	.00000000	.00000000

Табл. 3. Локальное возмущение граничных условий. Расчет произведен комбинированным методом малого параметра (учет первого приближения) и граничных элементов.

Возмущение	Максимум отклика	Среднеквадратичный отклик
.10000000E-01	.25033360E-02	.22570510E-05
.9999990E-03	.25033370E-03	.22570500E-06
.9999990E-05	.25033360E-05	.22570480E-08
.9999990E-06	.28370880E-06	.29762680E-09
.9999990E-07	.25033370E-07	.22570560E-10
.9999990E-08	.25033380E-08	.22570530E-11

Таблицы 4 и 5 содержат аналогичные результаты для случая возмущения границы области решения. Как и ранее, предложенный алгоритм оказался чувствительнее к возмущениям.

Табл.4. Локальное возмущение границы. Расчет произведен методом граничных элементов.

Возмущение	Максимум отклика	Среднеквадратичный отклик
.10000000E-01	.78861560E-02	.78465500E-05
.99999990E-03	.29973690E-03	.29012160E-06
.99999990E-04	.23178760E-04	.33003970E-07
.99999990E-05	.70855020E-05	.23870020E-07
.99999990E-06	.68880620E-05	.23678410E-07
.99999990E-07	.68284570E-05	.23644730E-07

Табл.5. Локальное возмущение границы. Расчет произведен комбинированным методом малого параметра (учет первого приближения) и граничных элементов.

Возмущение	Максимум отклика	Среднеквадратичный отклик
.10000000E-01	.71920044E-02	.72663500E-05
.99999990E-03	.28376910E-03	.28333180E-06
.99999990E-04	.23447680E-04	.33310090E-07
.99999990E-05	.69143420E-05	.13956750E-07
.99999990E-06	.11147700E-05	.78645340E-08
.99999990E-07	.68145870E-06	.69585622E-08

## 9. Выводы

В настоящей работе предложен комбинированный алгоритм методов малого параметра и граничных элементов. Выше показана эффективность применения предложенного подхода для анализа малых возмущений. Показано, что точность, достигаемая при помощи предложенного алгоритма намного выше, нежели точность классического метода граничных элементов и достаточна для многих практических целей. Таким образом, данная работа имеет методическое значение для проведения инженерных расчетов.

Научная новизна данной работы заключается в предложенном подходе к численному исследованию малых возмущений и других малых эффектов.

Перспективы развития данной работы, как и возможности использования ее результатов, достаточно очевидны, и заключаются в применении предложенного подхода для построения эффективных расчетных схем с их дальнейшим применением в различных областях науки и техники. В первую очередь результаты настоящей работы представляют интерес для построения численных алгоритмов гидродинамики и теплообмена в многофазных средах, механики композитных материалов, микроэлектроники, однако, учитывая универсальный характер предложенного подхода, он может быть использован и в других областях, например, микробиологии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред, - М.: Наука, 1987. – ч. 1 – 464с., ч. 2 – 360с.
2. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров П. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел, - М.: Наука, 1988. – 309с.
3. Белоцерковский С. М., Гиневский А. С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей, - М.: Издательская фирма «Физико-математическая литература», 1995. – 368с.
4. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков, - М.: Мир, 1990. – 660 с.
5. Yevdokymov D. V. Boundary element method application to some multiphase flows // Continuum Models and Discrete Systems. NATO Science Series. II. Mathematics, Physics and Chemistry – Vol. 158. D.J. Bergman, E. Inan (Ed.). Kluwer Academic Publishers, 2004 – P. 181-182
6. Морс Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики, том 1. - М.: Изд-во иностранной лит., 1958. – 930 с., том 2. - М.: Изд-во иностранной лит., 1960. – 886 с.
7. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 576с.
8. Бабенко К. И. Основы численного анализа, - М.: Наука, 1986. – 744с..
9. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках, - М.: Мир, 1984. – 494с.
10. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов, - М.: Мир, 1987. – 524с.
11. Евдокимов Д. В. Об одном варианте регулярного метода граничных элементов. // Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. Випуск 2. Том 1. – Днепропетровск, 1999. – С. 150-156.
12. Бевза Э. К., Евдокимов Д. В. Особенности применения комбинированного метода граничных элементов и дискретных вихрей для решения плоских внешних задач гидродинамики // Труды X Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» - Херсон, 2001 – С. 51-55.
13. Yevdokymov D. V. Comparison of Numerical Method Sensitivity by Numerical Experiment // Annual Scientific Conference GAMM 2004, Dresden 2004. – p. 249.
14. Ван Тассел Д. Стил, разработка, эффективность, отладка и испытание программ, - М.: Мир, 1985. – 332с.

## К вопросу о стратегическом планировании качества образования

М. В. Владимирова, А. В. Спиваковский  
*Херсонский государственный университет*

The purpose of the article is the analysis of the data for determining problems and the methods of the modelling of the university activities strategic planning mechanism in order to improve the quality of education. The general formulation of the problem of the quality control of bachelors and masters training at University, the current state of the object University and determining impact for changing the state of the object has been considered.

### Введение

Современная экономика требует от любого предприятия, в том числе и от учебных заведений, своевременной реакции на изменение внешней среды. Без использования информационных технологий невозможно быстро выявлять необходимую информацию и обрабатывать ее для правильного принятия решений.

Краеугольный камень существования любого ВУЗа - сочетание учебных и научных целей. А главная учебная цель - постоянное усовершенствование качества обучения при заданных ресурсах. Для достижения поставленной цели необходимо разработать и совершенствовать две главные составляющие:

- определение задач и методов моделирования механизмов стратегического планирования деятельности ВУЗа по улучшению качества обучения;
- построение модели управления деятельностью ВУЗа в соответствии с разработанным планом.

Учитывая глобальность поставленных задач, в данной статье остановимся только на некоторых вопросах стратегического планирования.

Стратегия есть определение основных долгосрочных целей и задач, принятие курса действий и распределение ресурсов, необходимых для выполнения поставленных целей. Стратегическая альтернатива определяется путем сопоставления возможностей и ресурсов с учетом приемлемого уровня риска.

Таким образом, в результате стратегического планирования должны быть решены следующие задачи:

- выбор приоритетных направлений деятельности, которые нужно развивать для достижения в будущем основной цели;
- методы, с помощью которых можно наиболее эффективно прийти к желаемым результатам по каждому из направлений;
- прогнозирование затрат по каждому из направлений;
- прогнозируемая отдача по направлениям;
- прогнозирование рисков и разработка стратегии по их минимизации;
- построение модели организации учебного процесса в университетах;

выявление объектов внешней среды и построение имитационной модели взаимодействия Университета с этими объектами.

#### **Постановка задачи в общем виде**

Пусть  $x_t$  – состояние объекта в заданный момент времени;

$u_t$  – управление, возникающее на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ .

Тогда эволюция объекта управления описывается:

$$x_{t+1} = X(x_t, u_t, r_t, s_t, q_t), \quad (1)$$

где  $X(\cdot)$  – некоторый оператор;

$r_t$  – выявленные помехи на момент времени  $t_k$ ;

$s_t$  – помехи, неучтенные в моделях;

$q_t$  – параметры объекта.

Очевидно, что для того, чтобы состояние объекта в момент времени  $t+1$  приняло значение  $x_{t+1}$  необходимо к моменту  $t_k$  определить, какие помехи  $r_t$  и  $s_t$  будут действовать на объект на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$  и какие управляющие воздействия не обходимо предпринять, чтобы объект достиг требуемых параметров, описывающих его функционирование. Задачей планирования на дискретных интервалах времени является построение плановой траектории на период  $[t_k, t_{k+1}]$  в соответствии с заданными целями, с учетом ресурсов и помех со стороны внешней среды. Необходимо, чтобы система планирования была снабжена системами учета, анализа и прогнозирования. Процесс прогнозирования в общем виде описывается сенсорным уравнением:

$$Y_k = Y(x_t, x_{t+1}, u_t, r_{t+1}, s_t),$$

Где  $Y(\cdot)$  – оператор, отражающий работу задач прогнозирования.

В результате работы оператора  $Y(\cdot)$  формируется плановая траектория на  $k+1$  период функционирования. Расчет плановой траектории, осуществляемый системой планирования, задается уравнением:

$$x_{t+1} = P(Y_k, G^*, w_{k+1}^n),$$

где  $P(\cdot)$  – оператор расчета плановой траектории;

$Y_k$  – данные, полученные в результате работы системы учета, анализа и прогнозирования;

$w_{k+1}^n$  – параметры модели планирования;

$G^*$  – набор показателей, характеризующих план.

#### **Модель взаимодействия объектов внешней среды с объектом Университет на настоящий момент**

Рассмотрим одну из задач, решаемых в рамках стратегического планирования – выявление объектов внешней среды и построение модели взаимодействия Вуза с этими объектами.

Итак,  $x_t$  – состояние объекта (Университета) в момент времени  $t$ . Пусть  $t=t_0$ , где  $t_0$  – настоящий момент. Пусть  $z_k$  – объекты внешней среды. Выделим следующие объекты:

$z_1$  – МОНУ;

$z_2$  – гос. институты (Центры занятости управления образования и науки, обладминистрация);

$z_3$  – рынок труда;

$z_4$  – независимые агентства;

$z_5$  – средние учебные заведения.

Перечислим основные ролевые функции каждого объекта.

МОНУ. Формирование государственного заказа, финансирование, регулирование, контроль, аккредитация, лицензирование деятельности университетов, печать диплома.

Государственные институты. Трудоустройство, контроль за соблюдением законности, формирование групп для переподготовки и повышения квалификации.

Рынок труда. Производство высокотехнологических продуктов, в структуре которых преобладают низкая себестоимость материальных ресурсов;

Независимые агентства. Рейтинг, публикация, независимая оценка деятельности университетов, трудоустройство.

Университеты. Социальная, поступление, обучение, оценивание, выдача дипломов, распределение, переподготовка и повышение квалификации, селекция.

Представим каждый из объектов как вершину графа, ребра - взаимодействие между объектами. Поскольку в настоящий момент взаимодействие объектов неравнозначно, выделим три типа связей – слабые, средние, сильные. Получаем ориентированный граф с весами ребер  $H=\{h_i, i=1..3\}$ . На рисунке 1 представлены основные игроки внешней среды  $\{x, z_k, k=1..5\}$  и связи между ними.

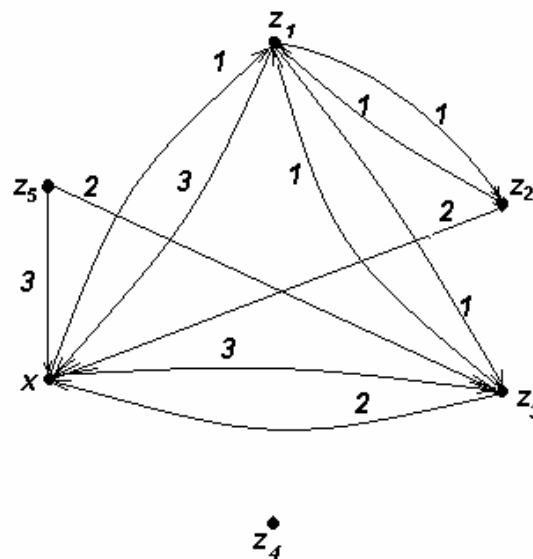


Рис.1 Взаимодействие объектов внешней среды с объектом Университет

Первичный анализ представленного на рис. 1 графа, а именно: наличие изолированных вершин, большой разрыв между весами из  $i$ -ой в  $j$ -ую вершину и из  $j$ -ой в  $i$ -ую, требует проведения более детального анализа взаимодействия

объектов и позволяет выявить и помехи  $\Gamma_t$  и параметры управления  $u_t$ , возникающее на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ , связанные с взаимодействием объекта Университет с внешней средой.

Рассмотрим несколько примеров.

#### **Пример 1.**

Слабая обратная (1) и сильная прямая (3) связи МОНУ и Университетов говорит о фактическом отсутствии автономии Университета и вместе с тем возможностью ректора единолично управлять учреждением без особой оглядки на мнение Ученого Совета. Такая ситуация на сегодняшний момент устраивает элиту МОНУ и Университетов, поскольку ректор реально зависит только от мнения Министра. При такой схеме взаимодействия, смена «хозяина» университета происходит тогда и только тогда, когда волюнтаризм принимаемых личных решений руководителя становится понятным всем, включая министерских чиновников.

#### **Пример 2.**

Проведем анализ отсутствия на момент времени  $t_0$  связей между вершиной  $z_4$  («Независимые агентства») и другими объектами. Очевидно, что хотя бы между  $z_4$  и  $z_1$  (МОНУ),  $z_4$  и  $x$  (Университет) связь должна существовать.

На сегодняшний момент отсутствие связи может быть обусловлено несколькими причинами. Одна из причин (помех), на наш взгляд, заключается в том, что МОНУ на сегодняшний день не торопится делегировать часть своих, сформированных еще в советское время, полномочий публичным структурам, а университеты не хотят подвергаться процедурам открытой, честной, публичной экспертизы своей деятельности. И это есть проблема качества подготовки студентов. А зная причину, можно определять управляющее воздействие для минимизации выявленной помехи. Первые управляющие воздействия со стороны МОНУ начали проявляться. Во-первых, через намерение создать наблюдательные советы при вузах. А во-вторых, через создание национального агентства по тестированию желающих поступить в университеты.

Но выявить управляющие воздействия недостаточно, необходимо и определить методы его реализации. В настоящий момент МОНУ пытается изменить состояние объекта Университет, посредством добавления еще одной функциональности этого же объекта. А именно, если посмотреть соответствующее решение коллегии МОНУ по первому вопросу, выполнение наблюдения за деятельностью ректора не должна выполнять структура, назначаемая этим же ректором.

Очевидно, что управляющее воздействие, которое должно изменить поведение самого объекта должно быть направлено извне и нам видится, что необходимо на законодательном уровне, включить в систему образования Независимые агентства в качестве основного объекта, обеспечивающего баланс в качестве подготовки студентов, передав им часть полномочий.

Связь между объектами может появиться и за счет изменения (добавления) функциональности двух связываемых объектов.

Рассмотрим такую функциональность, как лицензирование деятельности образовательных учреждений МОНУ. Действительно, это ролевая функция должна остаться за МОНУ с акцентом на исследование ресурсов университета

(материально-технических, кадровых, организационных и т.д.). Но оставлять этот направление без обратной связи, так как это происходит сейчас, означает не только утрату контроля качества, но и реальной связи с потребностями общества. Поэтому, на наш взгляд, очень важно делегировать объекту Государственные институты функцию лицензирования профессиональной деятельности выпускников. Таким образом, наличие диплома должно являться только необходимым условием для осуществления профессиональной деятельности. Выпускнику вуза необходимо будет получать еще и лицензию. Для ее получения выпускнику надо будет проходить тестирование в специально созданных государством комиссиях. И если система тестирования выявляет определенное количество, например 5, рекламаций по данной специальности из данного вуза, то МОНУ обязано аннулировать аккредитацию этого вуза на подготовку специалистов по данной специальности. Таким образом, система управления качеством замыкается в рамках контроля компетенций бакалавров и магистров независимыми объектами. Аналогично можно принимать рекламации от предприятий по специалистам, где лицензирования профессиональной деятельности нецелесообразно.

### **Пример 3.**

Обратим внимание на сильную связь между объектом Школа и Университет и отсутствием обратной связи.

Система высшего образования, помимо образовательной функции, играет существенную социальную роль. Это буфер между выпускниками школ и рынком труда. Не может реальный рынок труда одномоментно переварить 486 тысяч выпускников школ, имеющих приблизительно равные профессиональные компетенции. Необходимо провести селекцию. Необходимо «растворить» наиболее талантливую часть выпускников в системе высшего образования. Дать им шанс реализовать свои творческие амбиции. И в конечном итоге сформировать элиту общества, реально востребованную рынком труда через высокую зарплату. Например, в университете Глазго (Каледония) фактически обучение на 1-курсе посвящено выравниванию, адаптации и отбору тех студентов, которые смогут получить квалификацию бакалавра на последующих курсах. Этот университет гордится тем, что за последние 20 лет контингент существенно вырос, с 36 до 52 процентов выпускников школ. Да, при этом возникла проблема неоднородности контингента первого курса. Однако, сделав акцент на социальной составляющей для студентов 1-го курса, администрация решает проблемы не только адаптации, выравнивания и селекции, обеспечив соответствующие условия и включив в этот процесс значительное число лучших учителей школ, но и формируя устойчивую мотивацию образовательной деятельности своих первокурсников. Именно такой подход обеспечивает возможность построения осознанной собственной траектории обучения на старших курсах. Кроме Киево – Могилянской Академии, которая реализует такой подход только в первом семестре, я не знаю ни одного украинского вуза, целенаправленно реализующего свою социальную селективные роли.



### Предлагаемая модель взаимодействия объектов внешней среды с объектом Университет

Для того чтобы принять правильное решение, необходимо проанализировать функциональности каждого объекта с учетом его состояния на текущий момент времени, построить имитационную модель взаимодействия объектов и модель изменения состояния самого объекта для достижения поставленной цели. В данной статье мы сделали общую постановку задачи и указали возможные пути анализа и изменения текущей ситуации. Но уже предварительный анализ позволяет предложить другую схему взаимодействия, которая на наш взгляд, позволит не только улучшить систему управления качеством подготовки студентов, но и приблизить украинскую образовательную систему к европейской или американской.

В результате проведенного анализа предлагаются следующие изменения.

Первый тип изменений касается взаимодействия объектов: в графе отсутствуют изолированные вершины, появились новые ребра. Влияние одного объекта на другой имеет обратную связь и эта связь имеет то же весовое значение. На рисунке 2 представлен неориентированный граф, отражающий желательное взаимодействие объектов внешней среды.

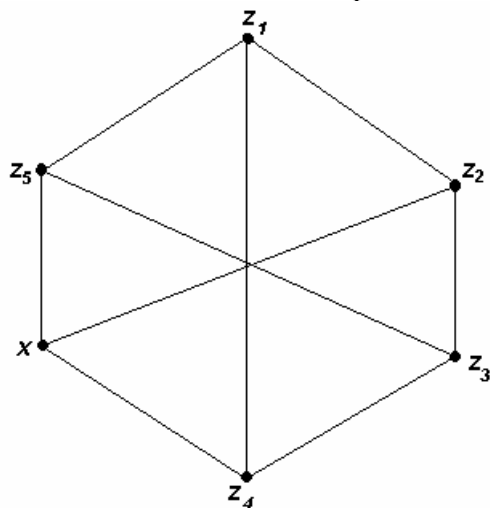


Рис.2. Схема взаимодействия объектов предполагаемой образовательной системы Украины.

Второй тип изменений касается изменений ролевых функций участников.

Перечислим предлагаемые ролевые функции участников. Жирным шрифтом выделены новые роли, роли которые переходят другим объектам зачеркнуты.

МОНУ. Формирование государственного заказа, финансирование, регулирование, контроль, аккредитация, лицензирование деятельности университетов, ~~печать диплома~~.

Государственные институты. Трудоустройство, контроль за соблюдением законности, формирование групп для переподготовки и повышения квалификации, **выдача лицензий на осуществление профессиональной деятельности, рекламы** В МОНУ.

Рынок труда. Производство высокотехнологических продуктов, в структуре которых преобладают низкая себестоимость материальных ресурсов, **рекламации В МОНУ**.

Независимые агентства. Рейтинг, публикация, независимая оценка деятельности университетов, трудоустройство, **выдача лицензий на осуществление профессиональной деятельности**.

Университеты. Социальная, поступление, обучение, оценивание, **печать дипломов**, выдача дипломов, **помощь в нахождении рабочего места**, переподготовка и повышение квалификации, селекция.

### **Заключение**

Необходимо понять, что срочно требуется серьезный, капитальный ремонт всего здания системы образования Украины и переход к современным моделям, обеспечивающим наличие адекватной системы управления качеством подготовки будущего нашей страны. И делать это не нужно не эпизодически, латая прорехи, а, используя системный подход, учитывая внутреннюю структуру высшей школы на данный момент, взаимодействие ее с внешней средой, определить задачи и методы моделирования механизмов стратегического планирования деятельности ВУЗа, разработав модели управления деятельностью ВУЗа в соответствии с разработанным планом.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Співаковський О.В., Глущенко О.О., Кудас Н.А., Федорова Я.Б., Чаловська Н.М., Щедролосьєв Д.Є. Інформаційні технології в управлінні вищими навчальними закладами: Методичний посібник. – Херсон: Айлант, 2005. – 152 с.
2. Гуржий А.Н., Кривцов В.С., Кулик А.С., Мирная Е.В., Нечипорук Н.В., Чухрай А.Г. Информационно-аналитические модели управления техническими высшими учебными заведениями. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьковский авиационный институт», 2004. – 387 с.
3. Рішення колегії Міністерства освіти і науки України від 24 березня 2004 року, Протокол № 3/2 -4.
4. Михайлов В.С. Теорія управління.- К.: Вища школа, Головное издательство, 1988.- 312 с.: 80 ил.
5. Терехов В.А., Куценко В.А., Сиднев С.П. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении.- Киев: Вища школа. Головное издательство, 1984.- 231 с.: ил.
6. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. – М.: Наука, 1978. – 270 с.

## LCG Middleware at the KIPT CMS Linux Cluster

M. V. Voronko, S. S. Zub, L. G. Levchuk, D. V. Soroka

*NSC Kharkov Institute of Physics and Technology, Ukraine*

Problems associated with storage, processing and analysis of huge data samples expected in experiments planned at the Large Hadron Collider (LHC) are discussed. Current status of the KIPT CMS Linux Cluster (KCLC), which is a part of the Moscow distributed regional center for the LHC data analysis, is outlined. Configuration of the LHC computing Grid middleware at the KCLC is described. Participation of the KCLC in the CMS Monte-Carlo event production is outlined.

### 1. Introduction

The revolutionary development of computing facilities and networks that the society has witnessed for the last decade opens new opportunities for solving long-standing problems in science. This progress has already boosted [1] research activities in molecular biology (molecular modeling for drug design), neuroscience (brain activity analysis), geosciences (earthquake simulations and predictions), theoretical physics (non-perturbative treatment of strong interactions based on the lattice quantum chromodynamics (QCD)), and other fields on frontiers of the contemporary science. The complexity of these problems predetermines the needs of huge computing resources to be involved in the investigations and calls for a broad cooperation of scientists on an international or even global scale. Furthermore, such cooperation implies not only joint intellectual efforts aimed at solution of a scientific problem itself, but also establishment of principally new concepts of computation with possibility to allocate world-widely distributed resources to an application job. The latter aspect is addressed by the Grid technology, which was put forward in late ninetiess (see, e.g., Ref. [2] and references therein) and emerges in the beginning of the new century as a novel universal computational environment enabling integration of processors and storage elements of systems belonging to diverse organizations in widespread locations.

One of the major challenges that promote fast development and implementation of the Grid infrastructures comes from the high-energy physics (HEP), where experimentalists encounter exorbitant amounts of data which have to be securely stored, quickly processed and thoroughly analyzed. Nowadays, the bulk of HEP data is provided by experiments performed on particle accelerators at FNAL, SLAC and BNL (USA), DESY (Germany), and KEK (Japan). However, the situation is going to be dramatically harder in case of experiments to be carried on at the Large Hadron Collider (LHC), world's largest accelerator, which will be put into operation at CERN (Switzerland) in 2007.

The LHC nominal luminosity of  $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  corresponds to  $10^9$  proton-proton collisions per second. Four detectors installed at the beam crossing points will register particles produced in these interactions. In case of the Compact Muon Solenoid

(CMS) detector [3], about  $10^{-7}$  of the total event flow will be selected by a multi-level trigger for the off-line event processing and analysis. Thus, the data should be archived in a high performance storage system (SS) with the rate of  $\sim 100$  Hz. Since the size of one CMS event written to the SS is supposed to be  $\sim 1$  Mbyte, about 100 Mbyte of the information per second (or more than 1 Pbyte annually) has to be transferred to the SS.

The CMS physics program includes search for the Higgs boson, supersymmetry partners to known elementary particles and rare decays of B-mesons. A discovery of signals manifesting an evidence for such “new physics” requires an immense amount of data to be processed and thoroughly analyzed. Typically, the integral luminosity of  $\sim 10^5 \text{ pb}^{-1}$  is needed in order to separate those manifestations against a huge background (see, e.g., Ref. [3]). It means that  $10^9$  CMS events (or  $10^{15}$  bytes of information) have to be processed and analyzed. All this sets hard requirements upon data acquisition and storage systems, terms of computing and networking.

Furthermore, in preparation of the experiment, a lot of computational work is needed in order to optimize the trigger system and provide its physical contents, i.e., justify selection of given data samples and rejection of others. This activity implies “complete” simulation of the experiment starting from event generators (Monte-Carlo tools realizing existing theoretical models for description of high-energy particle interactions), through detailed simulation of the detector response, to the final stage which is event reconstruction and analysis. Certainly, to accomplish this work, considerable computing power is required.

Major challenges for the scientific community involved in the LHC experiments are supposed to be met via communication and collaboration at a distance, network-distributed computing and software development, remote data resource management and physics analysis. It suggests development of a Grid infrastructure, which would take into account mentioned above peculiarities and purposes of these experiments. The work on this project known as LHC Computing Grid (LCG) [4] is currently under way. Within this project, a complex multi-tier architecture of regional centers (RC's) is created [5] for data storage, processing and analysis (see Fig. 1). Interaction of processes running in different RC's is supposed to occur through the network, what is provided by a sort of connectivity software called middleware. Installation and proper configuration of the LCG middleware at a RC is not a trivial task, since this software is a prototype version subjected to permanent modification, rather than a completed product. Then, there are no universal recipes of tuning the Grid services, which would take into account the variety of system environments. Instead, one has to go on in the configuration process step by step, in order to avoid possible system conflicts. Moreover, participation of remote systems is needed to assure that the LCG middleware is correctly installed and configured at a given RC.

In this paper, we outline the procedure of LCG middleware configuration at the KIPT CMS Linux Cluster (KCLC). The KCLC is a specialized PC farm devised for conducting activities on Monte-Carlo simulations within the CMS physics program and CMS data analysis. The first stage of the KCLC (see Ref. [6]), which now enters the Moscow distributed RC (see Fig. 1), was constructed in 2001. Information about its current performances is given in the next section. Configuration of the LCG middleware elements at the KCLC is described in Sect. 3. Some use of these elements

is concerned in Sect. 4, where our CMS simulation activity is briefly described. Sect. 5 contains concluding remarks.

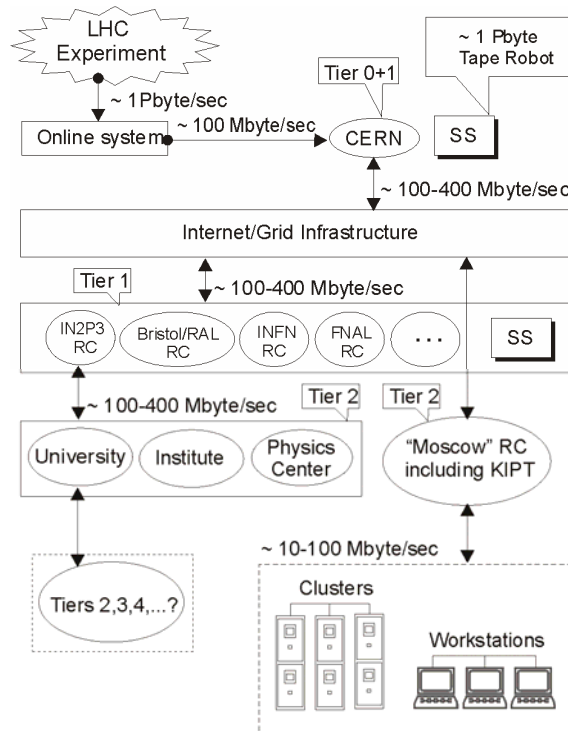


Fig.1. Hierarchy of Grid structures for LHC experiments.

## 2. KIPT CMS Linux Cluster

The KCLC (see Fig. 2) is a specialized PC farm for computing within the CMS physics program. Eleven dual nodes, viz., 4x800 MHz, 4x1000 MHz, 10x1400 MHz Pentium III, 2x2.0 GHz Xeon and 2x2.4 GHz Xeon processors are allocated for interactive or batch jobs providing the total PC farm CPU power of ~38 Gflops. The overall hard disk drive (HDD) storage is 2.5 Tbyte including two (0.4 Tbyte and 0.9 Tbyte) RAID arrays. System RAM is 9 Gbyte.

The nodes run Linux as the operation system (OS) and the Portable Batch System (PBS) (see, e.g., Ref. [7]) as a batch system. Other important components of our cluster are the network file system (NFS) and network information service (NIS). They provide the joint access to such resources as CERNLIB (including PYTHIA and GEANT), ROOT, PYTHIA, GEANT and LHC++ and to specific CMS software such as CMSIM (a GEANT-based package for simulation of the CMS detector response), ORCA (an object oriented tool for CMS event reconstruction). Versions of the programs are permanently refreshed according to CMS collaboration current demands.

The PBS is used as the cluster batch job and system resource management package. It accepts (see details in Ref. [7]) a batch job (a shell script with some control

attributes) preserves and protects the job until running, runs the job and delivers output to the submitter. The PBS allows one to administer flexibly the system resources while carrying on the computing and may be configured to support jobs run on a single system, or many systems grouped together. It can load processors of the cluster nodes in an optimal way (in accordance with an administrator policy) and select, e.g., the highest-priority execution jobs.

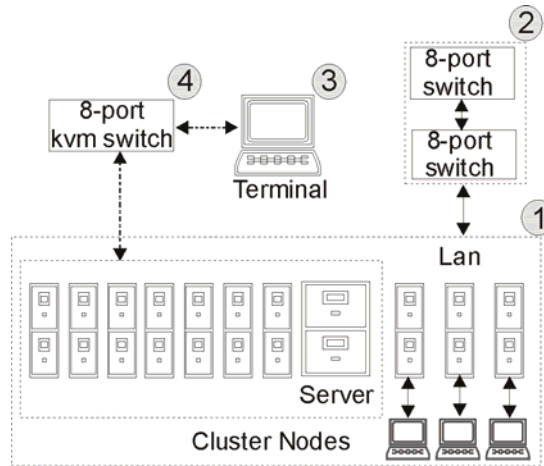


Fig.2. KCLC layout: 1 – server and nodes; 2 – two ethernet switches; 3 – terminal; 4 – kvm switch.

The configuration of the PBS at the NSC KIPT CMS Linux cluster is presented in Fig. 3.

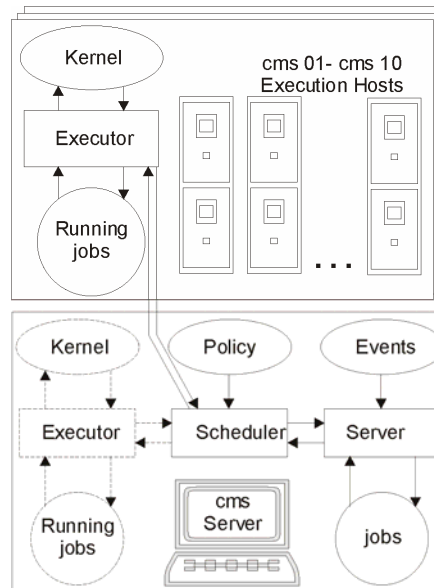


Fig.3. Use of PBS at the KCLC.

The batch system consists (see Ref. [7]) of a command shell and three daemons: the job server, the job scheduler and the job executor, with the latter being activated on every host allocated for execution. The commands are used to submit, monitor, modify and delete jobs and are available at each of the 11 nodes of the cluster. They communicate through the network with the job server. The server main function is to provide proper processing of the “events”, i.e., such services as receiving/creating a batch job, modifying the job, protecting the job against system crashes and placing the job into execution. The job scheduler is a daemon, which contains a “policy” controlling which job has to be chosen for execution, and where and when it has to be submitted. The scheduler communicates with the server to get information about the availability of jobs to execute. To learn about the state of system resources, it addresses the job executors. (The daemon-to-daemon interface occurs via the network.) The job executor is the daemon, which actually places the job into execution. It also takes the responsibility for returning the job output to the user. Once a new job to be executed is found by the scheduler, and free resources are available in the system, the job is submitted to an execution host least loaded at the moment as estimated by the batch system. At present, the maximum number of non-parallel jobs executed on the cluster simultaneously is 22. The dual Intel Pentium III 800 MHz computer, performs the server tasks and does not participate in batch executions by default, though can be allocated to a batch job by a special request. If there are no free nodes (i.e., all 22 execution processors are busy), new submitted jobs are put (depending on computing resources requested) into one of 5 queues. When a free processor becomes available, it is immediately allocated to a job from the queue corresponding to the least amount of requested resources.

### 3. Grid Middleware at the KCLC

As mentioned above, the LCG middleware closely interacts with the system environment. For that reason, to avoid possible system conflicts, we performed a manual (step-by-step) LCG software deployment. Such a procedure helped us to provide a proper interface between LCG services and packages needed for CMS computational tasks such as, e.g., CMS Monte-Carlo event production (see Sect. 4). On the other hand, it allowed us to overcome difficulties associated with low external network bandwidth.

Of course, any Grid middleware is assumed to perform a variety of functions, and, in general, there is no single completed set of packages that would provide all these tools. This is typical of systems subjected to fast development and modification. However, there exist a number of common packages, which are included in the majority of Grid-based software. The LCG middleware discussed here uses the Globus tool kit [8] and the most part of the services developed within the European Data Grid (EDG) project [9].

These packages provide the work of main services, *viz.*, GridFTP, GateKeeper, Globus Job Manager, monitoring and discovery service (MDS), locallogger, Broker, MyProxy, etc. The main set of packages is supplemented by software, which is specific for a given collaboration (CMS, ATLAS, ALICE or LHCb) participating in the LCG project.

Generally speaking, Grid components can be either single computers or clusters. Cluster option is supported by the LCG, in particular, via inclusion of the LCG-

specific interface to the Open PBS [7] called *lcgpbs* in the middleware. Accordingly, earlier PBS configuration described in Ref. [6] has been altered at the KCLC by the *lcgpbs* wrapper in order to provide a due operation of the LCG services.

Furthermore, a system in the LCG may include nodes having different functions. In case of the KCLC, we have nodes of the Computing Element (CE), Worker Node (WN), Storage Element (SE), and User Interface (UI) types.

The CE is based on 5 main services supported by the Globus package [8]. At the top level, the Globus provides services for organization of metacomputer infrastructure: Adaptive Wide Area Resource Environment (AWARE), version MPICH of the Message Passing Interface (MPI), Constructing Virtual Environment (CAVE), Common Object Request Broker Architecture (CORBA), etc. Principles and libraries of earlier systems, such as the Parallel Virtual Machine (PVM), the “plane” MPI, Condor, and their expansions, have been put into the basis of the package. The detailed description of the concept and realization of parallel programming with MPICH methods is outlined in the package documentation and in Ref. [10].

The Globus service that provides access to a CE from the Grid is called *gatekeeper*. It is the “frontend” of the CE. Usually, Gatekeeper is installed on a computer with a real IP address. It is this node that accepts jobs from an LCG user, distributes them over the WN’s of a cluster and returns the output to the user. In case of the KCLC (see Fig. 4), we have one CE (node ‘cms’) and 9 WN’s installed on all nodes of the farm, except for the SE (‘cms05’). As shown on Fig. 4, the WN services can be configured also on a node running the CE. At the KCLC, the WN installed on the CE node can be allocated to a job through a special request.

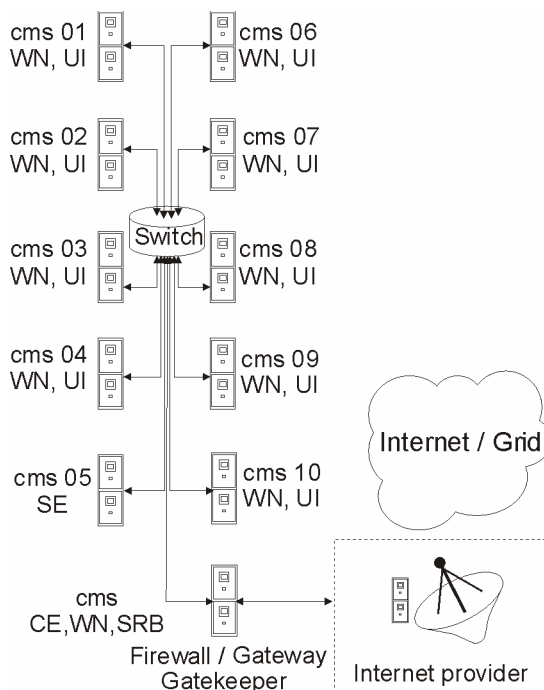


Fig.4. KCLC with Grid elements.



The next Globus service needed for the CE configuration is the MDS based on the *ldap* protocol. It provides an information support to the local batch system and corresponds to the external LCG structures about the system status. The system data are collected through the so-called Berkley data-based information index (BDII) or Grid information index (GIIS) server. The information is taken by the server from clients of the Grid resource information service (GRIS). The GRIS has been configured on all of the KCLC nodes.

The most important service responsible for the data transfer between LCG nodes is GridFTP. At present, the GridFTP meets all the requirements established for contemporary global networks.

As mentioned above, the LCG middleware contains a Globus wrapped version of the OpenPBS needed for interaction of the CE with the WN's. The Globus service that accomplishes this interface is the Globus resource allocation manager (GRAM).

At last, one needs to configure a very important EDG service called *locallogger*, which provides authorization of users on the CE and secure operation of the system.

In general, CE installation at the KCLC required deployment of 132 system packages and adaptation of 21 configuration files.

The WN's are the nodes, where jobs, actually, run. However, a user does not interact directly with them. All work of the WN's occurs behind the CE and is hidden from the user. The WN's should have access to user's packages (e.g., software specific for a given experiment), while the CE manages their operation via the *gatekeeper* and the batch system. In case of the WN, no special Globus services (like the ones used by the CE) are needed. Nevertheless, Globus utilities (GRIS, GRAM, etc.) remotely collect information about WN resources for the CE. The WN setup at the KCLC caused installation of 135 system packages with adaptation of 8 configuration files.

First of all, the WN services have been installed and configured on one of the KCLC nodes (*viz.*, cms06). While doing this, a shell script automating this procedure was developed and tested and then used for subsequent WN setting up on other nodes.

The SE is a Grid node that has to fulfill an access to data disposed on an SS (large disk array, tape (DLT) robot, etc.) for other nodes. The SE provides a uniformity of such an access, with allowing a remote user to be unaware of the SS technical details, number and internal interaction.

The SE functions are determined by peculiarities of the HEP tasks. Information about data location on an SE can be directly obtained from the corresponding CE name. This makes it possible to avoid ineffective exchange with big data arrays between different RC's for processing or analysis, because the principle of data, computing resources and software encapsulation can be readily implemented in this scheme.

LCG file access management occurs by means of the so-called Virtual Organizations (VO's). In case of the KCLC, the VO's are the CMS and the CERN Grid deployment team (DTEAM). The VO's have special local accounts at the SE. Any LCG user belongs to a VO and possesses a personal certificate mentioned in the *grid-mapfile* at the SE. This certificate is put into correspondence with a local user with name that coincides with the VO name.

The SE is burdened with more system services than the CE or WN. In addition, it actively uses such Globus services as *gatekeeper*, GridFTP, Globus Job Manager,

MDS, *tomcat*, etc. Adaptation of 14 configuration files was needed for SE installation at the KCLC.

The UI is any node, which runs software providing direct access to Grid resources. It is that machine that gives an opportunity for a user to communicate with the Grid through the LCG command interface. The UI is used to submit jobs and get results of computations.

To run the UI functions, *openssh* must be installed and properly configured on the system. In case of a cluster, it is important that the *ssh* configuration would support batch job submission and processing. At the KCLC, this is achieved by a passwordless node-to-node access based on the host-based authorization provided by a special *sshd* daemon configuration.

One of the main Grid problems is security. It is solved not only by special protocols, but also through a package of measures, which include obligatory use of personal and other certificates, authorization with a password and ordinary restriction of access to ports of an element performed by a system of special package filters called *firewall*. All these measures are consistent with the current LCG middleware version installed at the KCLC, which is LCG\_2\_2\_0.

In addition to the LCG middleware described above, we configured at the KCLC also the storage resource broker (SRB) [11], which is a separate (non-LCG) Grid element. The SRB is client-server middleware that enables a uniform interface for connecting to heterogeneous data resources over a network and data replication. At the KCLC, both SRB server and client services have been running since 2002.

Information about all data accumulated on world-spread SRB servers is contained on so-called metadata catalogue (MCAT) servers. An MCAT server stores and synchronously refreshes data catalogue images of SRB servers registered at this MCAT server. The KCLC SRB server has been registered at the MCAT server of the Bristol/RAL RC (United Kingdom).

An access to SRB data occurs by means of a command interface resembling “classical” file transfer protocol (FTP) shell, though allowing a user to manipulate pseudo-locally with data physically stored on different remote SRB servers. Similar to the SE, this scheme provides a uniform way of data treatment and hides technical details of the SS hardware.

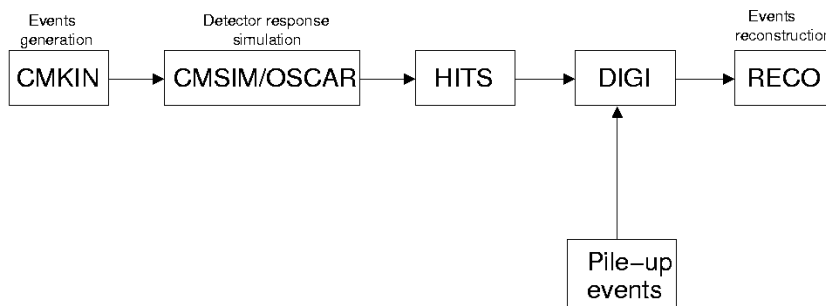
At present, the KCLC SRB server contains CMS data generated on the cluster within the CMS Monte-Carlo event production program starting from 2002.

#### **4. Participation in the CERN/CMS Monte-Carlo Event Production**

It has become a common HEP practice to perform complete computer simulation of an experiment as a preliminary step of its accomplishment. Certainly, in case of such a complex system as the CMS, this task requires a great amount of computation. It is caused by both the complexity of physics processes to be simulated and the elaborate design of the CMS detector, response of which should be adequately reproduced. Such computer experiment is needed to optimize the detector trigger system. Then, it gives an opportunity to tune and check the integrity of the LCG middleware and other software developed for CMS data distributed storage and analysis. Also, an important objective of this activity is studying software tools developed by the collaboration for event reconstruction and training of physicists intending to participate in data processing and analysis.

Participation of the RC's in the complete computer simulation of the CMS experiment occurs via the so-called CMS Monte-Carlo event production. Computing resources of universities and research centers from more than 30 countries are involved in solution of this problem.

The scheme of the complete event production chain is displayed in Fig. 5. The computer experiment starts from the event generation (module CMKIN), performed by the PYTHIA simulation tool (see Ref. [12]) that implements the Lund version of the quark-parton model of proton-proton interactions. Detector response simulation (block CMSIM/OSCAR) is introduced by the Fortran-based package CMSIM performing complete GEANT [13] (version 3) simulation of passing particles through the CMS detector. Optionally, this step can be fulfilled with the OSCAR [14] package, the detector simulation object-oriented software, utilizing the C++-based GEANT\_4 toolkit. The CMSIM/OSCAR simulation is the most CPU-time-consuming part of the production cycle. The average multiplicity of particles produced in proton-proton collisions at the LHC energy reaches several hundreds, and the history of each of such particles and its possible decay products should be followed up to the particle disappearance (due to decay, stopping or escaping the detector volume). A typical production job generating 250 CMS events takes more than 24 hours of a 1 GHz Pentium III processor. The result of this step is information about tracks of all particles passed through the detector. Based on this information, the signals in the CMS compartments are evaluated (step HITS). Digitization of these signals (stage DIGI) and reconstruction of particle tracks (RECO) with (optionally) taking into account possible pile-up events are accomplished by the ORCA tool [15].



*Fig.5. Complete cycle of the CMS event generation/reconstruction.*

The KIPT/CMS Group has been participating in the event production runs since 2002 employing the KCLC. A production center has to have a cluster of computers capable of running batch jobs and a special CMS simulation software. Apart from the mentioned above physics software, the latter includes a number of special production tools.

An RC receives a request to simulate the events in the form of an assignment with a unique identification number (ID). This process is maintained with the help of a reference database (RefDB) located at CERN, which generates requests, distributes assignments and traces their status. When an assignment is received, it should be processed with a complex of Unix shell, Python and Perl scripts called McRunjob. Of course, McRunjob has to be properly configured with taking into account the system environment of the PC farm and the peculiarities of the given assignment. It takes the

assignment ID as an input and downloads the relevant data from the RefDB creating a number of jobs, with each of them being a complete entity capable of running independently. It also keeps the track of jobs by updating their status in the RefDB and using the BOSS software [16], which is a wrapper for the cluster batch system providing an interface to the MySQL database.

In case of the KCLC, the jobs are submitted to a PBS queue, which distributes them for execution on different nodes of the cluster. If some of these jobs fail for some reason, they can be resubmitted later. The BOSS provides real time monitoring and book keeping for jobs submitted and running on the cluster and storing the information in the MySQL database located on the KCLC CE node ('cms').

The complexity of installation and configuration of the production software is associated with difficulties of adaptation of these complex tools to a specific platform with the peculiarities and nuances typical of a cluster system. Besides, versions of the physics packages must be agreed upon in order to get results that can be checked and reproduced.

When a production job is running, a summary file for this job is generated by the production software, which contains complete information about the computation process (versions of all physics packages actually used, initial random number, names and sizes of all generated files, execution host name, date and time of the beginning and the end of the execution, resources [RAM and CPU time] used, etc.). Upon completion of the job, the summary file is automatically either e-mailed directly to CERN, or written to the MySQL database to be processed later by a script transferring the relevant information to the CERN RefDB. In any case, information in the RefDB is updated on a regular basis. This provides permanent monitoring of the production activity in the RC's. On the other hand, the summary files give an opportunity to check or reproduce the production results, if some of them appear to be questionable or incomplete.

Reliability of the production results is also achieved through the so-called validation assignments (VA). Before running a production assignment, it is mandatory for a production center to ask for the VA from the RefDB and run it. The VA examines the system environment and correctness of the software versions. The resulting VA summary files submitted to CERN must coincide with sample data. Only in this case the RC is admitted to the physical event generation and can get the production assignment.

Concise statistics of KCLC participation in the CMS Monte-Carlo production runs is presented in Table 1. More than 600000 events have been generated at the KCLC within this program for the two years, with the majority of these data being the results of the most cumbersome production step CMSIM. The CMSIM data occupy ~1 Mbyte/event of the HDD space. There are also generated (CMKIN) and reconstructed (RECO) events in the form of the so-called HEP-standard "ntuples", as well as HITS files, which are comparable in the size per event with the CMSIM data. A physical content of a production assignment is given by the corresponding dataset name. For instance, dataset 'hi02\_qcd80\_90' means generation of QCD jets in the transverse momentum range  $p_T=80-90$  GeV/c requested by the HI ("heavy ions") physics group in 2002, while 'jm03\_Wjets\_20\_50' refers to production of weak  $W^\pm$  bosons with  $p_T=20-50$  GeV/c accompanied by QCD jets in proton-proton collisions at the LHC

energy requested by the JetMET (“jets and missing transverse energy”) group in 2003. More detailed information about each of the datasets listed in Table 1 can be found in the CERN RefDB.

In conclusion, we would like to mention that, in addition to participation in the CMS event production program, the KCLC is intensively used in our studies of possibilities to observe a heavy Standard Model Higgs boson in decays  $H \rightarrow ZZ \rightarrow ll\nu\nu$  with the CMS detector. Details concerning this activity can be found, e.g., in Ref. [17].

*Table 1. Results of KCLC participation in CMS Monte-Carlo event production in 2002–2004.*

Data Set	Assignment ID	Number of events generated	Data type
Hi02_photon100_110	1829	1000	CMSIM
Hi02_qcd80_90	1644	5000	CMKIN, CMSIM
Hi02_qcd100_110	1645	1000	CMKIN, CMSIM
eg02_BigJets	1958, 1959, 1960, 1961	85250	CMKIN+CMSIM, HITS, DIGI, RECO
Bt03_qcd120_170tth	2245	80000	CMKIN
mu03_tt2mu_Mll1000	2549	500	CMKIN
eg03_Wenu_calibration	2840	99500	CMSIM
Jm03_Wjets_20_50	3024	100000	CMKIN
eg03_Zee	3047	100000	CMSIM
Tt_ch_140_tb20	5344, 5345, 5481	150000	CMKIN, CMSIM, HITS

## 5. Conclusion

An enormous data flow expected in the LHC experiments forces the HEP community to resort to the LCG, a Grid-based model of data storage, processing and analysis. Accordingly, a worldwide infrastructure of LCG RC’s is created, with the KCLC being a part of the Moscow distributed RC.

The KCLC is a specialized PC farm constructed at the NSC KIPT for computer simulations within the CMS physics program and preparations to the CMS data analysis. Currently, it combines 22 CPU’s, and its total HDD storage is 2.5 Tbyte.

These performances allow us to participate in the CMS Monte-Carlo event production representing “complete” simulation of the CMS experiment. Such computer experiments require huge computation resources, and their accomplishment is distributed world-widely over the RC’s. For the time being, more than 600000 events have been generated on the KCLC in such production runs. The most part of the generated data are stored at (and can be fetched from) the KCLC SRB server.

To proceed further with our preparations for the CMS experiment, the installation and proper configuration of the LCG middleware at the KCLC was needed. This is not a trivial task, since this software is neither universal nor “complete” product, and one has to go on in the configuration process step by step, in order to avoid system conflicts. At present, the LCG middleware that supports the CE, WN, SE, and UI functions for the KCLC nodes has been installed. A number of special system services had to be configured in each case. The employed at the KCLC procedure of manual step-by-step LCG software installation and configuration as well as the scripts

developed for its implementation are applicable for LCG middleware deployment on other computing centers scheduling allocation of their resources for tasks of LHC data processing or analysis.

To our knowledge, the KCLC is, at present, the only PC farm in Ukraine, which has been constructed to meet the HEP computing needs, and which is actively used in computation activities for the LHC experiments. Introduction at the KCLC of the computation concept based on the novel Grid technology is also pioneering for the country. So, we hope that our experience can be useful for construction of other computing systems of the similar type, and, on the other hand, our work is promotional for introduction of the Grid computing technology in Ukraine.

Further development of the KCLC is planned with considerable increase of its capacities and deeper integration into the LCG structures.

## 6. Acknowledgements

The authors thank Prof. P. V. Sorokin for his permanent interest to this work and helpful discussions.

## REFERENCES

1. <http://www.gridcomputing.com>.
2. Foster I., Kesselman C., and Tuecke S. The Anatomy of the Grid Enabling Scalable Virtual Organization // Int. J. High Perform. Comput. Appl. 15(3), (2001).
3. The Compact Muon Solenoid Technical Proposal, - CERN/LHCC 94-38, 15 December 1994.
4. Lamanna M. The LHC computing grid project at CERN // Nucl. Instr. and Meth. A. (in press); <http://lcg.web.cern.ch/LCG>.
5. Stickland D. CMS Computing and Core-Software Report, - Proc.VIth Annual RDMS CMS Collaboration Meeting, "Physics Program with the CMS Detector", IHEP, Moscow, Russia, December 19, 2001, p.293-308.
6. Levchuk L.G., Sorokin P.V., Soroka D.V., and Trubnikov V.S. NSC KIPT Linux Cluster for Computing within the CMS Physics Program // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. "Nuclear Physics Investigations". Kharkov 2002. N2(40), p.49-51.
7. <http://www.openpbs.com/>.
8. <http://www.globus.org>.
9. EDG User Guide, - IST-2000-25182, 15 January 2003,p.7.
10. MacDonald N., Minty E., Harding T., Brown S. Writing Message Passing Parallel Programs with MPI, - Edinburgh Parallel Computing Centre, The University of Edinburgh.
11. The Storage Resource Broker, - San Diego Supercomputing Center (SDSC), <http://www.npaci.edu/DICE/SRB>.
12. Sjöstrand T., Eden P., Friberg C., Lönnblad L., Miu G., Mrenna S. and Norrbin E. // Computer Physics Commun. 135 (2001) 238.
13. Brun R., Goossens M., and Zoll L. GEANT Users Guide, - Program Library Long Writeup W5013. CERN, 1993.

14. OSCAR, Object oriented Simulation for CMS Analysis and Reconstruction,  
<http://crnsdoc.cern.ch/oscar/>.
15. Object Oriented Reconstruction for CMS Analysis, - CMS IN 199/001.
16. Grandi C., Renzi A. Object Based System for Batch Job Submission and  
Monitoring (BOSS), - CMS Note 2003/XXX.
17. Levchuk L.G. On the Possibility to Observe with CMS a Moderately Heavy Higgs  
Decaying via  $H \rightarrow ZZ \rightarrow ll\nu\nu$ , - 8th Annual RDMS CMS Collaboration  
Conference, JINR, Dubna, December, 2003.

## Моделирование составных поверхностей в системах символьной математики

П. Г. Доля

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

The method of compiling of uniform analytic formulas for the equations of the continuous surfaces composed of various sections with the given equations is proposed. The general equation of a piecewise-ruled surface stretched on a frame consisting of a set of not intersected space curves constructs.

### 1. Введение

При расчете и проектировании конструкций, составленных из элементов сложной геометрической формы, возникает задача строгого математического описания контуров их поверхностей. Один из подходов, применяемых в САПР и системах символьной математики, состоит в использовании множества графических примитивов. Однако он плохо приспособлен для использования в расчетах. Конструктивный математический подход к решению этой задачи был предложен В. Л. Рвачевым [1,2], который дал метод построения неявных уравнений составных чертежей. Еще один подход к решению этих задач дает теория сплайнов [3,4]. В работах автора [5,6] предложен способ математического описания составных кривых и приведены общие формулы для построения явных и параметрических уравнений кусочно-гладких непрерывных функций и кривых. В настоящей работе этот метод применяется для построения единых аналитических выражений для уравнений составных поверхностей. Выводятся также общие формулы для построения единых аналитических уравнений кусочно-линейчатых поверхностей.

В основу предлагаемой методики положено использование введенной в работе [5] функции:

$$P(t, a, w) = \frac{1}{2w} (w + |t - a| - |t - a - w|) \quad (w \neq 0). \quad (1)$$

Функция  $P(t, a, w)$  является непрерывной по переменной  $t$ . При  $t < a$  функция равна 0, при  $t > a + w$  она равна 1, а внутри интервала  $a \leq t \leq a + w$  функция линейная  $\frac{1}{w}(t - a)$  (если  $w > 0$ ).

### 2. Параметрическое уравнение кусочно-линейчатой поверхности

Пусть дано семейство непересекающихся пространственных криволинейных отрезков с уравнениями  $\vec{r} = \vec{r}_k(\tau)$ ,  $\tau \in [\tau_0^k, \tau_1^k]$  ( $k=0, 1, \dots, n$ ). В каждом из



уравнений сделаем замену переменных  $\tau = \tau_0^k + \frac{\tau_1^k - \tau_0^k}{u_1 - u_0}(u - u_0)$ . Получим новые

уравнения кривых  $\vec{r}_k(u) = \vec{r}_k\left(\tau_0^k + \frac{\tau_1^k - \tau_0^k}{u_1 - u_0}(u - u_0)\right)$ , в которых параметр  $u$

изменяется в одинаковом для всех криволинейных отрезков интервале  $[u_0, u_1]$ . Соединим прямолинейным отрезком начальные точки соседних криволинейных отрезков и будем его двигать так, чтобы он все время соединял точки, имеющие одинаковые значения параметра  $u$ . Между каждой парой кривых получим линейчатую поверхность. Эти поверхности стыкуются друг с другом по кривым исходного семейства, образуя некоторую непрерывную кусочно-линейчатую поверхность. Составим параметрическое уравнение этой поверхности.

Положим, что кривые исходного семейства являются координатными линиями  $v = \text{const}$  образованной кусочно-линейчатой поверхности. Назначим каждой кривой значение параметра  $v = v_k$  так, чтобы значения  $v_k$  образовывали монотонно-возрастающую последовательность. Тогда уравнение кусочно-линейчатой поверхности будет иметь следующий вид:

$$\vec{R}(u, v) = \vec{r}_0(u) + \sum_{k=1}^n (\vec{r}_k(u) - \vec{r}_{k-1}(u)) P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1}), \quad (u_0 \leq u \leq u_1, v_0 \leq v \leq v_n). \quad (2)$$

Доказательство. Рассмотрим вектор-функцию  $\vec{R}(u, v)$  на интервале  $v_{p-1} \leq v \leq v_p$  при некотором фиксированном  $p$  ( $1 \leq p \leq n$ ). В сумме (2) все функции  $P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1}) = 1$  при  $k < p$ , а при  $k > p$   $P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1}) = 0$ . Поэтому (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \vec{R}(u, v) &= \vec{r}_0(u) + \sum_{k=1}^{p-1} (\vec{r}_k(u) - \vec{r}_{k-1}(u)) + (\vec{r}_p(u) - \vec{r}_{p-1}(u)) P(v, v_{p-1}, v_p - v_{p-1}) = \\ &= \vec{r}_{p-1}(u) + (\vec{r}_p(u) - \vec{r}_{p-1}(u)) P(v, v_{p-1}, v_p - v_{p-1}) \end{aligned}$$

Учитывая (1) и то, что  $v_{p-1} \leq v \leq v_p$ , последнее выражение преобразуется к виду

$$\vec{R}(u, v) = \vec{r}_{p-1}(u) + (\vec{r}_p(u) - \vec{r}_{p-1}(u)) \frac{v - v_{p-1}}{v_p - v_{p-1}}.$$

Это значит, что на любом отрезке  $v_{p-1} \leq v \leq v_p$ , вектор-функция  $\vec{R}(u, v)$  представляет уравнение линейчатой поверхности, натянутой между кривыми  $\vec{r}_{p-1}(u)$  при  $v = v_{p-1}$  и  $\vec{r}_p(u)$  при  $v = v_p$ . Если  $v \leq v_0$ , то в формуле (2) все функции  $P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1})$  равны нулю, и мы получаем, что  $\vec{R}(u, v) = \vec{r}_0(u)$ . Если  $v \geq v_n$ , то в формуле (2) все функции  $P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1})$  равны единице, и мы получаем, что  $\vec{R}(u, v) = \vec{r}_0(u) + \sum_{k=1}^n (\vec{r}_k(u) - \vec{r}_{k-1}(u)) = \vec{r}_n(u)$ . Т.о., выражение (2) дает уравнение непрерывной кусочно-линейчатой поверхности, проходящей последовательно через пространственные кривые  $\vec{r}_0(u), \vec{r}_1(u), \dots, \vec{r}_n(u)$  при

$v = v_0, v_1, \dots, v_n$ . Фактически кривые семейства  $\{\vec{r}_k(u)\}$  являются ребрами образованной поверхности.

Отметим, что с помощью формулы (2) строятся уравнения полной поверхности таких тел как куб, пирамида, конус, уравнение поверхности цилиндра вместе с верхним и нижним основанием и уравнения поверхностей многих многогранников. Например, поверхность куба можно представить как кусочно-линейчатую поверхность натянутую между 4 кривыми. Первой кривой семейства будет точка – центр верхнего основания. Второй – квадрат, образующий контур верхнего основания. Третьей – квадрат, являющийся контуром нижнего основания. Четвертой – точка, лежащая в центре нижнего основания. Для куба с вершинами в точках  $(1,1,1)$ ,  $(-1,1,1)$ ,  $(-1,-1,1)$ ,  $(1,-1,1)$ ,  $(1,1,-1)$ ,  $(-1,1,-1)$ ,  $(-1,-1,-1)$ ,  $(1,-1,-1)$  параметрическое уравнение поверхности имеет следующий вид

$$\begin{aligned}x(u, v) &= \frac{1}{2}(1 - |u| + |u - 1| + |u - 2| - |u - 3|) \cdot (|v| - |v - 1| - |v - 2| + |v - 3|) \\y(u, v) &= \frac{1}{2}(1 - |u - 1| + |u - 2| + |u - 3| - |u - 4|) \cdot (|v| - |v - 1| - |v - 2| + |v - 3|) \\z(u, v) &= -|v - 1| + |v - 2|,\end{aligned}$$

при  $0 \leq u \leq 4$ ,  $0 \leq v \leq 3$ . Эти уравнения построены по формуле (2) с последующей заменой функций  $P(v, v_{k-1}, v_k - v_{k-1})$  их выражениями (1). Предварительно были составлены параметрические уравнения квадратов (контуров верхнего и нижнего оснований) в соответствии с формулами работы [5].

### 3. Уравнение составной поверхности

*Уравнение составной поверхности, секции которой заданы уравнениями в параметрическом виде.* Пусть на плоскости  $UV$  задана ортогональная сетка  $[u_0, u_1, \dots, u_n] \times [v_0, v_1, \dots, v_m]$  и в ее ячейках  $\Delta_{ij} = [u_i, u_{i+1}] \times [v_j, v_{j+1}]$  определены вектор-функции  $\vec{r}_{ij}(u, v) = (x_{ij}(u, v), y_{ij}(u, v), z_{ij}(u, v))$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, m-1$ ), представляющие уравнения некоторых поверхностей. Положим, что для составной поверхности в области  $[u_0, u_n] \times [v_0, v_m]$  выполняется условие непрерывности. Т.е. для соседних вектор-функций  $\vec{r}_{ij}(u, v)$  выполняются условия  $\vec{r}_{ij}(u_{i+1}, v) = \vec{r}_{i+1j}(u_{i+1}, v)$  при  $v_j \leq v \leq v_{j+1}$ , и  $\vec{r}_{ij}(u, v_{j+1}) = \vec{r}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$  при  $u_i \leq u \leq u_{i+1}$ . На прямоугольнике  $[u_0, u_n] \times [v_0, v_m]$  требуется построить единое аналитическое уравнение поверхности, состоящей из секций с уравнениями  $\vec{r}_{ij}(u, v)$  в областях  $\Delta_{ij}$ .

Составим уравнение каждой секции поверхности в следующем виде

$$\bar{R}_{ij}(u, v) = \vec{r}_{ij}(u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i), v_j + (v_{j+1} - v_j)P(v, v_j, v_{j+1} - v_j)). \quad (3)$$

Поверхность с этим уравнением  $\bar{R}_{ij}(u, v)$  в области прямоугольника  $\Delta_{ij} = [u_i, u_{i+1}] \times [v_j, v_{j+1}]$  совпадает с поверхностью, имеющей уравнение  $\vec{r}_{ij}(u, v)$  в этой области. Действительно, для любой точки прямоугольника  $(u, v) \in \Delta_{ij}$

выполняются следующие соотношения  $u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i) = u$ ,  $v_j + (v_{j+1} - v_j)P(v, v_j, v_{j+1} - v_j) = v$  и вектор-функция  $\bar{R}_{ij}(u, v)$  совпадает с  $\bar{r}_{ij}(u, v)$ . Любые значения  $(u, v)$ , лежащие вне этой области, отображаются в точки границы секции. Например, если  $u > u_{i+1}$ ,  $v_j < v < v_{j+1}$ , то имеет место  $u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i) = u_{i+1}$  и  $v_j + (v_{j+1} - v_j)P(v, v_j, v_{j+1} - v_j) = v$ . Тогда  $\bar{R}_{ij}(u, v) = \bar{r}_{ij}(u_{i+1}, v)$ , т.е. точка поверхности  $\bar{R}_{ij}(u, v)$  находится на границе секции поверхности  $\bar{r}_{ij}(u, v)$ . Аналогично проверяется, что любые значения  $(u, v) \notin \Delta_{ij}$  отображаются в граничные точки секции. Т.о., вектор-функция  $\bar{R}_{ij}(u, v)$  представляет параметрическое уравнение  $ij$ -секции поверхности с краем. Ее можно назвать криволинейной гранью составной поверхности.

Построим единое уравнение поверхности, составленной из секций поверхностей с уравнениями  $\bar{R}_{0q}(u, v), \bar{R}_{1q}(u, v), \dots, \bar{R}_{n-1q}(u, v)$  ( $q=0, 1, \dots, m-1$ ). Для этого сложим уравнения этих секций следующим образом

$$\bar{R}_q(u, v) = \bar{R}_{0q}(u, v) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{iq}(u, v) - \bar{R}_{iq}(u_i, v)). \quad (4)$$

Покажем, что для точек  $(u, v) \in [u_p, u_{p+1}] \times [v_q, v_{q+1}]$  имеет место равенство  $\bar{R}_q(u, v) = \bar{r}_{pq}(u, v)$ . Для этого преобразуем (4) следующим образом

$$\begin{aligned} \bar{R}_q(u, v) = \bar{R}_{0q}(u, v) + \sum_{i=1}^{p-1} (\bar{R}_{iq}(u, v) - \bar{R}_{iq}(u_i, v)) + (\bar{R}_{pq}(u, v) - \bar{R}_{pq}(u_p, v)) + \\ + \sum_{i=p+1}^{n-1} (\bar{R}_{iq}(u, v) - \bar{R}_{iq}(u_i, v)). \end{aligned}$$

При  $i < p$   $\bar{R}_{iq}(u, v) = \bar{r}_{iq}(u_{i+1}, v_q + (v_{q+1} - v_q)P(v, v_q, v_{q+1} - v_q)) = \bar{R}_{iq}(u_{i+1}, v)$  т.к.  $P(u, u_i, u_{i+1} - u_i) = 1$ . При  $i > p$  имеем  $P(u, u_i, u_{i+1} - u_i) = 0$  и, следовательно,  $\bar{R}_{iq}(u, v) = \bar{r}_{iq}(u_i, v_q + (v_{q+1} - v_q)P(v, v_q, v_{q+1} - v_q)) = \bar{R}_{iq}(u_i, v)$ . Выражение для  $\bar{R}_q(u, v)$  принимает следующий вид

$$\bar{R}_q(u, v) = \bar{R}_{0q}(u, v) + \sum_{i=1}^{p-1} (\bar{R}_{iq}(u_{i+1}, v) - \bar{R}_{iq}(u_i, v)) + (\bar{R}_{pq}(u, v) - \bar{R}_{pq}(u_p, v))$$

Условия стыковки соседних секций поверхности, имеющие вид  $\bar{r}_{iq}(u_{i+1}, v) = \bar{r}_{i+1q}(u_{i+1}, v)$  ( $v_q \leq v \leq v_{q+1}$ ), теперь можно записать в форме  $\bar{R}_{iq}(u_{i+1}, v) = \bar{R}_{i+1q}(u_{i+1}, v)$ , поскольку  $\bar{R}_{ij}(u, v) = \bar{r}_{ij}(u, v)$  для любых точек  $(u, v) \in [u_i, u_{i+1}] \times [v_j, v_{j+1}]$ . Поэтому в выражении для  $\bar{R}_q(u, v)$  сокращаются все слагаемые, кроме одного. Получаем, что для точек  $(u, v) \in \Delta_{pq}$   $\bar{R}_q(u, v) = \bar{R}_{pq}(u, v) = \bar{r}_{pq}(u, v)$ . Это значит, что поверхность с уравнением  $\bar{R}_q(u, v)$  при  $v_q \leq v \leq v_{q+1}$  на отрезках  $u_p \leq u \leq u_{p+1}$  совпадает с поверхностями соответствующих  $pq$ -секций.

Поверхность с уравнением  $\bar{R}_q(u, v)$  также можно рассматривать как некоторую секцию поверхности. Сложим эти уравнения (4) следующим образом

$$\bar{R}(u, v) = \bar{R}_0(u, v) + \sum_{j=1}^{m-1} (\bar{R}_j(u, v) - \bar{R}_j(u, v_j)). \quad (5)$$

Нас интересует значение этого выражения в точке  $(u, v) \in \Delta_{pq}$ . Разложим сумму (5) на части.

$$\begin{aligned} \bar{R}(u, v) = \bar{R}_0(u, v) + \sum_{j=1}^{q-1} (\bar{R}_j(u, v) - \bar{R}_j(u, v_j)) + (\bar{R}_q(u, v) - \bar{R}_q(u, v_q)) + \\ + \sum_{j=q+1}^{m-1} (\bar{R}_j(u, v) - \bar{R}_j(u, v_j)) \end{aligned} \quad (6)$$

Если  $j < q$  и  $v_q \leq v \leq v_{q+1}$ , имеем  $P(v, v_j, v_{j+1} - v_j) = 1$ , и для любого  $u \in [u_i, u_{i+1}]$  будет  $\bar{R}_j(u, v) = \bar{R}_{ij}(u, v) = \bar{r}_{ij}(u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i), v_{j+1}) = \bar{R}_{ij}(u, v_{j+1})$ . Если  $q < j$  и  $v_q \leq v \leq v_{q+1}$ , имеем  $P(v, v_j, v_{j+1} - v_j) = 0$ , и для любого  $u \in [u_i, u_{i+1}]$  будет  $\bar{R}_j(u, v) = \bar{R}_{ij}(u, v) = \bar{r}_{ij}(u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i), v_j) = \bar{R}_{ij}(u, v_j) = \bar{R}_j(u, v_j)$ .

Последняя сумма в выражении (6) обращается в 0, и мы получаем

$$\bar{R}(u, v) = \bar{R}_{p0}(u, v_1) + \sum_{j=1}^{q-1} (\bar{R}_{pj}(u, v_{j+1}) - \bar{R}_{pj}(u, v_j)) + (\bar{R}_{pq}(u, v) - \bar{R}_{pq}(u, v_q)) \quad (7)$$

Отметим, что при выводе последней формулы мы использовали доказанный выше факт, что для любой точки  $(u, v) \in \Delta_{ij}$   $\bar{R}_j(u, v) = \bar{R}_{ij}(u, v)$ .

Условие стыковки соседних секций  $\bar{r}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{r}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$  при  $u_i \leq u \leq u_{i+1}$  можно записать в виде  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$ . Действительно, при  $u_i \leq u \leq u_{i+1}$  вектор-функции  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1})$  и  $\bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$  совпадают с вектор-функциями  $\bar{r}_{ij}(u, v_{j+1})$  и  $\bar{r}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$ , которые равны. Покажем, что равенство  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$  выполняется и при других значениях  $u$ . Действительно, для  $u < u_i$ ,  $P(u, u_i, u_{i+1} - u_i) = 0$  и мы получаем  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{r}_{ij}(u_i + (u_{i+1} - u_i)P(u, u_i, u_{i+1} - u_i), v_{j+1}) = \bar{r}_{ij}(u_i, v_{j+1})$ . Аналогично получаем  $\bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1}) = \bar{r}_{i,j+1}(u_i, v_{j+1})$ . Но  $\bar{r}_{ij}(u_i, v_{j+1}) = \bar{r}_{i,j+1}(u_i, v_{j+1})$ , поэтому для  $u < u_i$  выполняется равенство  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$ . Аналогично, для  $u_{i+1} < u$  также имеет место равенство  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$ . Следовательно, равенство  $\bar{R}_{ij}(u, v_{j+1}) = \bar{R}_{i,j+1}(u, v_{j+1})$  выполняется для любых значений  $u$ .

Учитывая это условие стыковки соседних секций, после сокращений в соотношении (7) остается только одно слагаемое  $\bar{R}_{pq}(u, v)$ . Т.о., получаем, что  $\bar{R}(u, v) = \bar{R}_{pq}(u, v) = \bar{r}_{pq}(u, v)$  для точек  $(u, v) \in \Delta_{pq}$ . Это значит, что поверхность

с параметрическим уравнением  $\bar{R}(u, v)$  при  $u_p \leq u \leq u_{p+1}$ ,  $v_q \leq v \leq v_{q+1}$  совпадает с поверхностью соответствующей  $pq$ -секции.

Если в формулу (5) подставить выражения (4), то получим

$$\begin{aligned} \bar{R}(u, v) = & \bar{R}_{00}(u, v) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{i0}(u, v) - \bar{R}_{i0}(u_i, v)) + \\ & + \sum_{j=1}^{m-1} \left( \left( \bar{R}_{0j}(u, v) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{ij}(u, v) - \bar{R}_{ij}(u_i, v)) \right) - \left( \bar{R}_{0j}(u, v_j) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{ij}(u, v_j) - \bar{R}_{ij}(u_i, v_j)) \right) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

После перегруппировки слагаемых получаем

$$\begin{aligned} \bar{R}(u, v) = & \bar{R}_{00}(u, v) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{i0}(u, v) - \bar{R}_{i0}(u_i, v)) + \sum_{j=1}^{m-1} (\bar{R}_{0j}(u, v) - \bar{R}_{0j}(u, v_j)) + \\ & + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{R}_{ij}(u, v) - \bar{R}_{ij}(u, v_j) - \bar{R}_{ij}(u_i, v) + \bar{R}_{ij}(u_i, v_j)) \end{aligned} \quad (9)$$

Т.о., формула (9) (или (8)) с учетом (3) дает аналитическое представление составной поверхности, если параметрические уравнения ее секций  $\bar{r}_{ij}(u, v)$  заданы. Отметим также, что точки  $(u, v)$ , лежащие вне прямоугольника  $[u_0, u_n] \times [v_0, v_m]$ , отображаются в граничные точки составной поверхности.

Обычно интервалы изменения аргументов  $(u, v)$  вектор-функций  $\bar{r}_{ij}(u, v)$ , представляющих уравнения секций, заданы на произвольном прямоугольнике  $u_0^{ij} \leq u \leq u_1^{ij}$ ,  $v_0^{ij} \leq v \leq v_1^{ij}$ . Чтобы эти прямоугольники согласовать с соответствующими прямоугольниками  $[u_i, u_{i+1}] \times [v_j, v_{j+1}]$  предварительно перед использованием формул (3) в уравнениях поверхностей  $\bar{r}_{ij}(u, v)$  следует сделать замену переменных  $u = u_0^{ij} + \frac{u_1^{ij} - u_0^{ij}}{u_{i+1} - u_i} (u' - u_i)$ ,  $v = v_0^{ij} + \frac{v_1^{ij} - v_0^{ij}}{v_{i+1} - v_i} (v' - v_i)$ .

Формулы (8), (9) всегда представляют уравнение непрерывной поверхности (если исходные вектор-функции  $\bar{r}_{ij}(u, v)$  непрерывны) даже, если не выполняется условие стыковки соседних секций. В этом случае результирующая поверхность будет совпадать только с начальной секцией поверхности  $\bar{r}_{00}(u, v)$ , а остальные секции будут деформированы и пристыкованы к начальной так, чтобы результирующая поверхность была непрерывной.

*Уравнение составной поверхности, секции которой заданы уравнениями в явном виде.* Пусть на плоскости  $XU$  задана ортогональная сеть  $\omega_{xy} = [x_0, x_1, \dots, x_n] \times [y_0, y_1, \dots, y_m]$  и в ее ячейках определены функции  $z_{ij}(x, y)$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, m-1$ ), представляющие явные уравнения некоторых поверхностей. Известно, что эти поверхности пересекаются по кривым, расположенным над линиями сети  $\omega_{xy}$  так, что выполняются условия непрерывности составной поверхности в виде:  $z_{ij}(x_{i+1}, y) = z_{i+1j}(x_{i+1}, y)$  при  $y_j \leq y \leq y_{j+1}$ , и  $z_{ij}(x, y_{j+1}) = z_{i,j+1}(x, y_{j+1})$  при  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ . На прямоугольнике  $[x_0, x_n] \times [y_0, y_m]$  требуется построить единое аналитическое уравнение

поверхности, составленной из секций поверхностей, имеющих уравнения  $z_{ij}(x, y)$  над областями  $\Delta_{ij} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ .

Для этого вначале составим уравнение секций поверхности в следующем виде

$$Z_{ij}(x, y) = z_{ij}(x_i + (x_{i+1} - x_i)P(x, x_i, x_{i+1} - x_i), y_j + (y_{j+1} - y_j)P(y, y_j, y_{j+1} - y_j)) \quad (10)$$

Каждая такая поверхность над областью прямоугольника  $\Delta_{ij} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$  совпадает с исходной, поскольку для любой точки из прямоугольника  $(x, y) \in \Delta_{ij}$  аргументы функции в правой части формулы (10) совпадают с  $x$  и  $y$ . Над полосами влево, вправо, вниз и вверх от этого прямоугольника поверхность  $Z_{ij}(x, y)$  является цилиндрической, образованной переносом соответствующей граничной кривой секции вдоль одной из координатных осей. Над угловыми квадрантами результирующая функция  $Z_{ij}(x, y)$  постоянна и равна значению исходной функции  $z_{ij}(x, y)$  в углах секции.

Повторяя предыдущие построения, получаем следующую формулу

$$Z(x, y) = Z_{00}(x, y) + \sum_{i=1}^{n-1} (Z_{i0}(x, y) - Z_{i0}(x_i, y)) + \sum_{j=1}^{m-1} (Z_{0j}(x, y) - Z_{0j}(x, y_j)) + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^{n-1} (Z_{ij}(x, y) - Z_{ij}(x, y_j) - Z_{ij}(x_i, y) + Z_{ij}(x_i, y_j)) \quad (11)$$

Она представляет уравнение составной поверхности, секции которой заданы явными уравнениями  $z = z_{ij}(x, y)$  над ячейками сети  $\Delta_{ij}$ . Доказательство формулы (11) полностью повторяет предыдущее доказательство с той лишь разницей, что вместо вектор-функций  $\vec{r}_{ij}(u, v)$  и  $\vec{R}_{ij}(u, v)$  рассматриваются скалярные функции  $z_{ij}(x, y)$  и  $Z_{ij}(x, y)$ .

#### 4. Заключение

С помощью введенной функции (1) и формулы (2) можно составлять единые аналитические выражения для уравнений кусочно-линейчатых поверхностей. Метод позволяет построить уравнения полных поверхностей таких тел как куб, пирамида, конус, уравнение поверхности цилиндра вместе с верхним и нижним основанием и уравнения поверхностей многих многогранников. Формулы (3), (9) и (10), (11) дают способ построения уравнений непрерывных составных поверхностей в форме единых аналитических выражений, если уравнения отдельных секций (криволинейных граней) поверхности заданы. Использование этих формул в системах символьной математики позволяет генерировать уравнения широкого класса кусочно-гладких непрерывных составных поверхностей. Алгоритмы настоящей работы реализованы в некоторых процедурах пакета расширения PscFunctions системы символьной математики MAPLE, созданного автором. Он представлен на интернет сайте [www.maplesoft.com/products/thirdparty/PSCFunctions](http://www.maplesoft.com/products/thirdparty/PSCFunctions). Формулы настоящей

работы имеют применение в научной графике для изображения дву- и трехмерных тел и различных полей на их поверхности. Поверхности тел в системах инженерной компьютерной графики также могут описываться с использованием предложенных в работе уравнений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рвачев В.Л. Геометрические приложения алгебры логики. – Киев: Техніка, 1967. – 212с.
2. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук.думка, 1982.-552с.
3. Фокс Ф., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. – М.: Мир, 1982.
4. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Мир, 2001.
5. Доля П.Г. Параметрические уравнения кусочно-гладких непрерывных кривых.// Вестник Международного Славянского Университета. Харьков. Серія “Технічні науки”, т.5, 2002, №7.
6. Доля П.Г. Моделирование кусочно-гладких непрерывных функций и кривых.// Вестник Харьк. нац. ун-та., - 2005.- № 661. Сер. ”Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления”, вып.4. – С.97-103.

## Visual Semantic Query Formulation and Execution in UnIT-NET IEDI

E. Dzhurinsky, V. Ermolayev, N. Keberle, V. Vladimirov

*Zaporozhye National University, Ukraine*

*JDevelop.com, Ukraine*

UnIT-NET Infrastructure for Electronic Data Interchange (IEDI) is the multi-layered distributed software system for providing intelligent ontology-driven information retrieval from distributed, heterogeneous, autonomous information resources (IRs). IEDI is constructed according the ideology of mediator-wrapper architecture with single centralized mediator. The paper presents the results of evaluation of the UnIT-NET IEDI research prototype. Two autonomous distributed IRs - "University Entrant" IR of Zaporozhye National University and "Dean's Office" IR of V. Karazin Kharkiv National University were used as a testbed. Experiments have shown practical applicability of the approach proposed for the IEDI architecture. One of the stages of the evaluation procedure is the assessment of the quality of interface between users and IEDI mediator. The paper analyses lessons learned from the evaluation of UnIT-NET IEDI user interface component – Query Formulation Interface. The analysis proves the usability of the QFI; however there are refinements which have still to be considered in the future work.

### 1. Introduction

The goal of a data integration system is to provide a uniform interface to various data sources [1], and to enable users to focus on specifying the questions they have.

UnIT-Net<sup>1</sup> IEDI is the software infrastructure providing for the Electronic Data Interchange between the Universities and the State Bodies of Ukraine. More precisely, IEDI is the multi-layered distributed software system comprising the software servers, services, components and tools for providing intelligent ontology-driven information retrieval from distributed, heterogeneous, legally and physically autonomous IR in the frame of the organizational network of the National Higher Education System.

The task of IEDI mediator developed within UnIT-Net project is to provide uniform, consistent and user-friendly interface to retrieve information from distributed autonomous information resources (IRs).

The paper reports on the evaluation of UnIT-NET IEDI research prototype implementation. One of the stages of the evaluation procedure is the assessment of the quality of interface between users and IEDI mediator. The paper presents the study of capabilities of Query Formulation Interface (QFI).

QFI – is a graphical tool which is the UnIT-NET IEDI user interface – uses visual presentation of mediator domain ontology and information resources' ontologies in the form of a tree and in the form of graph; it allows to add concepts, properties and

---

<sup>1</sup> *UnIT-Net: IT in University Management Network. TEMPUS/TACIS project MP-JEP-2010-2003.*  
<http://www.unit-net.org.ua/>



additional constraints to a user query under construction; it stores user query using the concept of “basket”; it generates initial query to the mediator, initiates sub-queries extraction for the underlying IRs, collects responses and visually presents the responses to the user.

The paper is structured as follows: Section 2 discussed the IEDI framework and its main tasks; Section 3 describes IEDI environment chosen to bring the framework to life; Section 4 describes QFI in details; in the Section 5 presented are the results of experiments with IEDI; Section 6 presents the analysis of experiment results; Section 7 surveys the related work; Section 8 concludes the paper.

## 2 UnIT-Net IEDI Framework

From the variety of organizational platforms for integration of heterogeneous data sources (mediator-wrapper [1], federated database systems [2] etc) for UnIT-NET IEDI purposes only mediator-wrapper architecture gives the balance of centralized control and to a certain end a freedom in work with autonomous IRs.

Shortly describe the UnIT-NET IEDI architecture (see Fig. 1, also [3], [4]).

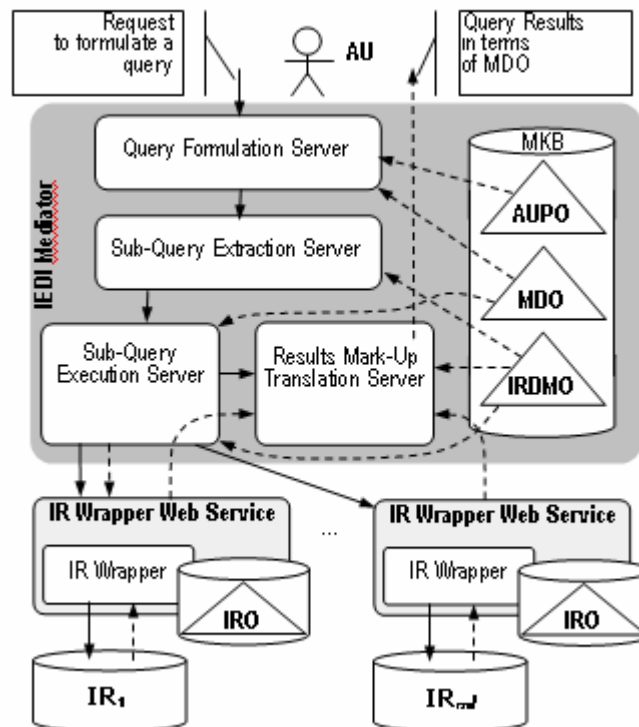


Figure 1. The reference architecture of the UnIT-NET IEDI

There is one IEDI mediator, its main tasks are:

- querying distributed autonomous semantically heterogeneous IRs (including user query formulation, query rewriting, results mark-up)
- registering IR
- maintaining coherent semantic descriptions

IRs are autonomous, distributed, heterogeneous and communicate with IEDI mediator by means of intelligent IR wrappers implemented as web services.

Each IR due to its autonomy has its own representation of the conceptualization of the domain, formally specified by IR conceptual schema. The hierarchy of IEDI ontologies has been developed to integrate these local views into the global view of the mediator.

Two main approaches to integrate data and answer queries without materializing a global schema [5] are “global-as-view” and “local-as-view”. Global-as-view approach prescribes for every domain conceptual schema concept to have a view over the IRs. On the contrary, local-as-view approach provides for each concept of an IR a view over the domain conceptual schema. Both approaches have their advantages and drawbacks; e.g. global-as-view is tolerant to answering complex queries and less flexible for maintaining frequently changed IRs; local-as-view approach is flexible with respect to changes in IRs, but its operation time increases exponentially to the number of IRs involved.

UnIT-NET IEDI explores “global-as-view” approach [6] and query rewriting technique ([7], [8]) to reformulate queries over IRs.

Domain knowledge is structured in the hierarchy of ontologies (see also [4], [9]). Each IR has own Information Resource Ontology (IRO), containing all essential (from the point of view of IR provider) concepts and properties of underlying IR domain. The goal of Mediator Domain Ontology (MDO) is to collect and merge all the knowledge from IROs, possibly adding necessary levels of abstraction.

Rewriting technique [1] makes use of mapping rules applicable to initial query to obtain new queries. In IEDI mapping rules are stored in mapping ontologies. IR-Domain Mapping Ontology (IRDMO, see Fig. 2a) stores mappings between IRO and MDO. IRO-IR Schema Mapping Ontology (see Fig. 2b) is constructed for every IR to store mappings of IR ontology terms to underlying structures of IR.

IRDMO is constructed in a way to contain the minimally necessary mappings for the MDO-IRO pairs. Only the mappings of non-inherited slots are stored for each MDO concept. IEDI mediator uses Late Binding technique [9] to detect all necessary slots of concepts during formulation of sub-queries to IROs.

All ontologies in UnIT-NET were developed with help of ontology editor Protégé 3.0<sup>2</sup> and are presented in OWL-DL [10], thus they have a sound and formal basis to verify consistence of ontologies.

### 3 IEDI Environment

All functional components of IEDI architecture are implemented in Java as web services. IR wrapper web services and IEDI mediator web service are run on Apache Tomcat<sup>3</sup> Web server.

---

<sup>2</sup> Protégé 3.0 is available at the URL: <http://protege.stanford.edu>

<sup>3</sup> Apache Tomcat Web server is available at the URL: <http://jakarta.apache.org/tomcat/index.html>

ConceptMappingRule			a) IRDMO structure and the fragment of the knowledge base	
MDOConcept	IRO	IROConcept		
Person	Faculty	Student		
Person	Faculty	Lecturer		
Person	Entrants	Profile		
Social-Category	Faculty	Category		
...	...	...		

SlotMappingRule				
MDOConcept	MDOSlot	IRO	IROConcept	IROSlot
Person	first-name	Faculty	Student	Name
Person	first-name	Entrants	Profile	name
Social-Category	descr-of-Social-Category	Faculty	Category	CategoryName
Department	descrOfDepartment	Entrants	Department	descrOfDepartment
Department	descrOfDepartment	Faculty	Faculty	DescrOfFaculty
...	...	...	...	...

Rule				b) IRO-IR Schema Mapping Ontology structure and the fragment of the knowledge base	
concept	slot	table	field		
Student	belongsToCategory	tblStudents	IDCategory		
Student	belongsToGroup	tblStudents	IDGroup		
Sheet	resultForStudent	tblSheets	IDStudent		
Sheet	MarkAtSheet	tblSheets	Mark		
...	...	...	...		

RelationshipMappingRule		
primaryTable	foreignTable	expression
tblCategories	tblStudents	tblCategories.ID=tblCategories.IDCategory
tblGroups	tblStudents	tblGroups.ID=tblStudents.IDGroup
tblStudents	tblSheets	tblStudents.ID=tblSheets.IDStudent
...	...	...

Figure 2. The structures of mapping ontologies

Query Formulation Interface is made as separate GUI client desktop application working together with the mediator and operating on Apache Tomcat Web server as well. All the functional components of IEDI architecture (QFI, servers inside the mediator) may be distributed. Communications between functional components are based on SOAP and implemented with help of Apache SOAP processing service<sup>4</sup>. The architectural details of generic IR wrapper server are presented in [11].

Jena<sup>5</sup> 2 API – Java-based framework for building Semantic Web applications – was chosen to store and query IEDI ontologies. It provides a programmatic environment for RDF, RDFS and OWL, including a rule-based inference engine<sup>6</sup>. Jena is an open-source project and has good support level from developers' team.

<sup>4</sup> Apache SOAP processing service is available at the URL: <http://ws.apache.org/soap/>

<sup>5</sup> Jena 2 API is available at the URL: <http://jena.sourceforge.net/>

<sup>6</sup> Description of Jena features can be found at the URL: <http://simile.mit.edu/reports/stores/index.html>

Internal language for querying IEDI ontologies is RDQL [15], as far as RDQL has implementation in Jena 2 API. The comprehensive survey of all existing query languages for RDF is given in [12].

User interface for query formulation – QFI – was written as Java SWING graphical user interface application.

#### 4 Visual Query Formulation with QFI

In IEDI it is not required that a user codes his or her queries in RDQL notation. Instead, the tool for ontology-driven Query Formulation Interface (QFI) is provided by the IEDI mediator.

The general requirement to QFI was that a user should have a visual ontology-based interface which allows him or her to interactively choose the terms of the MDO, to apply constraints to these terms and, thus, to formulate the query. The user query should be generated automatically from the set of the chosen ontology elements (concepts, properties constrained with the required terms).

The aim of visual query formulation interface in UnIT-Net is twofold.

First, QFI serves as the tool for domain ontologies navigation and learning. This allows user to be aware of the semantics of concepts and questions they will further pose to the mediator.

Second, QFI embeds all the mechanisms for subsequent querying the knowledge stored in mediator/resources. This allows user to pose queries with no extra knowledge on query languages inside the mediator.

Let's walk through the presentation of the following sample query “*Entrants from Zaporozhye, and their schools descriptions*” in QFI (see Fig. 3).

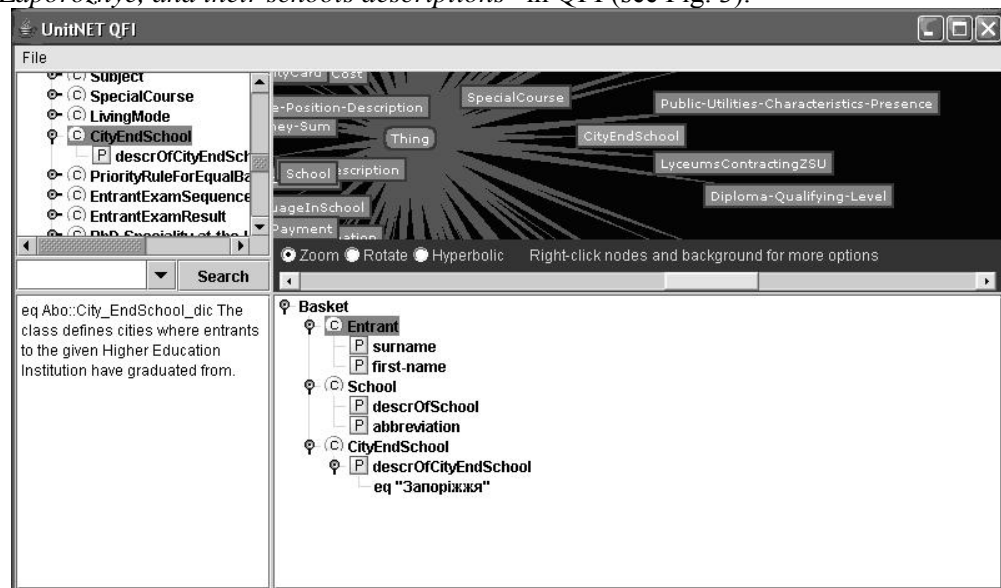


Figure 3. Visual presentation of the query “*Entrants from Zaporozhye and their schools descriptions*”

Left upper frame shows the taxonomy of loaded ontology (taken from .owl file). To ease the understanding of the ontology only datatype properties are presented visually in the QFI for each concept – only these properties may appear with value

restrictions in the query. For example, concept “*School*” has only two datatype properties – “*descrOfSchool*” and “*abbreviation*”, and the other properties of this concept are object properties, relating “*School*” to other concepts in the ontology.

Right upper frame visualizes the ontology. QFI allows three modes of interface regulated with radio buttons and a scroll bar: “zoom” – to visually zoom the neighborhood of the concept; “rotate” – to rotate the whole structure around selected concept; “hyperbolic” [13] – to view the structure in the “fish eye” manner. The latter technique assigns more display space to a portion of the hierarchy while still embedding it in the context of the entire hierarchy. This supports a smooth blending between focus and context, as well as continuous redirection of the focus.

Left bottom frame shows comments (taken from `rdf:comment` tags) to the selected concept or slot. Right bottom frame visualizes the contents of the current query.

QFI according to the classification of visual query systems [14] explores diagram-based approach for domain knowledge and query structure visualization. QFI is suited to construct queries only from terms already existing in domain ontology. Query results’ presentation is form-based and query formulation is visualized as a kind of “unconnected path” visualization strategy [14].

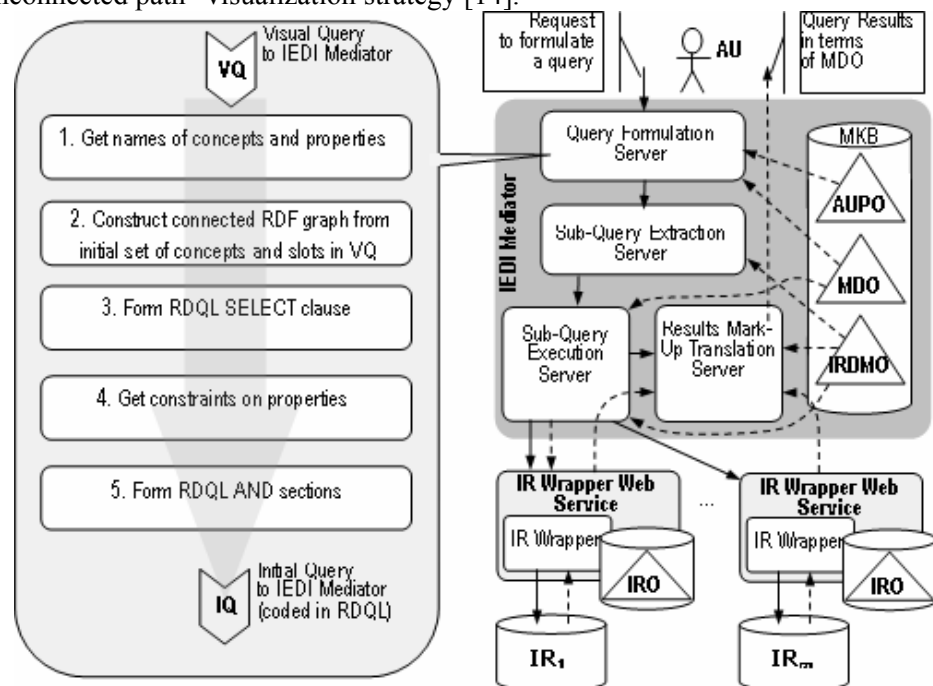


Figure 4. Initial query formulation in IEDI reference architecture

The process of initial query formulation in QFI is presented in Fig. 4.

Visual Query (VQ) is constructed by the user with help of visual interface of QFI. We borrow the concept of a “basket” from e-commerce applications to store elements of the visual query. Serializing Java objects into XML is done with help of XStream<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> XStream available at URL: <http://www.xml.com/pub/a/2004/08/18/xstream.html>

```

<set><model><concepts><basketclass>
  <cls>
    <className>CityEndSchool</className>
  </cls>
  <children>
    <basketproperty>
      <parent class="basketclass" reference="...">
        <property>
          <propertyName>descrOfCityEndSchool</propertyName>
        </property>
      </parent class="basketclass" reference="...">
        <constraints>
          <basketconstraint>
            <constraintAction>eq</constraintAction>
            <constraintValue>3anopixxx</constraintValue>
            <parent class="basketproperty" reference="...">
              </parent class="basketproperty" reference="...">
            </basketconstraint>
          </constraints>
        </basketproperty> </children> </basketclass> ...
    <ontURI>http://unitnet.education.zp.ua/ont/MD0.owl</ontURI>
  </set></model></generatedRDQL>

```

Figure 5. Mark-up for Visual Queries basket content

The user adds necessary concepts to the basket, assigns additional restrictions on the values of properties. The fragment of the basket content for query “Entrants from Zaporozhye and descriptions of their schools” is shown in the Fig. 5.

After the query is built visually, QFI generates initial RDQL query. The main problem here comes from the fact that the user is free to choose arbitrary concepts from the ontology. It may happen that the graph constructed over these concepts is unconnected. As it was shown in [9] such graph corresponds to a “bad” initial query, resulting in redundant responses from IRs and rather artificial content of these responses. To avoid this situation QFI makes “bad” queries “good” by automatically searching the paths between concepts and incorporating necessary parts of ontology (concepts, object properties) into the resulting Initial Query (IQ). Dijkstra algorithm<sup>8</sup> for the search of the shortest path in a graph has been used to implement this intelligent functionality. This algorithm applies to ontology represented as directed graph – concepts are treated as vertexes, object properties – as edges, and tries to find shortest paths between concepts from user query.

QFI allows to make changes directly to the RDQL presentation of the query, and then – to save a new query. This feature is useful in case when a user really needs “bad” query to be executed (e.g. to receive the Cartesian product of instances of several concepts), or when the user is experienced in the domain ontology and is able to describe the path between directly unrelated concepts in RDQL himself.

Fig. 6 shows the RDQL query automatically constructed in QFI for “Entrants from Zaporozhye and their schools descriptions” example. The following triples were automatically added into the resulting query:

First triple was added to describe the path between concepts “Entrant” and “School”, and second triple describes the path between “School” and “CityEndSchool”.

<sup>8</sup> Realization of Dijkstra algorithm for shortest path search was taken from JDSL - Data Structures Library in Java, available at the URL: <http://www.cs.brown.edu/cgc/jdsl/>

When the initial query is ready, QFI connects to the IEDI mediator, passes this query and waits for the results. Then QFI performs results' mark-up in terms of the ontology whose concepts were in the query and brings the results to the user.

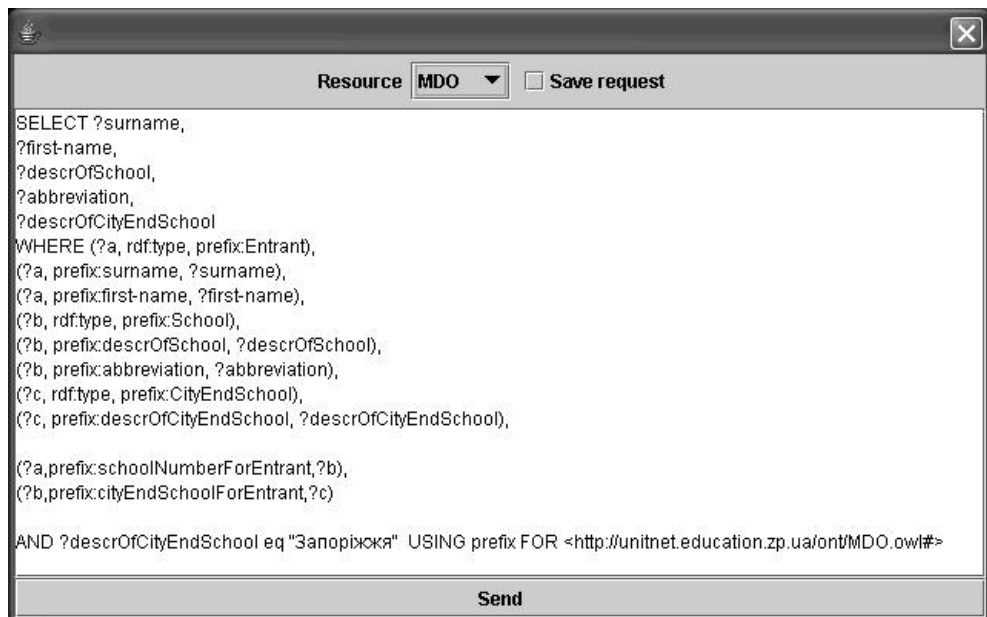


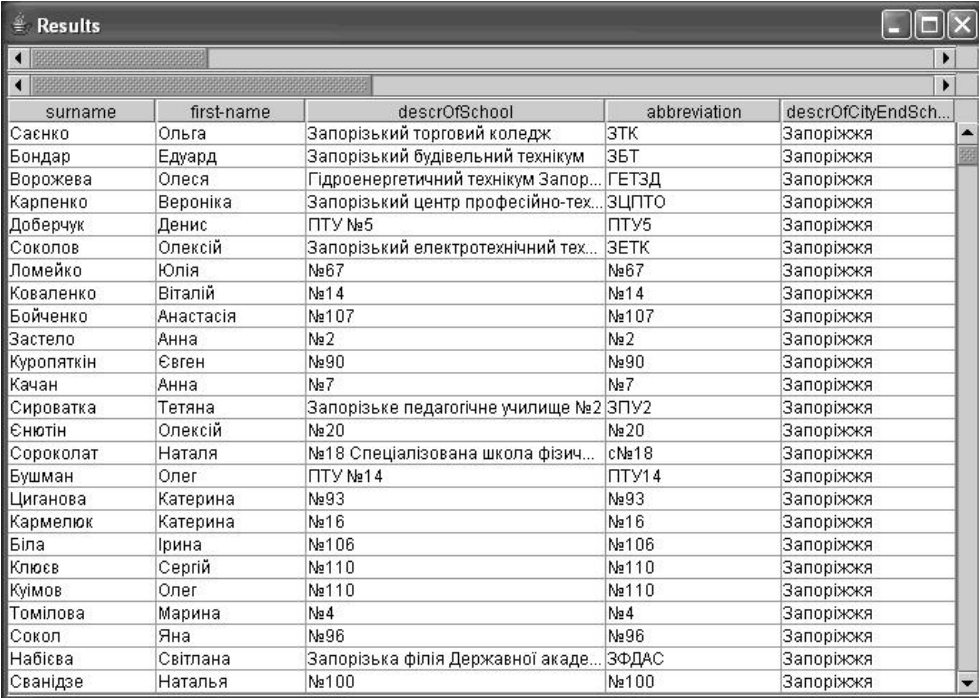
Figure 6. RDQL query generated with QFI

(?a, prefix:schoolNumberForEntrant, ?b) and  
(?b, prefix:cityEndSchoolForEntrant, ?c)

In addition, QFI stores queries history to allow user to easily pose frequently used queries. Upon the user request QFI may store the particular responses from IRs as well.

As far as initial query is formulated for the whole MDO QFI initiates ontology-driven sub-queries extraction (see detailed description of the ODSQE algorithm in [9]) to obtain sub-queries to the registered IRs. These RDQL sub-queries are partial in the sense that not every MDO concept/property from the initial query should have correspondences in every registered IR. In spite of this, it is guaranteed that each partial RDQL query is correct and produces result. All peculiarities of sub-queries extraction are reported in [9]. Then IEDI mediator transforms each sub-query into the IR query and sends it to the IR. Current implementation of IEDI uses RDQL-SQL transformation algorithm worked out in [11]. IRO concepts and slots are mapped into table names and field names of the underlying relational IR scheme. This mapping according to the IEDI ontologies hierarchy is stored in IRO-IR Scheme Mapping ontology.

IR wrappers accept the sub-queries, initiate their execution and perform results mark-up in terms of respective IRO. The details of IR wrapper algorithms and realization are reported in [11].



surname	first-name	descrOfSchool	abbreviation	descrOfCityEndSch...
Саснко	Ольга	Запорізький торговий коледж	ЗТК	Запоріжжя
Бондар	Едуард	Запорізький будівельний технікум	ЗБТ	Запоріжжя
Ворожева	Олеся	Гідроенергетичний технікум Запор...	ГЕТЗД	Запоріжжя
Карпенко	Вероніка	Запорізький центр професійно-тех...	ЗЦПТО	Запоріжжя
Доберчук	Денис	ПТУ №5	ПТУ5	Запоріжжя
Соколов	Олексій	Запорізький електротехнічний тех...	ЗЕТК	Запоріжжя
Ломейко	Юлія	№67	№67	Запоріжжя
Коваленко	Віталій	№14	№14	Запоріжжя
Бойченко	Анастасія	№107	№107	Запоріжжя
Застело	Анна	№2	№2	Запоріжжя
Куропяткін	Євген	№90	№90	Запоріжжя
Качан	Анна	№7	№7	Запоріжжя
Сироватка	Тетяна	Запорізьке педагогічне училище №2	ЗПУ2	Запоріжжя
Єнютін	Олексій	№20	№20	Запоріжжя
Сороколат	Наталя	№18 Спеціалізована школа фізич...	с№18	Запоріжжя
Бушман	Олег	ПТУ №14	ПТУ14	Запоріжжя
Циганова	Катерина	№93	№93	Запоріжжя
Кармелюк	Катерина	№16	№16	Запоріжжя
Біла	Ірина	№106	№106	Запоріжжя
Клюєв	Сергій	№110	№110	Запоріжжя
Куїмов	Олег	№110	№110	Запоріжжя
Томілова	Марина	№4	№4	Запоріжжя
Сокол	Яна	№96	№96	Запоріжжя
Набієва	Світлана	Запорізька філія Державної акаде...	ЗФДАС	Запоріжжя
Сванідзе	Наталя	№100	№100	Запоріжжя

Figure 7. Response obtained for the query

E.g. query “*Entrants from Zaporozhye and their schools descriptions*” had the following response (see Fig. 7).

### 5 Experiments with QFI

Evaluation experiment was planned as follows. There were chosen two autonomous IRs registered into the IEDI mediator – “University Entrants” IR of Zaporozhye National University and “Dean’s Office” IR of V. Karazin Kharkiv National University. “University Entrants” IR is run on MS SQL Server 2000 platform, “Dean’s Office” IR uses MS Access.

The preparatory stage consisted of construction of experimental query set and installation of IR wrappers on the IRs.

The principle of organizing the query set was that IEDI mediator should correctly answer queries specific to the given IR, and additionally it should be able to answer queries over common concepts of MDO, which have several mappings in IRs.

Each IR support team was asked to prepare a set of queries intrinsic to the IR and formulated in natural language. The size of each query set was approximately 25 queries. As far as frequently asked queries are usually hardwired into the visual interface of information system, most of the queries in the set were taken from that interface. Resulting query sets were formed without any restrictions which might be influenced by the IEDI mediator architecture, ontologies hierarchy and the query formulation language.

Natural language query set over MDO concepts was prepared by MDO support team at ZNU. The main requirement to this set was to intensively use concepts common to both IRs and to explore taxonomy of concepts.



The main stage of the experiment was as follows.

At first, each IR support team has formulated and executed queries from their query sets using QFI and IEDI mediator. The correspondent IR itself was used locally. This has allowed further use the IR query set as a testbed for checking correctness of IRO, IRO-IR Schema Mapping Ontology and of RDQL-SQL transformation algorithm.

At second, MDO support team has re-run IR query sets, when these IR were used remotely. This has proved the reliability of IEDI mediator – wrappers communication through distributed web-services.

At third, MDO support team has formulated in QFI and executed MDO query set to check correctness of sub-queries extraction and IR responses gathering.

For each query sets it was proposed to IRO/MDO support teams to fill in a questionnaire during the main stage of experiments. They were asked to outline the reasons of complexity in query formulation. The results of their answers are shown in Table 1 (several reasons for one query were allowed).

*Table 1. Users vision of complexity in query formulation in IEDI*

<b>Reason</b> <b>Query sets</b>	<b>IEDI</b> <b>architecture</b> <b>and tasks</b>	<b>RDQL</b> <b>limitations</b>	<b>QFI</b> <b>implementation</b>
IR query sets	0%	36% (18 of 50)	16% (8 of 50)
MDO query set	36% (9 of 25)	36% (9 of 25)	60% (15 of 25)

Both IR support teams were strongly familiar with correspondent domain; however they used QFI with very little respect to its factual capabilities. They expected to get the results in the form similar to their IR native user interface, where the aggregate values (sums, average values etc) are of common use. That's why they've put the restrictions of RDQL on the first place of complexity reasons.

MDO support team was familiar with correspondent domains, and this team was better informed of factual capabilities of QFI and IEDI mediator. Their main task was to pose queries involving concepts from both IRs. They've outlined that IEDI mediator does not merge responses from IRs, but the most complex thing was to compare values from IRs between each other. This has lead to first place of QFI limitations for complexity reasons.

However it should be pointed out that only queries which contained value restriction of non-string data types were failed. The percentage of such queries in the sets was 4% (2 queries of 50).

Maximal delay of response for querying IR situated in the same network with the user and the IEDI mediator was proportional to the response size and did not exceed 5 seconds. For querying IR via remote access both to the mediator and an IR the maximal response delay caused by network connection was 50 seconds.

## **6 Lessons Learned and Future Research**

Experiment with the user interface component of IEDI mediator shows that visual query formulation supplied with native language-oriented interface is very comfortable and easy to use. For novices in the domain it was a bit complex to

understand the context of a particular ontology concept, and they were forced to read comments to definitions of concepts and properties. Additional but expected inconvenience was related with the situation when users navigate and query ontology with concepts/properties' names given in a foreign language.

Results obtained during the implementation and testing stages of UnIT-NET project have pointed out current restrictions of the interface between users and IEDI.

Interface restrictions were divided into three types: restrictions imposed with the internal query language – RDQL, simplifications done for the whole IEDI architecture, and simplifications of the current version of QFI.

The first influencing category of restrictions was the internal query language. RDQL does not allow aggregation functions to be applied as at the stage of initial query formulation, as at the stage of results mark-up.

Certain limitations or, better say, simplifications were made to the IEDI architecture. One of them is the simplified structure of IRDMO. Currently the mapping is of the form of equality between concepts and properties from different ontologies. However, practically we were faced with the situation when MDO property may be represented as certain function over IRO properties and concepts. This function may in the primitive case be string concatenation function. E.g. MDO slot “*address*” is atomic and contains street, building number, apartment number and city name, while in one of IRs there is no “*address*”, but separate “*street*”, “*building*”, “*city*”, “*flat*” slots. In more complex case the function should involve the instances of property values. E.g., in one IR the “*gender*” property of a person has the values “*male*” and “*female*”, and in the other IR – correspondent values were “*m*” and “*f*”.

Moreover, as the whole IEDI architecture was not configured for results merging and fusion (it was beyond the scope of UnIT-NET), this has led to the situations when the user had to analyze the responses from the IRs one by one.

QFI limitations were outlined as follows:

- user cannot see object properties of concepts – this leaves the user “outside the kitchen” of initial query formulation
- user unfamiliar with RDQL cannot really approve query prepared by the QFI and he/she is forced to skip the query approval stage
- QFI currently supports value restrictions “equal” and “not equal” for datatype properties. However the whole set of value restrictions provided in the RDQL specification [15] can be easily added to the QFI
- QFI due to limitations of RDQL does not allow aggregation functions to be applied as at the stage of initial query formulation, as at the stage of results mark-up
- QFI currently does not allow to compare one property values with another property values, e.g. in the form “*concept<sub>1</sub>.property<sub>1</sub> = concept<sub>2</sub>.property<sub>2</sub>*”
- QFI does not allow to choose values of property from the list of values stored in the underlying IR
- QFI does not support all data types, which can be in the underlying domain. Currently only string values are allowed in value restrictions.

In spite of the fact that the highest quantity of negative user feedbacks (see Table 1) was obtained because of limitations of QFI, all these limitations are easy to overcome.

The situation with internal query language restrictions is different. At present, RDQL syntax is fixed. One solution is to choose the RDF query language already possessing all necessary features (at least, aggregation). Such languages as SeRQL[12] and SPARQL[16] seem good candidates for the purposes of UnIT-NET IEDI. Another solution for IEDI is to enhance Results Mark-Up Translation Server (see Fig.1). Queries with calculation of maximum/minimum/count/average values etc. may in that case be performed in two steps: computation of RDQL query result “as is”, without aggregation, and then before presenting the result to the user – to calculate requested aggregation functions (on the mediator side, or at the client side).

Negative user feedbacks concerning the limitations of UnIT-NET IEDI architecture appear when the semantics of a user query requires merging of the IR responses. This problem is also of great importance for the IEDI and is one of future research direction for UnIT-NET consortium.

## 7 Related Work

Mediator-wrapper architecture [17] provides the syntactic and semantic interoperability [1] with help of intermediate layer (mediator) responsible for unification of user interface to distributed heterogeneous IRs presented with their wrappers.

The number of projects in intelligent information retrieval advocates ontology-based knowledge integration from autonomous heterogeneous distributed information resources. The review of state-of-the-art in this direction one can find in [4], [9], [18] and [19].

Functionality and aesthetic presentation of user interface influences future use of the whole system. As it was mentioned in [14], “...*It is worth noting that most people interacting with computers see only the system interface. Thus, it becomes a very important component of a software system from the design phase onwards.*” There are a lot of investigations focused on visual query system development for databases. The detailed survey and classification of approaches in that field may be found in [14].

Such approaches are rather strict – they assume that user query may consist only of terms already described in the domain.

However, last decade research projects pay more attention to intelligent query interfaces in order to best capture the semantics of a user query. In the variety of proposed techniques outline the following.

User profiles (see a survey in [20]) are often considered as storages of user personal knowledge.

Intensional navigation in SEWASIE ([21], [22]) is used for incremental user query construction through domain ontology navigation. SEWASIE approach allows refinement of existing query terms or even invention of new query terms basing on existing ontology terms and Boolean connectors. Resulting query is then subjected to satisfiability checking w.r.t. domain ontology with help of a reasoning system supporting domain ontology definition language.

Query rewriting techniques [7], [8], [20] apply a set of rules to reformulate user query into terms of underlying resources.

## 8 Conclusions

The paper reports on the results of evaluation of the UnIT-NET IEDI research prototype. The focus of the paper is the intelligent visual interface – QFI – the graphical tool aiming to assist a user to formulate his/her queries to the resources registered to IEDI. The evaluation of the proposed solutions of IEDI architecture is made experimentally by the members of UnIT-NET consortium. Experiments have shown practical applicability of the approach proposed for the IEDI architecture. One of the stages of the evaluation procedure is the assessment of the quality of interface between users and IEDI mediator. The paper analyses lessons learned from the evaluation of UnIT-NET IEDI user interface component – Query Formulation Interface. The analysis proves the usability of the QFI; however there are refinements which have still to be considered in the future work.

## Acknowledgements

The authors would like to express their gratitude to the members of the UnIT-Net project consortia for their collaborative help in bringing the reported results to life.

## REFERENCES

1. Wiederhold G., Genesereth M. The conceptual basis for mediation services. IEEE Intelligent Systems, September/October, 1997, 38-47.
2. Sheth A. and Larson J. Federated Database Systems for Managing Distributed, Heterogenous, and Autonomous Databases. ACM Computing Surveys, 22:3, 183-236, ACM Press, 1990.
3. Ermolayev, V., Spivakovsky, A., Zholtkevych, G.: UnIT-NET IIDE: Infrastructure nationale ukrainienne pour l'intraéchange de données électroniques. Colloque National de la Recherche Universitaire dans les I. U. T. Actes de Colloque, Tome 1. Sciences et Techniques de l'Ingenieur, Nice, May, 6-7, 2004, p. 113-121.
4. Ermolayev, V., et al.: The Infrastructure for Electronic Data Interchange. Reference Architecture Specification. Version 1.0. UNIT-NET Deliverable No D2.2.D.1. URL: <http://www.compscipreprints.com/comp/Preprint/eva/20040228/1>
5. Xu Li, Embley D.W. Combining the Best of Global-as-View and Local-as-View for Data Integration. 3-d Intl. Conference on Information Systems Technology and its Applications (ISTA'2004), Salt Lake City, Utah, USA, July 15-17, 2004, 123-136.
6. Chawathe S. et al. The TSIMMIS project: Integration of heterogeneous information sources. Proc. of the 10<sup>th</sup> Meeting of the Information Processing Society of Japan, Tokyo, Japan, 1994, 7-18.
7. Baader F. et al.: Rewriting concepts using terminologies. 7<sup>th</sup> Intl. Joint Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR 2000), 2000, 297-308.
8. Lattes V.; Rousset M.-C.: The Use of CARIN Language and Algorithms for Information Integration: The PICSEL System. Intl. J. of Cooperative Information Systems, 9(4), 2000, 383-401.
9. Ermolayev, V., Keberle, N., Shapar, V., Vladimirov, V.: Ontology-Driven Sub-Query Extraction for Distributed Autonomous Information Resources in UnIT-Net

- IEDI. 3-d Intl. Conference on Information Systems Technology and its Applications (ISTA'2004), Salt Lake City, Utah, USA, July 15-17, 2004, 137-150.
10. OWL Web Ontology Language Reference. W3C Proposed Recommendation, 15 December 2003. URL: <http://www.w3.org/TR/owl-ref/> (last checked: 08.07.2005)
  11. Ermolayev, V., Keberle, N., Shapar, V., Vladimirov, V.: Semantically Reinforced Web Services for Wrapping Autonomous Information Resources. Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2004. – № 629. Series “Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems”, Issue 3. – p.56-69.
  12. RDF Query Survey. URL: <http://www.w3.org/2001/11/13-RDF-Query-Rules/> (last checked: 08.07.2005)
  13. Lamping, L.; Rao, R.; and Pirolli, P. A Focus+Context Technique Based on Hyperbolic Geometry for Visualizing Large Hierarchies. Proc. of the ACM SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems, 401-408. New York: ACM, 1995.
  14. Catarci T., Costabile M.F., Levialdi S., Batini C. Visual Query Systems for Databases: A Survey. Journal of Visual Languages and Computing, 8(2), 1997, 215–260.
  15. RDQL – A Query Language for RDF. W3C Member Submission, 9 January 2004, URL: <http://www.w3.org/Submission/2004/SUBM-RDQL-20040109/> (last checked: 08.07.2005)
  16. SPARQL Query Language for RDF. W3C Working Draft, 19 April 1995. URL: <http://www.w3.org/TR/2005/WD-rdf-sparql-query-20050419/> (last checked: 08.07.2005)
  17. Wiederhold G. Mediators in the Architecture of Future Information Systems. IEEE Computer, 25, 3(March), 1992, 38-49.
  18. Keberle N. Heterogeneous database and knowledge-based integrating systems: the review. Visnyk of the Lviv University. Series Applied mathematics and Computer Science. 2002, No.4, 163-172 (In Ukrainian).
  19. Wache, H. et al.: Ontology-Based Integration of Information - A Survey of Existing Approaches. In: (A. Gomez-Perez, M. Gruninger, H. Stuckenschmidt, M. Uschold) Proceedings of the IJCAI-01 Workshop on Ontologies and Information Sharing, Seattle, USA, August 4-5, 2001, 108-118.
  20. Ermolayev, V., Keberle, N., Plaksin, S., Vladimirov, V.: Capturing Semantics from Search Phrases: Incremental User Personification and Ontology-Driven Query Transformation. In: Proc. of the 2-nd Int. Conf. on Information Systems Technology and its Applications (ISTA'2003), Kharkiv, Ukraine, June 19-21, 2003, 9-20.
  21. Dongilli P., Franconi E., Tessaris S. Semantics Driven Support for Query Formulation. Proc. of the 2004 Intl. Workshop on Description Logics (DL 2004), vol. 104, Whistler, BC, Canada, June 2004.
  22. Catarci T. et al. Usability evaluation tests in the SeWAsIE (SEmantic Webs and AgentS in Integrated Economies) project. Proc. of the 11th Intl. Conf. on Human-Computer Interaction (HCI 2005), 2005.

## Алгоритм работы информационного агента в распределенной вычислительной системе и его модель на базе нечетких Е-сетей

Е. В. Дуравкин, Амер Таксин Каламех Абу Джаккар

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Украина*

In the article questions of the program intellectual agent model designs by means of fuzzy E-nets were considered. The structure of the node of the distributed computer system which used soft agents was suggested. The algorithms of the agents for data searching and information base analysis which used elements of artificial intelligence were designed. The described agent models were designed by means of fuzzy E-nets. The methods of the performance evaluation of the designed algorithms on models were showed.

**1. Постановка проблемы.** При разработке распределенных программных систем зачастую модули, выполняющие управленческие функции, реализуют в виде агентов. Основной задачей таких агентов является повышение эффективности управления ресурсами системы, частью которой они являются, путем введения элементов интеллектуального управления в соответствующие алгоритмы. Примерами таких ресурсов могут быть не только информация, но и пропускная способность, память, процессорное время [1]. В настоящее время уделяется большое внимание разработке систем такого класса, однако недостаточное внимание уделяется вопросам совершенствования средств исследования и анализа данных систем. Такое положение дел приводит к тому, разработчики систем, построенных на базе передовых технологий искусственного интеллекта не имеют в своем распоряжении средств для оценки их эффективности на этапах проектирования и отладки, что отрицательно сказывается на их качестве и сроках внедрения.

**2. Анализ публикаций.** Зачастую для анализа работы интеллектуальных агентов используются традиционные средства имитационного моделирования (автоматы, цепи Маркова, агрегатные схемы) [2,3], в более простых случаях такие системы пытаются описать аналитическими выражениями [4]. Использование данного подхода зачастую приводит к тому, что исследователи получают неверные результаты в следствии ограниченности выбранного средства анализа. Получение неверных результатов в первую очередь связано с тем, что используемые средства не в состоянии учесть основные особенности предметной области, такие как наличие нескольких управляющих и информационных потоков, распределенная система управления, наличие в управляющих алгоритмах элементов искусственного интеллекта.

Как было показано в [3,5] сети Петри и их расширения в значительной мере избавлены от указанных недостатков, а описанное в [6] расширение Е-сетей, так же позволяет учесть наличие элементов искусственного интеллекта.

**3. Постановка задачи.** В качестве примера, на котором показаны возможности нечетких Е-сетей при разработке моделей в данной предметной области, будет рассмотрена распределенная вычислительная система, структурная схема элемента (узла) которой представлена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема узла распределенной вычислительной системы

Рассматриваемая система состоит из равноправных узлов, задача которых заключается в обработке данных, в соответствии с алгоритмами вычислительного модуля. В каждом вычислительном модуле могут быть реализованы различные алгоритмы, которые будут требовать данные независимо друг от друга. Для обеспечения потребностей вычислительного модуля в данных в каждом узле предусмотрены программные агенты, осуществляющие поиск необходимой информации на других узлах системы и анализирующие информацию, находящуюся на собственном узле для удовлетворения запросов других узлов. Функции взаимодействия узлов между собой реализованы посредством модуля связи. В некоторых случаях данный модуль так же может состоять из соответствующих программных агентов, однако данные вопросы не являются материалом настоящей статьи.

**4. Основная часть.** Для начала более подробно рассмотрим алгоритмы работы введенных программных агентов. Задачей агента поиска данных является обеспечение потребностей вычислительного модуля в необходимых данных. В случае, когда для продолжения дальнейших расчетов вычислительному модулю недостаточно данных, находящихся в собственной информационной базе он формирует запрос к агенту поиска данных. В запросе вычислительный модуль должен отразить признаки необходимых ему данных (в данном случае все данные в системе должны быть представлены в виде объектов, содержащих как переменные, так и методы работы с ними). На основании полученного запроса агент поиска данных формирует запрос на поиск данных в системе. После чего передает его модулю связи. По результатам запроса могут быть получены либо положительные, либо отрицательные ответы. В случае получения положительного ответа необходимые данные передаются вычислительному модулю. В случае получения отрицательных ответов от всех узлов системы, агент поиска данных запрашивает дополнительную информацию у вычислительного модуля о данных (например, в ходе работы каких функций

они могут быть получены). С помощью дополнительной информации данных агент поиска формирует новый, расширенный запрос. По результатам такого запроса либо определяется узел – источник необходимых данных и ему высылается заявка на их отправку текущему узлу после генерации, либо принимается решение о том, что вычислительному модулю текущего узла необходимо самому производить их вычисление. Особенностью последнего этапа является то, что по дополнительному запросу несколько узлов системы могут дать положительный ответ. Данная ситуация может возникнуть в силу недостаточно полной информации в расширенном запросе, либо в связи со схожестью работы различных вычислительных функций выполняемых в текущий момент времени на разных узлах. Следовательно, при получении нескольких положительных ответов агент поиска данных должен определить наиболее вероятного генератора искомых данных. Выбор узла – наиболее вероятного генератора искомых данных может быть основан на максимальном совпадении информации содержащейся в запросе, и информации, полученной от вычислительного модуля. Структурная схема алгоритма работы агента поиска данных приведена на рис. 2.

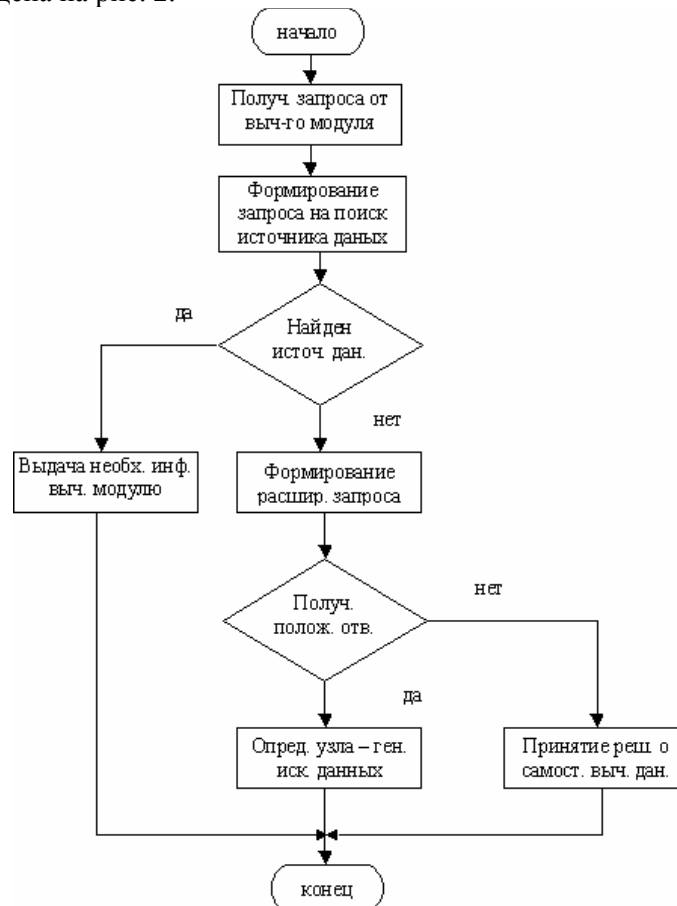


Рис. 2. Структурная схема работы агента поиска данных

Как уже упоминалось, для обработки запросов поступающих от агентов поиска данных на каждом узле реализованы агенты анализа информационной



базы. Задачей агентов является определение наличия необходимых данных, согласно полученного запроса и их отправки запрашивающему узлу. Для решения данной задачи предлагается следующий алгоритм работы агента. Агент может получить запросы двух типов: обычный и расширенный. При получении обычного запроса агент производит поиск необходимых данных в информационной базе своего узла. Поиск производится по информации, содержащейся в запросе (имя или описание объекта). В случае удачного поиска агент высылает требуемые данные узлу – получателю, в обратном случае – отрицательный ответ. При получении расширенного запроса агент производит поиск не только в информационной базе своего узла, но так же посылает запрос вычислительному модулю на предмет вычисляемых данных и работающих функций в настоящий момент времени. После обработки информации, полученной от вычислительного модуля и состояния информационной базы, агент анализа принимает решение, является ли его узел – узлом-генератором искомых данных или нет. И отправляет соответствующий ответ запрашивающему узлу. Принятие решения в данном случае может быть основано на анализе текущего состояния информационной базы, выполняемых в текущий момент времени функций вычислительного модуля используемых данных и т. п. Структурная схема алгоритма работы агента анализа информационной базы представлена на рис. 3.

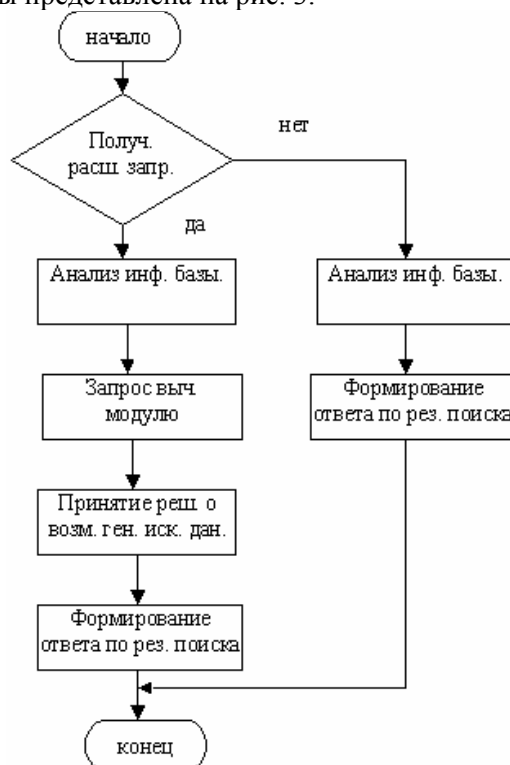


Рис. 3. Структурная схема алгоритма работы агента анализа информационной базы

Основной задачей разработанных алгоритмов является обеспечение максимального значения показателя эффективности системы подготовки данных для вычислений. В качестве такого показателя эффективности может выступать некая функция  $f$  которая связывает между собой такие характеристики работы как время поиска данных, полнота доставленных данных и загруженность системы связи. В качестве характеристики полноты доставленных данных можно использовать соотношение:

$$\kappa_{инф} = \frac{V_p}{V_{тр}}, \quad (1)$$

где  $V_p$  – реальный объем используемых данных из всех доставленных;  
 $V_{тр}$  – объем данных, который необходим для работы текущей функции.

Оценить загруженность системы связи можно используя коэффициент

$$\kappa_{св} = \frac{I_3}{I_{общ}}, \quad (2)$$

показывающий соотношение служебного трафика в системе по поиску текущих данных ( $I_3$ ) и общего трафика системы ( $I_{общ}$ ).

Временные параметры можно оценивать как отношения времени поиска данных ( $t_n$ ) ко времени работы соответствующей функции ( $t_\phi$ ):

$$\kappa_{вр} = \frac{t_n}{t_\phi}. \quad (3)$$

Общий вид функции эффективности должен определяться особенностями исследуемой системы и относительной ценностью учитываемых параметров. Так в простейшем случае он может быть линейным, вида:

$$f = \alpha \kappa_{инф} + \beta \kappa_{св} + \gamma \kappa_{вр}, \quad (4)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  - коэффициенты, учитывающие относительную ценность каждого параметра. Для более точного учета влияния указанных параметров на эффективность работы информационных агентов возможно использование функций более сложного вида.

Для анализа эффективности работы распределенной вычислительной системы, использующей описанные алгоритмы работы программных агентов наиболее целесообразно составить ее модель. Как уже упоминалось, для этой цели предлагается использовать нечеткие Е-сети.

Формально Е-сеть задается как двудольный ориентированный граф, описываемый множеством  $E = (P, H, L, D, A, M_0)$ , где  $P$  – конечное множество мест, включающее подмножества  $B$  и  $R$ , ( $B$  – конечное множество периферийных мест,  $R$  – конечное множество решающих мест);  $H$  – конечное множество переходов, включающее множества  $T, F, J, X, Y$ ;  $L$  – прямая функция инцидентности;  $D$  – обратная функция инцидентности;  $A$  – конечное множество характеристик переходов, включающее  $a = (\tau(a_i), q)$ , ( $\tau(a_i)$  – время срабатывания перехода,  $q$  – процедура перехода);  $M_0$  – начальная разметка сети.

При разработке моделей с использованием аппарата Е-сетей ситуации принятия решения и выбора моделируются с помощью управляемых МХ и МУ – переходов. Процесс перехода в одно из возможных состояний описывается

предикатом перехода. Наиболее часто предикаты управляемых переходов имеют либо вероятностную функцию срабатывания, либо функцию, зависящую от состояния вектора атрибутов метки, других мест сети или внешних воздействий.

В случае разработки моделей систем использующих элементы интеллектуального управления предложено дополнить возможности описания предикатов управляемых переходов [6]. Используя введенные дополнения в аппарат Е-сетей модель работы информационных агентов рассматриваемой системы может быть представлена в следующем виде. Граф Е-сети, моделирующей работу агента поиска данных представлен на рис. 4.

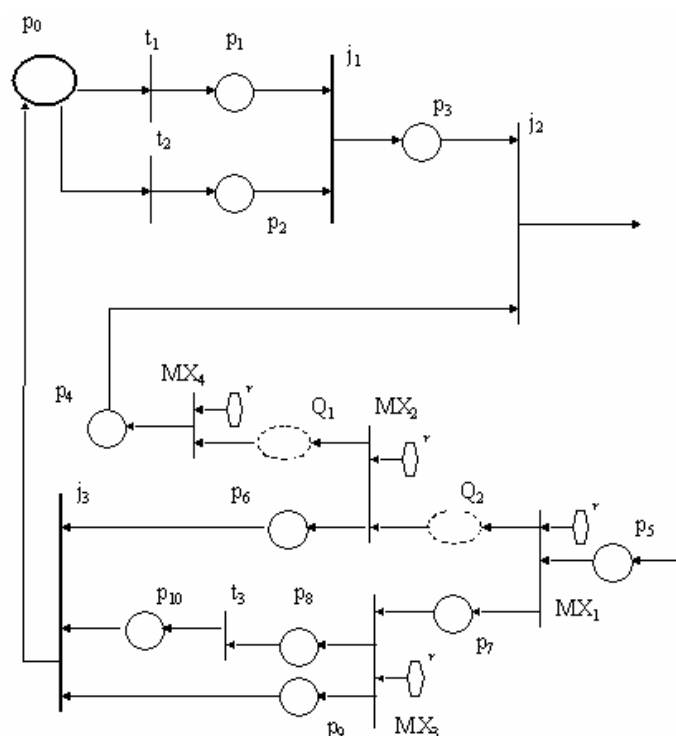


Рис. 4 Граф Е-сети, моделирующей работу агента поиска данных

Элементы разработанной Е-сети соответствуют следующим состояниям и функциям агента. Места:  $p_0$  – макро-место, моделирующее работу вычислительного модуля с агентом поиска данных, в данном макро-месте формируется вектор атрибутов метки, содержащий информацию о искомых данных;  $p_1$  – получена информация от вычислительного модуля для формирования обычного запроса;  $p_2$  – получена информация от вычислительного модуля для формирования расширенного запроса;  $p_3$  – запрос готов для передачи модулю связи;  $p_4$  – отправить заявку на доставку данных выбранному узлу;  $p_5$  – получен ответ на запрос;  $p_6$  – принято решение о необходимости самостоятельно формировать необходимые данные;  $p_7$  – получен ответ на обычный запрос;  $p_8$  – необходимо формирование расширенного запроса;  $p_9$  – получен положительный ответ от одного из узлов системы;  $p_{10}$  –

запрос вычислительному модулю на выдачу информации для формирования дополнительного запроса.

Макро-места очереди:  $Q_1$  – хранит метки с положительными ответами на расширенный запрос;  $Q_2$  – содержит метки с ответами на расширенный запрос. Переходы:  $t_1$  – получение информации от вычислительного модуля для формирования обычного запроса;  $t_2$  – получение информации от вычислительного модуля для формирования расширенного запроса;  $t_3$  – формирование запроса вычислительному модулю на дополнительную информацию.  $j_1$  – формирование запроса на поиск данных;  $j_2$  – передача запроса модулю связи;  $j_3$  – передача информации вычислительному модулю по результатам поиска данных.  $MX_1$  – определение на какой из запросов получен ответ;  $MX_2$  – анализ ответов на расширенный запрос;  $MX_3$  – анализ ответов на обычный запрос;  $MX_4$  – выбор наиболее вероятного узла – генератора искомых данных. Предикаты управляемых переходов определяются следующим образом:  $r_1$  – выбор места в которое будет передана метка определяется значением вектора атрибутов метки различающим ответ на обычный запрос и расширенный запрос;  $r_2$  – в случае если в макро-месте очереди  $Q_2$  у всех меток вектора атрибутов содержат элементы, соответствующие отрицательному ответу, после получения меток от всех узлов одна метка передается в место  $p_8$ , что соответствует необходимости самостоятельно генерировать искомые данные;  $r_3$  – если от всех узлов системы получены отрицательные ответы, то метка передается в место  $p_8$ ;  $r_4$  – по анализу векторов атрибутов меток, находящихся в макро-месте очереди  $Q_1$  определяется номер узла – наиболее вероятного генератора искомых данных и ему передается заявка на их доставку, остальные метки сбрасываются. При определении предикатов управляемых переходов наибольшие трудности возникают в случае перехода  $MX_4$ . В данном случае сложность вызывают моделирование процедур определения наиболее вероятного узла – генератора необходимых данных. Для этого при формировании ответов на расширенный запрос, агент анализа информационной базы в векторе атрибутов метки должен установить соответствующее значение заданного поля, а так же в случае необходимости, значения дополнительных полей (в общем случае полей, характеризующих вероятность генерации искомых данных, может быть несколько). В данном случае считается наиболее целесообразным использовать аппарат нечетких множеств, с помощью которых и будет определен предикат соответствующего перехода. Для этой цели должна быть задана некоторая функция предпочтения, значение которой будет определять наиболее предполагаемый узел генератор искомых данных. Конкретный вид функции предпочтения должен определяться используемыми критериями в исследуемой системе.

Граф Е-сети, моделирующей работу агента анализа информационной базы представлен на рис. 5.

Элементы приведенного графа соответствуют следующим состояниям и функциям моделируемого агента. Места:  $p_1$  – получен обычный запрос на поиск данных;  $p_2$  – получен расширенный запрос на поиск данных;  $p_3$  – по результатам анализа сформирован отрицательный ответ;  $p_4$  – по результатам анализа сформирован положительный ответ;  $p_5$  – анализ информационной базы по расширенному запросу;  $p_6$  – запрос к вычислительному модулю по

выполняемым функциям;  $p_7$  – получены результаты по расширенному запросу;  $p_8$  – формирование положительного ответа по расширенному запросу;  $p_9$  – формирование отрицательного ответа по расширенному запросу.

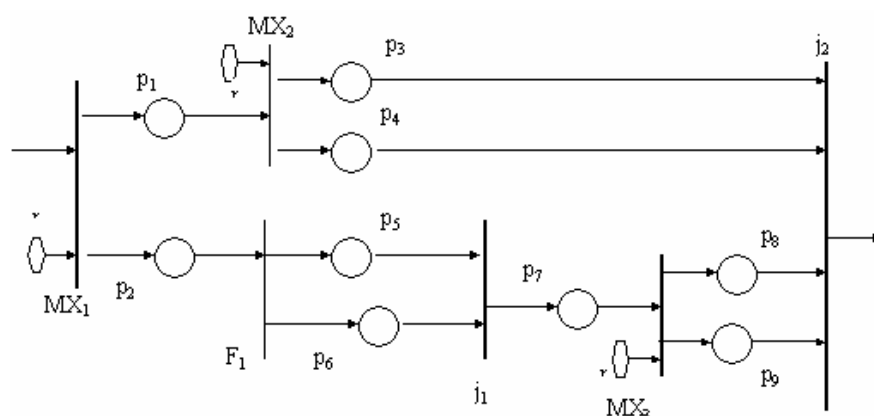


Рис. 5. Граф E-сети, моделирующей работу агента информационной базы

Переходы  $F_1$  – выполнение запросов к информационной базе и вычислительному модулю;  $j_1$  – получение ответов от к информационной базы и вычислительного модуля;  $j_2$  – передача ответов модулю связи;  $MX_1$  – распознавание поступившего запроса;  $MX_2$  – формирование ответа на простой запрос;  $MX_3$  – формирование ответа на расширенный запрос. Предикаты управляемых переходов определяются следующим образом:  $r_1$  – по значению заданного элемента вектора атрибутов метки;  $r_2$  – определяется состоянием элементов, моделирующих информационную базу;  $r_3$  – определяется состоянием вектора атрибутов метки, находящейся в месте  $p_7$ , а так же возможно состоянием неких внешних элементов. Особенностью определения предиката  $r_3$  является то, что он совместно с функцией срабатывания перехода должен задать значения неких параметров вектора атрибутов метки, влияющих на определение узла – генератора данных.

Получение характеристик работы программных агентов и оценка значения функции эффективности (4) производится путем сбора статистики работы E-сети. Так для оценки полноты доставленных данных необходимо подсчитать количество запросов от вычислительного модуля для работы одной функции, а так же объем данных, доставленных избыточно. Данную информацию можно получить путем подсчета количества меток поступивших из макро-места  $p_0$  и анализа элементов вектора атрибутов меток, содержащих положительные ответы на запросы. Оценка коэффициента загрузки системы связи находится путем подсчета числа меток, соответствующих сообщениям в системе и оценки их среднего числа, необходимого для выполнения одного запроса по поиску данных. Оценку временных параметров решения задач поиска данных можно производить путем анализа соответствующих элементов вектора атрибутов метки, инициирующей задачу (поступившей из макро-места  $p_0$ ) и метки, соответствующей выдаче вычислительному модулю результатов поиска.

После статистической оценки членов функции эффективности производится нахождение ее оценки по соотношению (4).

**5. Выводы.** Таким образом видим, что разработка моделей работы программных агентов поиска данных и анализа информационной базы с использованием нечетких Е-сетей не представляет особых проблем. При использовании же других средств математического моделирования возникают различного рода трудности. Так например, при использовании аппарата цепей Маркова разработчики сталкиваются со сложностями описания несинхронных, недетерминированных процессов. Так же значительные трудности возникают в описании процесса принятия решения, если при этом в реальной системе используются элементы искусственного интеллекта. При использовании же автоматных моделей у разработчиков отсутствует возможность описания взаимодействующих параллельных процессов, что так же значительно снижает адекватность полученных результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Распределенные системы. Принципы и парадигмы. – Э. Таненбаум, М. ван Стеен. – СПб.: Питер, 2003. – 877с.
2. Герасимов Б. М., Тарасов В.А., Токарев И.В. Человеко-машинные системы принятия решений с элементами искусственного интеллекта. – К.: Наукова думка, 1993. –183 с.
3. Применение микропроцессорных средств в системах передачи информации: Учеб. пособ. для вузов по сп-ти АСУ/ Я. Советов, О.И. Кутузов и др. – М.:Высш. шк., 1987. –256 с.:ил.
4. Поспелов Г. С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
5. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. 736с.
6. Дуравкин Е. В. Использование аппарата Е-сетей для моделирования систем управления с элементами искусственного интеллекта. Вісник Харківського національного університету. №629 Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». С.5-10

## One Way to Guarantee the Stable Behaviour of a Software System by Preventing Unauthorized External Intrusions

G. M. Zholtkevych, I. T. Zaretska

*V. N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine*

A new software design pattern of architectural level called Chest is introduced in the paper. It allows guaranteeing the stable behaviour of a complex system by encapsulating its manager into a protecting shell class with static interface. Clients can use system functions only via Chest class which delegates real work to the system manager class. Full description of this pattern is presented in the paper. The description includes pattern structure, relationship between participants, problems of realization, and examples of code and cryptosystem application.

### Introduction

The problem of good design and architectural solutions reuse is in the centre of software engineering research. Successive reuse of such solutions (including the programming code) is one of the key factors in providing software development efficiency and software product quality. In fact reuse ensuring in the process of software development was one of the uppermost goals when the object-oriented paradigm of analysis, design and programming was being created [1 – 3]. As practice shows the object oriented approach to the decomposition of knowledge domain (object oriented decomposition) in contrast to the functional decomposition makes it possible to recognize invariants of a structure and behaviour which are called software patterns [4]. As founders of the object-oriented paradigm stated determining the typical interactions between objects of the designed system can be regarded as one of its quality metrics. If this aspect is given focus on the design stage the architecture of the system gets more compact, easy and flexible than if patterns were ignored (see for example the foreword to [4]). This paper describes one software pattern of architectural level, which has been discovered by authors during their work in the TEMPUS TACIS MP JEP 23010-2003 project. This pattern allows developer to protect his software subsystem from access by any methods except for those allowed by him. Such solution guarantees stable behaviour of a system, which is defined by its implementation. It is especially important for the subsystems critical in view of their information security or in view of their effect on the system environment.

### Problem description and main ideas

Let us consider some subsystem with definite number of functions and a manager to control its performance in accordance to definite logic and rules. For example computer aided manufacture systems or systems of information exchange crypto protection are of such kind. Exactly the stability of system behaviour is the crucial factor for such systems. It is important to find an architectural solution to protect your system

and its manager from external impact as well as to prevent any changes in the predefined behaviour of executable components of the system. One of such architectural solutions is offered in this paper. Its main idea is to prohibit any direct access to system functions and to its manager behaviour from external objects by encapsulating them into some “protective shell” which strictly regulates user rights. This solution can be regarded as a software pattern of system or architectural level. According to its purpose we call it Chest or Coffe.

### Pattern description

We will use the standard scheme to describe the pattern [4].

*Pattern name and group:* **Chest**, system or architectural group.

*Purpose:* to guarantee security and stability of complex system performance.

*Also known as:* **Coffe**.

*Motivation.* Let us consider some system for cryptographic security of information exchange between hosts in a global network. The system itself has a number of functions using definite algorithms and interacting in definite way to secure information. Certainly it is not advisable and moreover quite dangerous to permit any user an immediate access to these system functions. It would not only aggravate his work but could cause breaking information integrity or secrecy. A natural solution to this problem is to introduce a manager class, which would control the complex process of interaction between system functions. But if any user is permitted an immediate access to the manager class he could try to crack the system by extending (inheriting) or just replacing the manager class. Certainly it is possible to restrict user access to the manager class only by “allowed” methods but still the problem of manager instances creating and destroying remains unsolved. To impose this responsibility on a user (i.e. to make public the manager class constructor and destructor) means to give a user an opportunity to decide independently when and which instance of the manager class to create. Such an “excessive freedom” does not contribute to the reliability of the system performance.

*The proposed solution* eliminates the mentioned above disadvantages due to a new class **CryptoSystem** that works like a protecting shell. It encapsulates the instance of the manager class so it is possible to create or destroy this instance or to execute its methods only from inside this **CryptoSystem** class. No user can directly access either the system functions or its manager but interacts with the cryptosystem only via allowed for him interface of the **CryptoSystem** class (fig. 1 at the next page). Such architecture deprives user any possibility to intrude into the system work.

*Usability.* This pattern is used if

- it is necessary to prohibit the direct access of a user to the system functions;
- the system functions interact in a complicated way while a user needs only simple standard interface to the system;
- the responsibility to control the system functions interaction is assigned to a separate manager class that should be protected from changing or replacing.

### Structure.

*Participants* (fig. 2 at the next page)

**Client** – a user of the system who:

- interacts with the system only via the class **Chest** interface;



- has restricted access to the system like starting or stopping the system or some other standard actions;

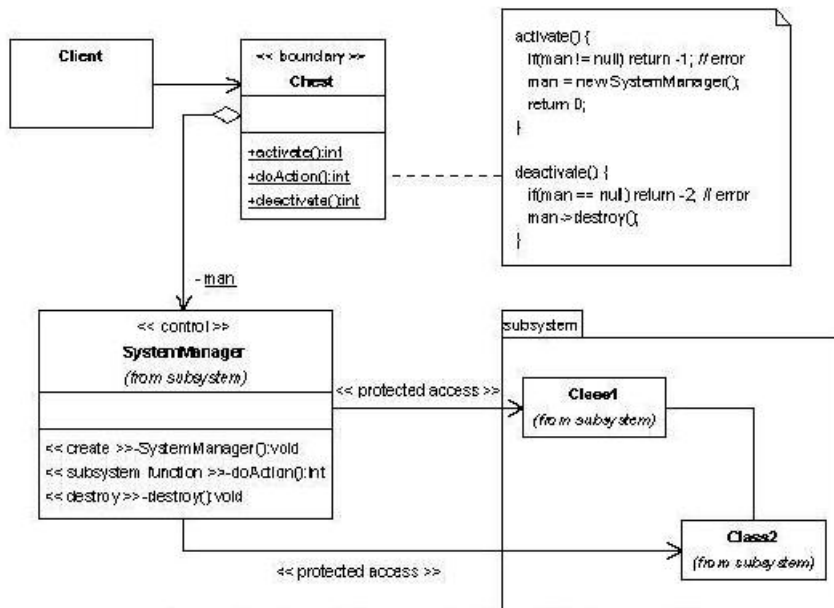


Fig. 1. Cryptosystem structure.

- knows neither about the internal structure of the system nor about the logic of its functions interaction.

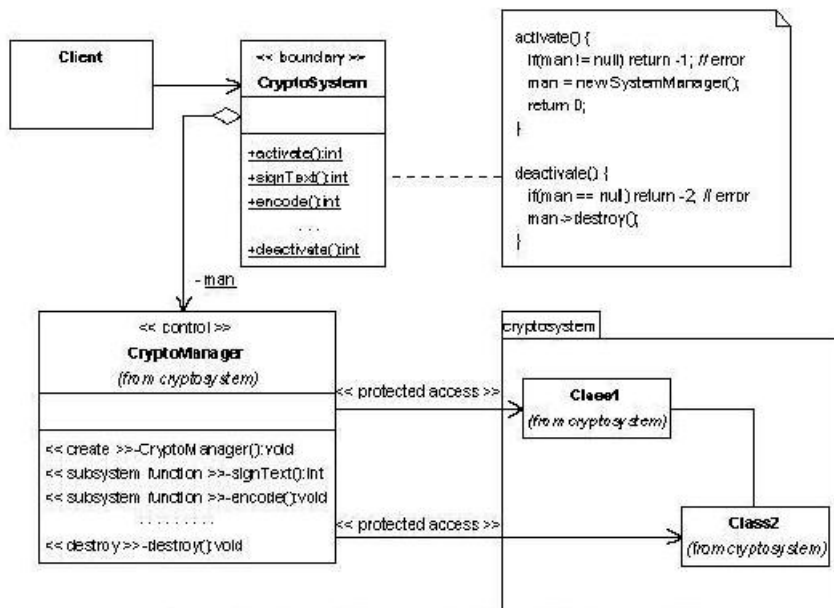


Fig. 2. Pattern Chest structure

**Chest** – the protecting shell which:

- encapsulates the instance of the class **SystemManager**;

- is responsible for creating the instance of the class **SystemManager** on system start and for destroying it on system stop;
- delegates the responsibility to control the system performance to the instance of the class **SystemManager**;

**SystemManager** – the manager of the system which:

- is closed for access from outside except for the class **Chest**;
- knows the logic of the system functions interaction and controls it;
- has an immediate access to the functions of the system which are all closed for outside access.

**Subsystem** – the system which:

- consists of a number of objects of interacting classes;
- has tools to provide the full functionality of the system;
- is closed for access from outside except for the class **SystemManager**.

*Relations*

- A user starts the system by calling the static method of the class **Chest**.
- The class **Chest** creates the instance of the class **SystemManager**, makes some initializing operations if necessary and delegates all control over the system work to this instance.
- The instance of the class **SystemManager** guarantees the system performance according to the logic and rules known only to this class.
- When the system stops working the class **Chest** destroys the instance of the class **SystemManager**.
- If a user needs to interrupt the system performance he calls the static method of the class **Chest** that correctly releases resources if necessary and destroys the instance of the class **SystemManager**.

*Remark.* The class **Chest** might have expanded interface implemented by static methods and allowing a user to vary the behaviour of the system within definite limits.

*Advantages and disadvantages of the pattern **Chest**:*

- *all user operations with the system are under the complete control.* Due to the encapsulation of the manager class inside the class **Chest** a user is disabled not only to call the manager class methods but also to create and destroy its instances as well. The interface of the class **Chest** allows user only limited number of operations with the system that cannot destabilize its work. Classes of the system have private interfaces so they are closed for the user access. They can be used only via the system manager. Thus the main requirement of the object-oriented approach, which is encapsulation, is strongly kept;
- *interaction between a user and the system becomes easier.* The interface of the class **Chest** is designed in such a way to supply user by the standard operations with the system. A user has no idea about the internal structure of the system as well as about the logic or implementation of these standard operations on the system level. There is even no need for him to be bothered by creating and destroying the instance of the class **Chest** since its entire interface is static. For a user working with the system is like pressing the buttons on the panel of the microwave oven to cook the meal. He could know nothing about internal structure of the oven and all the more about the properties of physical processes inside it.

- *there could be no creating of redundant objects.* Without the class **Chest** a user would be compelled to interact with the instance of the manager class to make operations with the system. In this case only him would be responsible for creating and destroying such instances, which could lead to creating redundant objects or destroying non-existing ones. With the class **Chest** one instance of the manager class is created at the beginning of the user session with the system and is destroyed at the end of the current session;
- *the manager class and the system classes are simplified.* Since a user has no access to these classes there is no need to handle user errors in their code.
- *the productivity of the system lessens a little.* To reach the required reliability of the system you have “to pay” by introducing a new class with the responsibilities of the protecting shell. This in its turn leads to an additional level of responsibility delegating and code expanding. Nevertheless neither first nor second considerably affects the system performance as the class **Chest** is quite compact and requires no instances to work with. As to the additional method calls they are necessary only for a small number of standard operations with the system from a user side.

### Implementation problems

It is advisable to think over the following problems concerned with the implementation of the pattern **Chest**.

1. *How to guarantee the access to the system manager class and to the system functions only via the **Chest** class and to prohibit such access by any other way?*

The implementation of such access depends on the programming language. Usually object-oriented languages have flexible tools for object access rights control. Say C++ allows friend classes or functions to access private and protected data of the class while Java uses packages for this purpose. So in C++ you can declare private or protected all data and methods of the system classes and of the class manager including constructors and destructors. To control the system performance you should declare its manager class or some of its methods as a friend ones to the system classes. As to the shell class **Chest** it should be declared as a friend class to the system manager to be able to delegate to it the responsibilities for the system performance control. In Java to implement the required access you can use the visibility inside the package and default access modifier for data and methods that should be closed from outside. In this case the functionality of the package can be accessed only through the class **Chest** since it is the only class with the public interface.

2. *What is the return value of the class **Chest** methods?*

It is quite common situation when a user would like to know the result of his operation with the system. So it would be better to have the diagnostics of the operation results in the class **Chest**, say by the return values of the interface methods. They could be the values of some enumeration or just string messages. Certainly they should be generated by the system functions and then passed to the system manager, which would return them to the class **Chest** as a result of the delegated responsibility.

### Example of code

We consider here some programming code fragments of the pattern **Chest** implementation for the user interaction with the microwave oven. Certainly we are not go-

ing to discuss complex internal mechanisms of this device but restrict ourselves only by details essential for the pattern **Chest**.

C++ code is given below.

```
// enumeration to diagnose the operation result
typedef enum Result {OK, ERROR, FATAL_ERROR};

// enumeration to chose the operating mode
// default mode on start is REHEAT
typedef enum Option {REHEAT, DEFROST, AUTOCOOK};

class MicroWaveChest;

class MicroWaveManager
{
friend class MicroWaveChest;
private:
// methods to control the oven
    Result doStart(int time); // calling the methods
                             //of the MicroWave class to start
                             //the oven for the given time
    Result doStop(); // calling the methods
                     //of the MicroWave class to stop the oven
    Result doSetOption(Option option); //calling
    //the methods of the MicroWave class to set
    //and indicate an operating mode
    displayResult(Result result); //calling the methods
    // of the class MicroWave to display results
    //constructor, destructor
    MicroWaveManager();
    ~MicroWaveManager();
    // data to describe the manager state
    . . . . .
};

class MicroWave
{
friend class MicroWaveManager;
private:
// data to describe the structure and the current
// state of the oven
    . . . . .

// methods to describe working mechanisms
    . . . . .
};
```

```

class MicroWaveChest
{
public:
    static void activate(){
        if (!man) man = new MicroWaveManager();
    }
    static Result start(int time);
    static Result stop();
    static Result setOption(Option option);
    static void deactivate() { if (man) delete man; };
private:
    static MicroWaveManager *man = NULL;
};

Result MicroWaveChest::start(int time)
{
    Result result;
    if (!man) result = FATAL_ERROR;
    else result = man -> doStart(time);
    man -> displayResult(result);
    return result;
}

Result MicroWaveChest::stop()
{
    Result result;
    if (!man) result = ERROR;
    else result = man -> doStop();
    man -> displayResult(result);
    return result;
}

Result MicroWaveChest::SetOption(Option option)
{
    Result result;
    if (!man) result = FATAL_ERROR;
    else result = man -> doSetOption(option);
    man -> displayResult(result);
    return result;
}

```

Here are some possible scenarios of user operations with the oven.

1. Simple reheating for some time, say for 1 minute:  
 MicroWaveChest::activate();  
 MicroWaveChest::start(60);  
 MicroWaveChest::deactivate();
2. Setting the operating mode, say to defrosting, before starting:  
 MicroWaveChest::activate();  
 MicroWaveChest::setOption(DEFROST);  
 MicroWaveChest::start(20);  
 MicroWaveChest::deactivate();

### 3. Stopping the oven before the timeout:

```
MicroWaveChest::stop();  
MicroWaveChest::deactivate();
```

### Related patterns

To design the system manager which main function is to control the system classes interaction the pattern **Mediator** can be used. To design the interaction between the class **Chest** and the manager class one can use the **Singleton** pattern and elements of the **Memento** pattern. The interaction between the **Chest** class and the system classes via the manager class can be considered in terms of the pattern **Facade** or protecting **Proxy** with slightly changed conditions for the access to real subjects. The manager class can use the pattern **State** to control the system behaviour.

### Known applications

This pattern has been used in the process of the cryptographic security system development within the TEMPUS TACIS MP JEP 23010 – 2003 “UnIT – Net in universities management” project.

To complete its description we give here the interface of the class **Chest**. In this application its name is **Cryptosystem**.

```
class Cryptosystem  
{  
public:  
    static Result activate();  
    // this method defines the document file for  
    // further processing  
    static Result setActiveText(const char* location);  
    // this method forms signed posting on the base  
    // of the document or adds the signature to  
    // the posting  
    static Result signDocument();  
    // this method checks the validness  
    // of the signatures in the posting  
    //and returns the list of invalid signatures  
    static char* validateSignature();  
    // this methods restores the document by its  
    // posting  
    static Result restoreDocument();  
    // this method encodes the posting  
    static Result encodePosting();  
    // this method decodes the posting  
    static Result decodePosting();
```

```
// this method saves the active document in a form  
// which corresponds its current state  
static Result saveActiveText(const char* location);  
  
static Result deactivate();  
};
```

The detailed description of the issues concerned with the implementation of the cryptographic security system within the UnIT-Net network can be found here: <http://www.unit-net.org.ua>

#### REFERENCES

1. Pascoe G. A. Encapsulators: A new software paradigm in Smalltalk-80 / Object-Oriented Programming Systems, Languages and Applications Conference Proceedings. – Portland: ACM Press, 1986. – Pp. 341 – 346.
2. Rumbaugh J., Blaha M. and others. Object-Oriented Modeling and Design. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991. – 347 p.
3. Booch G. Object-Oriented Analysis and Design with Applications. Second Edition. – Redwood City, CA: Benjamin/Cummings, 1994. – 753 p.
4. Gamma E., Helm R. and others. Design Patterns. Elements of Reusable Object-Oriented Software. – Addison-Wesley, 2003. – 321 p.

## Компьютерное моделирование дифракции электромагнитных волн на ленточных решетках (случай произвольного падения)

Г. Н. Жолткевич, В. В. Хорошун, В. Б. Хохольков

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина

Work is devoted to the qualitative and quantitative analysis of distinctive features of diffraction of flat electromagnetic waves of linear polarization on tape grate at general fall in comparison with cases of excitation of grate E-and H-the polarized waves.

### Постановка задачи

На решетку из бесконечно тонких и идеально проводящих лент ( $l$  – период решетки,  $d$  – ширина ее щелей) из верхнего полупространства ( $z > 0$ ) под произвольным углом к ней (рис.1) падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}_{пад} = \vec{E}_0 e^{ik_0(\vec{n}, \vec{r})}, \quad \vec{H}_{пад} = \vec{H}_0 e^{ik_0(\vec{n}, \vec{r})},$$

где  $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число

свободного пространства,  $\lambda$  – длина волны,  $\omega$  – круговая частота,  $c$  – скорость

света в вакууме. (Временной дифференциальный оператор  $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$ ).

Требуется определить дифракционные поля во всем пространстве, исключая ленты решетки.

### Решение задачи

Пусть  $\vec{E}(x, y, z)$  и  $\vec{H}(x, y, z)$  – искомое дифракционное поле. Так как уравнения Максвелла инвариантны относительно пространственных сдвигов, а решетка переходит в себя при любых сдвигах в направлении оси OX и при сдвигах, кратных периоду решетки  $l$ , в направлении оси OY, то векторы

$$e^{-ik_0(\alpha x + \beta y)} \vec{E}(x, y, z) \text{ и } e^{-ik_0(\alpha x + \beta y)} \vec{H}(x, y, z)$$

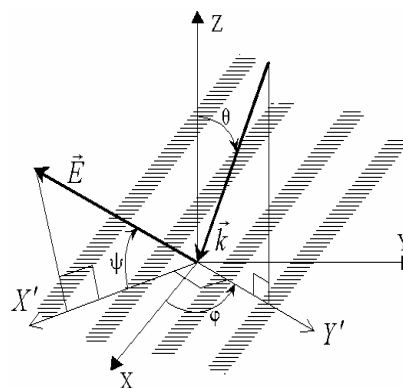


Рис.1 Геометрия структуры  
и углы Эйлера



не зависят от  $x$  и являются периодическими функциями от  $y$  с периодом  $l$ . Разлагая эти векторы в ряды Фурье, используя уравнения Гельмгольца для определения вида коэффициентов Фурье и учитывая при этом поведение искомого поля на бесконечности, получим

$$\vec{E}(x, y, z) = \begin{cases} e^{ik_0\alpha x} \left[ \vec{E}_0 e^{-ik_0\gamma z} + \sum_n \vec{a}_n e^{i\gamma_n z} e^{i\beta_n y} \right], & (z > 0), \\ e^{ik_0\alpha x} \sum_n \vec{b}_n e^{-i\gamma_n z} e^{i\beta_n y}, & (z < 0). \end{cases} \quad (1a)$$

$$\vec{H}(x, y, z) = \begin{cases} e^{ik_0\alpha x} \left[ \vec{H}_0 e^{-ik_0\gamma z} + \sum_n \vec{A}_n e^{i\gamma_n z} e^{i\beta_n y} \right], & (z > 0), \\ e^{ik_0\alpha x} \sum_n \vec{B}_n e^{-i\gamma_n z} e^{i\beta_n y}, & (z < 0), \end{cases} \quad (1b)$$

где направляющие косинусы  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  связаны соотношением  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ , причем

$$\alpha = \sin \theta \cos \varphi, \quad \beta = \sin \theta \sin \varphi, \quad \gamma = \cos \theta, \quad \beta_n = k_0 \beta + \frac{2\pi}{\ell} n, \\ \gamma_n = \frac{2\pi}{\ell} \sqrt{\kappa^2 - (n + \kappa \beta)^2 - \kappa^2 \alpha^2}, \quad \kappa = l / \lambda.$$

Для отраженного поля векторные коэффициенты  $\vec{a}_n$ ,  $\vec{A}_n$ , удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} \beta_n A_{nz} - \gamma_n A_{ny} &= -a_{nx}, & \beta_n a_{nz} - \gamma_n a_{ny} &= A_{nx}; \\ \tilde{\alpha} A_{nz} - \gamma_n A_{nx} &= a_{ny}, & \tilde{\alpha} a_{nz} - \gamma_n a_{nx} &= -A_{ny}; \\ \tilde{\alpha} A_{ny} - \beta_n A_{nx} &= -a_{nz}, & \tilde{\alpha} a_{ny} - \beta_n a_{nx} &= A_{nz}; \\ \tilde{\alpha} a_{nx} + \beta_n a_{ny} + \gamma_n a_{nz} &= 0, & \tilde{\alpha} A_{nx} + \beta_n A_{ny} + \gamma_n A_{nz} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\tilde{\alpha} = k_0 \alpha$ .

Для коэффициентов прохождения  $\vec{b}_n$  и  $\vec{B}_n$  получаем аналогичные соотношения путем замены  $\vec{a}_n \leftrightarrow \vec{b}_n$ ,  $\vec{A}_n \leftrightarrow \vec{B}_n$ , и изменением знака  $\gamma_n$  на противоположный.

Подчиняя искомые поля точным граничным условиям, требующим обращения в нуль тангенциальных компонент электрического поля и непрерывности всего поля на щелях решетки, получаем связь между неизвестными коэффициентами

$$a_{nx} + \delta_{n0} E_{0x} = b_{nx}; \quad A_{nx} - \delta_{0n} H_{0x} = -B_{nx};$$

$$\begin{aligned} a_{ny} + \delta_{n0} E_{0y} &= b_{ny}; & A_{ny} - \delta_{0n} H_{0y} &= -B_{ny}; \\ a_{nz} - \delta_{n0} E_{0z} &= -b_{nz}; & A_{nz} + \delta_{0n} H_{0z} &= B_{nz}. \end{aligned} \quad (3)$$

и две независимые канонические системы сумматорных уравнений, которые методом АМШ [5] в его модифицированной форме [6] сведены к двум бесконечным системам линейных алгебраических уравнений второго рода (СЛАУ-2) следующего вида

$$\begin{cases} -b_{0x} = i\kappa\gamma(b_{0x} - E_{0x})W_0^0(u) + \sum_{n \neq 0} b_{nx}|n|\tilde{\chi}_n W_0^n(u), & (m=0), \\ mb_{mx} = i\kappa\gamma(b_{0x} - E_{0x})W_m^0(u) + \sum_{n \neq 0} b_{nx}|n|\tilde{\chi}_n W_m^n(u), & (m \neq 0), \end{cases} \quad (4a)$$

$$\begin{cases} -A_{0x} = i\kappa\gamma(A_{0x} - H_{0x})W_0^0(-u) + \sum_{n \neq 0} A_{nx}|n|\tilde{\chi}_n W_0^n(-u), & (m=0), \\ mA_{mx} = i\kappa\gamma(A_{0x} - H_{0x})W_m^0(-u) + \sum_{n \neq 0} A_{nx}|n|\tilde{\chi}_n W_m^n(-u), & (m \neq 0), \end{cases} \quad (4b)$$

где

$$\tilde{\chi}_n = 1 + i\sqrt{\frac{\kappa^2}{n^2}(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) - \left(1 + \frac{\kappa}{n} \sin \theta \sin \varphi\right)^2}, \quad (5)$$

$$W_m^n(u) = \frac{m}{2(m-n)} [P_n(u)P_{m-1}(u) - P_m(u)P_{n-1}(u)], \quad (m \neq n) \quad (6)$$

$$W_0^n(u) = \begin{cases} \ln \frac{1+u}{2}, & (n=0), \\ \frac{1}{2n} [P_n(u) - P_{n-1}(u)], & (n \neq 0), \end{cases} \quad u = \cos \pi \frac{d}{l}, \quad (7)$$

где  $P_n(u)$  - полиномы Лежандра первого рода.

Из решения редуцированных СЛАУ-2 вида (4a)-(4b) определяются значения коэффициентов  $b_{nx}$  и  $A_{nx}$ , через которые с помощью формул (2) и (3) выражаются остальные неизвестные амплитуды дифракционных полей. Заметим, что системы (4a) и (4b) являются независимыми только в случае, когда решетка находится в безграничной изотропной среде. При наличии одной или нескольких границ раздела магнитоэлектрических сред подсистемы (4a) и (4b) являются связанными и, следовательно, их решение следует проводить совместно.

#### Случай Е-поляризации.

В этом частном случае исходная математическая модель имеет вид:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{in\zeta} = 0, \quad (\Phi < \zeta \leq 2\pi - \Phi), \quad (8a)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \eta_n e^{in\zeta} = \kappa, \quad (|\zeta| < \Phi), \quad (8b)$$

где  $\eta_n = \sqrt{\kappa^2 - (n + \kappa \sin \theta)^2}$ ,  $\kappa = l / \lambda$ ,  $\lambda$  - длина падающей волны.

Учитывая связь между коэффициентами отражения  $a_n$  и прохождения  $b_n$ :

$$a_n + \delta_0^n = b_n, \quad (9)$$

где  $\delta_0^n$  - символ Кронекера, получим математическую модель исходной задачи в ином виде, а именно:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{in\zeta} = -1, (\Phi < \zeta \leq 2\pi - \Phi), \quad (10a)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \eta_n e^{in\zeta} = 0, (|\zeta| < \Phi), \quad (10b)$$

Решение системы сумматорных уравнений (8a-8b) может быть получено путем сведения ее к краевой задаче Римана с коэффициентом задачи  $G(\varphi) = -1$  и свободным членом  $g(\varphi)$ , удовлетворяющим условию Гельдера, причем это можно проделать двумя способами, которые отличаются друг от друга различным видом так называемого параметра малости:

1-й способ

$$\chi_n = 1 + i \sqrt{\frac{\kappa^2}{(n + \kappa \sin \theta)^2} - 1}, \quad \kappa = \frac{l}{\lambda} \quad (11)$$

2-й способ

$$\tilde{\chi}_n = 1 + i \sqrt{\frac{\kappa^2}{n^2} - \left(1 + \frac{\kappa}{n} \sin \theta\right)^2}, \quad n \neq 0. \quad (12)$$

Очевидно, что в случае нормального падения плоской волны на решетку (этот случай рассмотрен в работе [5]) оба способа совпадают. В случае наклонного падения применение первого из указанных способов приводит к СЛАУ-2, некоторые матричные элементы которой выражаются через полиномы Лежандра, а остальные – через функции Лежандра первого рода, что значительно усложняет их вычисление [7,8]. Этот недостаток устраняется при введении параметра малости  $\tilde{\chi}_n$  вторым способом.

В работе [9] изложен метод решения задачи дифракции плоской Е-поляризованной электромагнитной волны на однослойной многоэлементной решетке (случай нормального падения), основанный на регуляризации эквивалентного исходной математической модели (10a-10b) сингулярного интегрального уравнения с логарифмическим ядром:

$$\frac{1}{\pi} \int_L j(\tau) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{in(y-\tau)}}{\gamma_n} d\tau = -1, \quad y \in L \quad (13)$$

В самом деле, вводя в рассмотрение функцию плотности тока на лентах решетки:

$$j(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_n e^{in\tau}, \quad (14)$$

из условия (10b) получим, что  $j(\tau) = 0$  на щелях решетки, т.е. при  $\tau \in [0, 2\pi] \setminus L$ . Подставляя в условие (10a) выражение для коэффициентов Фурье  $a_n \gamma_n$  из (14), получим СИУ в виде (13), ядро которого является  $2\pi$ -периодической функцией  $y$  и  $\tau$  и при  $y = \tau$  имеет логарифмическую особенность, так как  $\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = i|n|$  и

$$\sum_{n \neq 0} \frac{e^{in(y-\tau)}}{|n|} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n(y-\tau)}{n} = -2 \ln \left[ 2 \sin \frac{|y-\tau|}{2} \right]$$

В указанной работе СИУ в виде (13) решено путем сведения к краевой задаче Римана с коэффициентом задачи  $G = -1$  и индексом задачи, равным  $-1$ . В результате решение неоднородной задачи Римана имеет вид:

$$x(z) = \frac{X(z)}{2\pi i} \int_L \frac{g(\tau)}{X^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z}, \quad (15)$$

где  $X(z) = \sqrt{(z - \alpha)(z - \bar{\alpha})}$  - выделенная в плоскости с разрезом по дуге  $L$  однозначная ветвь многозначной функции (каноническое решение задачи Римана),  $\alpha = e^{i\Phi}$ ,  $\bar{\alpha} = e^{-i\Phi}$ .

Решение в виде (15) существует тогда и только тогда, если выполняется условие разрешимости  $\int_L \frac{g(\tau)}{X^+(\tau)} d\tau = 0$ ,

В итоге получена СЛАУ-2, матричные элементы которой вычислены в работе [9].

Заметим, что решение системы сумматорных уравнений (10a-10b) может быть непосредственно сведено к задаче Римана с тем же коэффициентом задачи  $G = -1$ , путем введения функций

$$x^+(z) = \sum_{n \geq 0} x_n z^n, \quad z < 1 \quad (16)$$

$$x^-(z) = -\sum_{n < 0} x_n z^n, \quad z > 1$$

голоморфных соответственно внутри и вне окружности  $|z| = 1$ , причем  $x_n = a_n \gamma_n$ . Продифференцировав (10a) по  $\zeta$  и введя аналогично [9] параметр малости

$$\varepsilon_n = \frac{i}{\gamma_n} - \frac{1}{|n|}, \quad n \neq 0 \quad (17)$$

придем к задаче Римана:

$$x^+(e^{i\zeta}) + x^-(e^{i\zeta}) = g(e^{i\zeta}), \quad (18)$$

где  $g(e^{i\zeta}) = a_0 \kappa + i \sum_{n \neq 0} n x_n \varepsilon_n e^{in\zeta}$ .

Отметим, что решение задачи Римана ищется в классе функций, ограниченных на концах дуг окружности единичного радиуса. Решение получено в виде СЛАУ-2 с матричными элементами, которые выражаются через полиномы Лежандра первого рода.

### Результаты расчетов

В качестве примера на рис.2 и рис.3 представлена зависимость модуля коэффициента прохождения основной волны  $|b_0|$  от  $l/\lambda$  и обратного параметра  $\lambda/l$ .

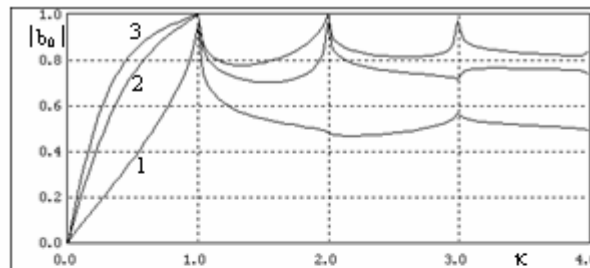


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента прохождения основной волны  $|b_0|$  от  $l/\lambda$

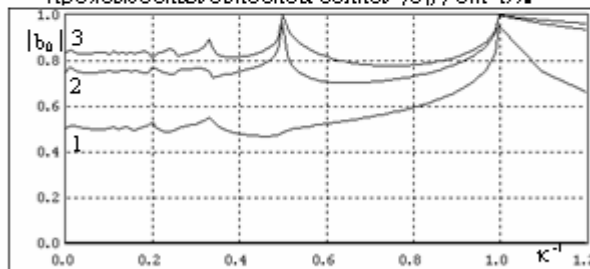


Рис. 3. Зависимость модуля коэффициента прохождения основной волны  $|b_0|$  от  $\lambda/l$ .

Кривым под номерами 1 – 3 соответствуют значения коэффициента заполнения решетки  $d/l = 1/2, 3/4, 5/6$  соответственно. На рис.4 представлена зависимость модуля коэффициента прохождения основной волны от коэффициента заполнения решетки  $d/l$ , кривым под номерами 1-3 соответствуют значения  $l/\lambda = 1, 2, 3$  соответственно. На рис.5 представлена зависимость модуля коэффициента прохождения от  $d/l$  для высших гармоник  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$  при  $l/\lambda = 1, 2, 3$ .

Результаты вычислений коэффициентов отражения и прохождения во всех рассматриваемых случаях полностью совпадают [10].

Авторы выражают благодарность проф. Ю.В. Ганделю за постоянный интерес к работе и плодотворные дискуссии.

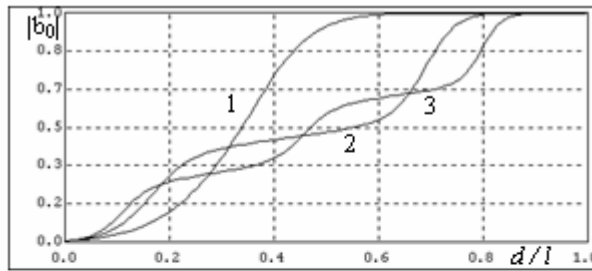


Рис. 4. Зависимость  $|b_0|$  от  $d/l$  ( $l/\lambda = 1, 2, 3$ )

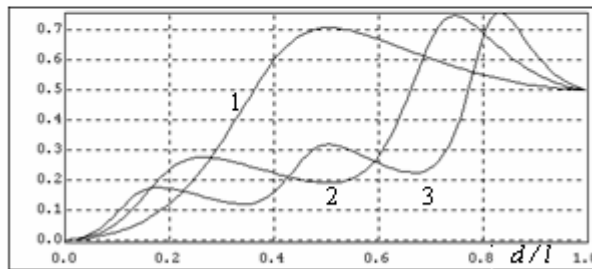


Рис. 5. Зависимость  $|b_n|$  от  $d/l$  ( $l/\lambda = 1, 2, 3$ ;  
 $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ )

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gandel Yu. The numerically analytic methods for solution diffraction problems on multi-element gratings //2005 5th international conference on antenna theory and techniques, 2005 May, Kiev, pp.42-45.
2. Gandel Yu. The method of dual and singular integral equations in the problems of diffraction by finite gratings //Electromagnetic Phenomena, Kharkov, 1998, Vol.1, No. 2, pp. 220-232.
3. Khoroshun V. The Riemann-Hilbert problem method in the theory of electromagnetic wave diffraction by periodic structures //2005 5th international conference on antenna theory and techniques, 2005 May, Kiev, pp. 424-426.
4. Жолткевич Г.М., Хохольков В.Б. Математичне моделювання явищ дифракції хвиль на стрічкових металевих ґратках. // Зб. доп. "Перші Каразінські природознавчі студії".-2004 .Харків.-С.94-96.
5. З.С.Агранович, В.А.Марченко, В.П.Шестопапов. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // ЖТФ.- 1962.- Т.32, №4.- С. 381-394.
6. В.В.Хорошун. О модификации метода задачи Римана-Гильберта для случая наклонного падения плоской электромагнитной волны на решетку из лент // Вестник ХГУ. Радиофизика и электроника.- 1998.- Вып. 405.- С. 137-141.
7. А.И. Адонина, В.П. Шестопапов. Дифракция электромагнитных волн на плоской металлической решетке с экраном (случай произвольного падения) // РиЭ, 8, № 8, 1963.

8. Е.Н.Подольский. Дифракция электромагнитной волны, падающей под произвольным углом на плоскую металлическую решетку. // Зап. мех.-матем. ф-та ХГУ и Харьковск. матем. о-ва, 30, № 4, 1964.
9. Плещинский Н.Б. Приложения теории интегральных уравнений с логарифмическими и степенными ядрами. 1987. - Изд-во Казанского ун-та, - 158 с.
10. K.Uchida, T.Noda, T.Matsunaga. Spectral domain analysis of electromagnetic wave scattering by an infinite plane metallic grating. // IEEE Trans. on antennas and propagation, vol.35, № 1, 1987.

## Разработка модели сети виртуальных каналов на основе многоагентного подхода

Т. В. Ивановская, К. М. Руккас

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

The paper deals with the multiagent approach to the creation of network control system. The aim of the work is to develop a network simulator system which is the base for future investigation in network resources management.

### 1. Введение

Последнее десятилетие характеризуется стремительным развитием Интернет технологий. Быстрый рост числа пользователей сетью сопровождался внедрением Интернет технологий во все области жизни. Также быстро развивались и средства связи. Таким образом, на сегодняшний момент структура сети значительно усложнилась, а, следовательно, возросли требования к средствам управления сетью. Количественный рост сети также приводит к необходимости качественно нового управления ею.

### 2. Основные алгоритмы маршрутизации потоков в сети.

Несмотря на кажущуюся сложность и многообразие, протоколы маршрутизации базируются всего на двух простых алгоритмах, известных уже несколько десятилетий. Для выполнения своей основной функции – управления сетевыми ресурсами – каждый маршрутизатор использует таблицу, в которой отражена топология сети на данный момент времени. В самом общем случае таблица маршрутизации содержит адрес сети назначения, адрес следующего узла на пути к этой сети и метрику (стоимость) пути. Создание и последующее обновление таблицы маршрутизации при изменении топологии сети осуществляется с помощью протоколов маршрутизации. Наибольшей популярностью пользуются протоколы динамической маршрутизации. Алгоритм Беллмана-Форда <sup>1</sup>(также известный как алгоритм Форда-Фулкерсона) был положен в основу первого протокола маршрутизации, созданного для сети ARPANET. Так называемые протоколы вектора расстояния (distance vector protocols), такие, как RIP, IGRP, BGP, используют те же принципы. В 1979 году на смену протоколу вектора расстояний пришел протокол состояния канала (link state protocol), ставший основным в ARPANET. Современные протоколы состояния канала включают OSPF, IS-IS, NLSP и др. В настоящее время оба типа протоколов нашли себе применение, так как у каждого из них есть свои достоинства и недостатки.

---

<sup>1</sup>Савельев А. Современные протоколы маршрутизации. <http://unix.org.ua/routing/1/>



Первый из них, даже с учетом всех улучшений (метода расщепления горизонта, метода временного отказа от приема сообщений – hold-down и т.д.) не решает полностью так называемой проблемы «возрастания до бесконечности» или делает это за счет увеличения реактивности сети. Использование второго метода приводит, с одной стороны, к большой загрузке сети служебной информацией, а с другой – к большей нагрузке на маршрутизаторы, поскольку требует построения полной топологии сети на каждом из них.

### **3. Современные требования к управлению трафиком и качеству обслуживания (QoS)**

В то же время значительно возрос интерес к технологиям, позволяющим предоставлять клиенту необходимый ему уровень услуг (QoS – Quality of Service). QoS представляет собой совокупность технологий, которые позволяют приложениям запрашивать и получать предсказуемый уровень услуг с точки зрения пропускной способности, временного разброса задержки отклика, а также общей задержки доставки данных. В частности, QoS подразумевает улучшение параметров или достижение большей предсказуемости предоставляемых услуг. На сегодняшний день существует два стандарта, представляющих собой два взаимодополняющих подхода управления трафиком: интегрированные службы (Integrated Services - IS) и дифференцированные службы (Differentiated Services - DS). IntServ для явного задания уровня услуги (QoS) использует протокол RSVP. Поставщик интегрированных услуг изучает суммарные требования трафика, ограничивает поддерживаемый трафик объемами, соответствующими текущим возможностям сети и резервируются ресурсы сети для предоставления определенного качества обслуживания в соответствии с конкретными требованиями. Это делается путем уведомления о требовании клиента всех узлов вдоль пути обмена. Если все сетевые устройства вдоль пути могут предоставить запрошенную полосу, резервирование завершается успешно. Дифференцированные службы не пытаются рассматривать суммарные запросы трафика в глобальном смысле и заранее резервировать сетевые ресурсы. Вместо этого в структуре дифференцированных служб трафик классифицируется по группам. На практике DS, вместо того чтобы уведомлять о требованиях приложения, использует в IP-заголовке DiffServ Code Point (DSCP), чтобы указать требуемые уровни QoS. Обе эти службы не всегда эффективно решают задачу качественного обслуживания потоков при ограниченном наборе сетевых ресурсов. IS резервирует потоки без учета требования других потоков, а при использовании DS необходимо заранее разбить трафик на классы, что также снижает эффективность использования сетевых ресурсов.

Из всего вышесказанного следует вывод о необходимости исследования новых схем управления сетевыми ресурсами. Один из перспективных путей – использование многоагентных систем (MAC) для этих целей.

### **4. Преимущества применения многоагентных систем (MAC) в управлении сетевыми ресурсами.**

МАС предназначена для решения широкого ряда вариативных задач. При этом она характеризуется следующими свойствами: автономность, гибкость, ситуативность и социальность. Центральным понятием в теории многоагентных систем является агент. Техническое определение агента следующее: это компьютерная программа, обладающая такими свойствами, как мобильность, автономность, коммуникативность.[5]

МАС идеально подходит для решения задач, имеющих множественные решения, имеет преимущества распределенного и конкурентного решения задач. Поэтому использование многоагентных систем в области динамического управления сетевыми ресурсами является актуальным и перспективным.

### 5. Общая постановка задачи.

Для решения задач управления сетевыми ресурсами необходимо иметь средства, позволяющие моделировать реальные процессы, происходящие в сети, и оценивать эффективность исследуемых схем. В ходе исследования новых способов управления трафиком была поставлена следующая задача: на основе одной из многоагентных платформ разработать систему моделирования информационных потоков в сети с возможностью управления ими.

### 6. Выбор основных средств и алгоритмов.

Для построения нашей системы моделирования сети была выбрана многоагентная платформа JADE (Java Agent Development Framework) версии 3.3. После проведения анализа программных средств для разработки приложений, основанных на агентах, было принято решение использовать именно эту платформу, поскольку она совместима со стандартами FIPA [6]<sup>2</sup>, полностью написана на Java, что обеспечивает независимость от операционной системы, является распределенной (см. рис.1).

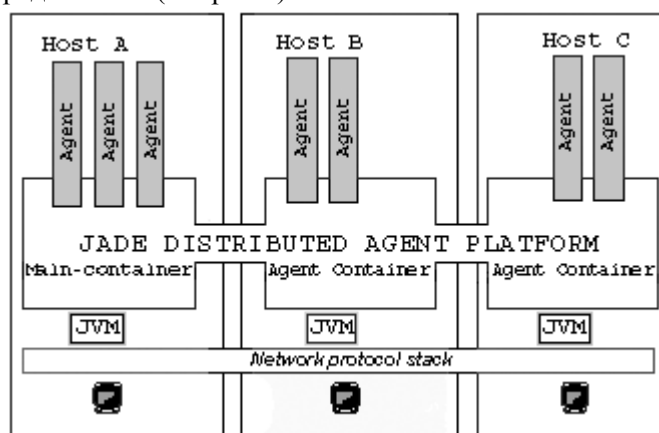


Рис.1. Платформа JADE

Дополнительным преимуществом являются различные средства, позволяющие упростить процесс отладки приложений и визуализировать обмен

<sup>2</sup>FIPA, Foundation for Intelligent Physical Agents, <http://www.fipa.org>

сообщений между агентами приложения, входящие в состав данной агентной платформы, например, Sniffer.

В качестве протокола, управляющего потоками данных в разработанной модели сети, был выбран протокол коммутации меток, сходный с протоколом MPLS (MultiProtocol Label Switching). Относительно новый протокол MPLS, появившийся в 1997 году является наиболее универсальным решением проблем качества обслуживания (QoS), стоящих перед сегодняшними пакетными сетями. Основной идеей протокола MPLS является идея коммутации по меткам. Она заключается в том, что в сети выделяются так называемые **коммутируемые по меткам тракты** LSP (Label-Switched Path). При поступлении пакетов в сеть граничный маршрутизатор назначает пакету метку, соответствующую его **классу эквивалентности пересылки** – FEC (Forwarding Equivalency Class). Каждому FEC ставится в соответствие LSP, что дает возможность последующим узлам сети просто переключать пакет по метке, не выполняя полного анализа заголовка пакета [3].

## 7. Описание функционирования системы.

Для эффективного управления сетевыми ресурсами над реальной физической сетью строится сеть логических путей. Управление ресурсами осуществляется с помощью изменения топологии логической сети, а также с помощью перераспределения в ней информационных потоков.

Каждый узел в системе представлен JADE агентом. Отдельным агентом представлен контроллер сети, который создает агентов – узлов, инициализирует их и запускает сеть.

В каждом агенте сети хранятся 3 таблицы:

1 – предназначена для хранения информации о физических связях данного узла с другими, такой, как узел, ширина канала, зарезервированная ширина канала (Physical Link Table).

2 – таблица меток (Label Switching Table), предназначенная для автоматической маршрутизации трафика

3 – таблица запросов (Request Table). Данная таблица предназначена, с одной стороны, для хранения начальных запросов по предоставлению соединения с заданной полосой пропускания, а с другой - для хранения запросов от других узлов и результатов обработки данного запроса (удалось или не удалось установить соединение с заданной шириной канала).

Общая схема работы модельной сети выглядит следующим образом: каждый агент, представляющий узел сети, после инициализации и получения сообщения о запуске сети начинает посылать запросы из Request Table соответствующему узлу и параллельно отвечает на запросы других узлов, выдавая информацию об установлении соединения. Конечным итогом работы будут заполненные таблицы запросов у всех агентов, что дает ответ на вопрос, удастся ли при данной конфигурации физической и логической сети обеспечить клиентов требуемыми ресурсами.

Например, на рис. 2 и рис. 3 представлена физическая и логическая топология сети, соответственно, состоящей из 4 узлов (Node1, Node2, Node3, Node4).

На рисунке 3 изображены следующие логические пути:

LSP0: Node3 – Node1,  
 LSP1: Node4 – Node2- Node1,  
 LSP2: Node3 –Node1,  
 LSP3: Node1 – Node2 - Node4,  
 LSP4: Node4 – Node3

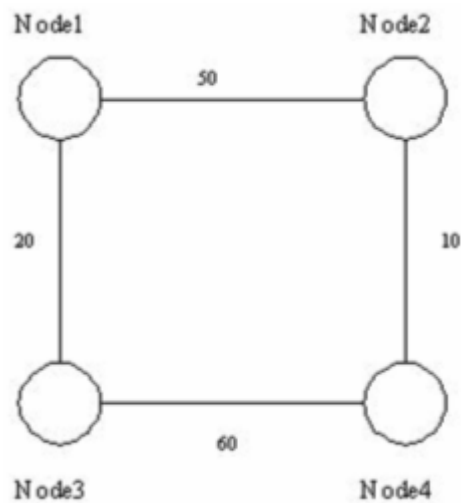


Рис.2.Физическая топология сети

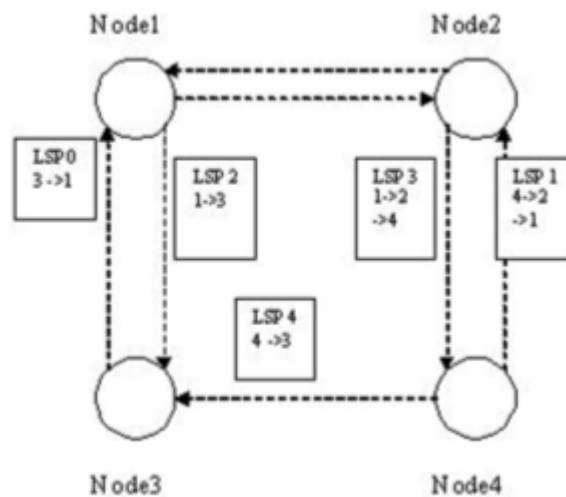


Рис.3.Логическая топология сети

Сплошной линией обозначены физические связи между узлами, цифрами обозначены ширины физических каналов. Штрих - пунктиром обозначена топология логической сети. Итак, класс – контроллер сети (назовем его NetController) считывает из конфигурационного файла nodes.xml имена агентов - узлов и значения ширины канала между ними, создает агентов и отправляет им таблицы физических связей. Например, для агента Node1 таблица физических связей будет выглядеть следующим образом:

```
<node name="node1">
```

```

    <physical_link>
      <to_node name="node2" bw="50"/>
      <to_node name="node3" bw="20"/>
    </physical_link>
  </node>

```

это означает, что этот узел связан с узлами Node 2 и Node3 с шириной канала 50Mb/s и 20 Mb/s соответственно. Как только NetController получает уведомления от агентов о том, что инициализация таблицы физических связей прошла успешно, он начинает считывать из конфигурационного файла логических путей данные, формировать Label Switching Tables и последовательно рассылать их агентам. Рассмотрим это на конкретном примере:

```

<lsp id="0">
  <node name="node3"/>
  <node name="node1"/>
</lsp>
<lsp id="1">
  <node name="node4"/>
  <node name="node2"/>
  <node name="node1"/>
</lsp>

```

Контроллер сети считывает составляющие LSP0, формирует строку таблицы для Node3 следующего вида: Label:-1; Node: Node1 – это означает, что Node1 – последний узел в данном LSP. Напомним, что метка означает смещение в таблице меток следующего в данном пути агента. Затем NetController считывает составляющие LSP1 посылает узлу Node2 запрос о № последней строке таблицы в его LST. Node2 возвращает 0 (так как его LST пока пуста), тогда NetController формирует строку таблицы для Node4 следующего вида: Label:0; Node: Node2, далее он формирует строку таблицы LS для агента Node2 и так далее.

Теперь NetController считывает из конфигурационного файла запросов данные для формирования Request Tables у агентов, например, зададим следующие параметры:

```

<requests>
  <request id="0" s_n_name="node4" d_n_name="node1"
label="0" bw="10"/>
  <request id="1" s_n_name="node1" d_n_name="node2"
label="1" bw="60"/>
  <request id="2" s_n_name="node1" d_n_name="node3"
label="0" bw="20"/>
  <request id="3" s_n_name="node3" d_n_name="node1"
label="0" bw="15"/>
</requests>

```

т.е. первый запрос – из Node4 в Node1 с шириной канала 10Mb/s и меткой 0 (по таблице меток узла Node 4 это означает, что мы выбираем логический путь LSP1). Далее NetController формирует строки таблицы запросов для каждого

агента - источника и отправляет их. Когда все необходимые данные отосланы, контроллер посылает всем агентам уведомление о начале работы. И агенты начинают общаться для того, чтобы получить результат своих запросов, занесенных в их Request Table.

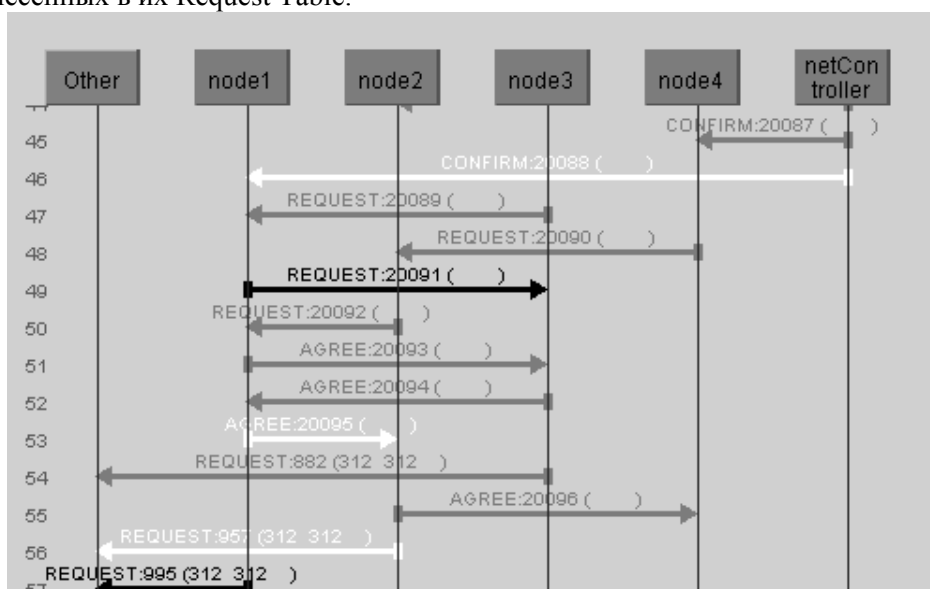


Рис.4.Последовательность запросов, перехваченная sniffer'ом Jade

Рассмотрим последовательность обработки запроса 0 (см. рис.4, 5). Исходная строка запроса записана в таблице агента Node4. Он посылает запрос (REQUEST)агенту Node2 (так как мы идем по пути LSP1):

```

node4 sent request to node2
(REQUEST
:sender (node4 )
:receiver (node2)
:content "((action (agent-identifier :name node4)
(RequestPackage :RequestID 0 :AskedBW 10 :RowLabel 0
:DestinationAID (agent-identifier :name node1))))"
:language fipa-sl :ontology PhLinkDataOntology )3

```

Агент Node2, получив данный запрос, проверяет, что он не является конечным пунктом назначения, получает по таблице меток следующий узел, проверяет по таблице, хватает ли полосы пропускания и пересылает запрос агенту Node1. Node1, получив запрос, дает на него положительный ответ Node2, который «по цепочке» возвращает положительный ответ Node4. Этот агент, получив положительный ответ, вносит данные в свою таблицу запросов и проверяет, есть ли еще не отосланные запросы. Если их больше нет, то отправляет данные контроллеру. Контроллер в это время ожидает таких сообщений от всех агентов. Как только все агенты пришлют их – контроллер «скажет» агентам-узлам «остановить общение» и выдаст результаты. В указанном примере результаты работы симулятора следующие:

<sup>3</sup> Вид сообщения JADE сокращен для удобства чтения

Source:node3 || Destination:node1 || BW:15 || Result:1  
 Source:node1 || Destination:node2 || BW:60 || Result:0  
 Source:node1 || Destination:node3 || BW:20 || Result:1  
 Source:node4 || Destination:node1 || BW:10 || Result:1

#### 8. Выводы по результатам и направления дальнейших исследований.

В результате проделанной работы был разработан симулятор сети на основе многоагентной платформы JADE.. Также был разработан и внедрен протокол управления ресурсами сети, основанный на MPLS.

С помощью данного симулятора предполагается провести исследование в области управления нагрузкой сети сложной топологии. Также планируется осуществить поиск новых интеллектуальных алгоритмов управления сетевыми ресурсами.

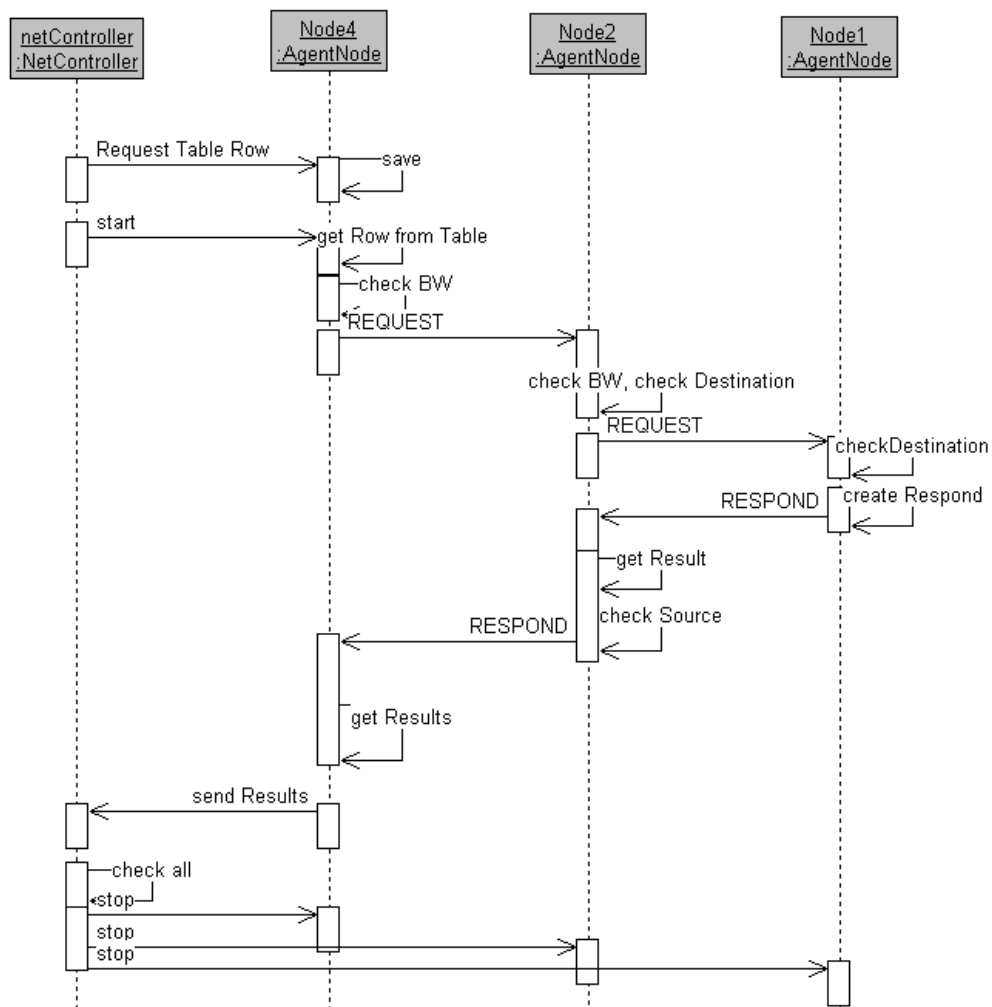


Рис.5. Диаграмма последовательности выполнения запроса на соединение

## ЛИТЕРАТУРА

1. Santiago Cots, Teodor Jové, Pere Vilà. A Call-level Network Simulator Framework based on a Standard Agent Platform. - Broadband Communications and Distributed Systems Group Universitat de Girona, Girona, Spain.
2. Pere Vila, Josep L. Marzo, Antonio Bueno. Automated network management using a hybrid multiagent system. – Institut d’Informatica I Aplicacions, Universitat de Girona, Girona, Spain.
3. Гольдштейн А. Б., Гольдштейн Б. С. Технология и протоколы MPLS. – СПб.: БХВ – Санкт-Петербург, 2005. – 304 с.
4. Руккас К.М. Разработка модели базы знаний агентов многоагентной системы динамического управления компьютерными сетями. // Вестник Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина – Выпуск 629. – Харьков: ХНУ, 2004. - С.165 – 170.
5. Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. - М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 352 с.



## Об одном классе алгоритмов кластер-анализа

А. А. Карпенко

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

Classification - one of fundamental processes in a science which is basic in practical and scientific activity of the person. Mathematical theory were offered, on the basis of which algorithms were developed, which application results in reduction of capacity of set of probable classifications, due to allocation of set of regular classifications was suggested in given article. It allows to facilitate a search extremum of functional qualities of splitting, and therefore a finding of the best classification for some configuration in tasks of automatic classification (cluster-analysis).

Часто утверждается, что *классификация* – один из фундаментальных процессов в науке. Это понятие тесно связано с такими терминами, как группировка, типологизация, кластеризация, систематизация, дискриминация, и является одним из основополагающих в практической и научной деятельности человека. Факты и явления должны быть упорядочены, прежде чем мы сможем их понять и разработать общие принципы, объясняющие их появление и видимый порядок. С этой точки зрения, классификация является интеллектуальной деятельностью высокого уровня, необходимой нам для понимания природы. Но поскольку классификация – это упорядочение объектов по их схожести, а объектом можно назвать все что угодно, включая процессы и действия – все, чему можно приписать вектор дескрипторов (вектор значений признаков), – то можно прийти к заключению, что классификация не ограничена рамками усилий человеческого интеллекта и в действительности является фундаментальным свойством всех живых организмов.

Определяющим моментом в выборе подходящей математической постановки для конкретной задачи классификации является ответ на вопрос, на какой исходной информации будут основаны наши выводы. Исходную информацию целесообразно подразделять на:

- априорные сведения об искомых классах;
- предварительную выборочную информацию (так называемые обучающие выборки);
- наблюдения, подлежащие классификации.

Мы рассмотрим задачу классификации объектов без использования обучающего множества. Этот вид классификации называется *автоматической классификацией* или *классификацией без учителя*. Методы самообучения получили широкое распространение в интеллектуальных системах, в частности – в экспертных системах распознавания образов и классификации и т.д. В системах распознавания образов и классификации соответствующий класс задач обучения без учителя получил название *кластер-анализа* (т.е.

самопроизвольного разбиения исходной выборки на компактные подмножества, или *кластеры*).

Задача автоматической классификации не полностью определена, если не указаны свойства, которыми должны обладать искомые классы объектов. Выбор этих свойств или, что то же, определение класса – это основной вопрос теории автоматической классификации. Если имеется адекватное определение класса, становится возможным отличать хорошие классификации от плохих.

Попытки разработать методы автоматической классификации сделали необходимым оценивать сходство количественно. Одним из подходов к количественному определению оценки схожести заключается в попытке найти основу для суждений о сходстве. Это обычно достигается с помощью детального описания свойств, на основе которых, как полагают, можно выразить сходство. Этот подход привел к детализации и дроблению дескрипторов объектов, которые необходимо классифицировать. Каждому объекту приписываются длинные списки дескрипторов, т.е. векторы значений признаков, а классификация проводится по матрице данных, скомпонованной из набора таких векторов. От природы основных признаков объекта зависят важные теоретические выводы, но они различаются в зависимости от области применения.

Несмотря на широкое применение кластер-анализа, общепринятого определения кластеров не существует. Среди большинства разработчиков существует интуитивное понимание, что элементы одного кластера ближе друг к другу, чем к другим элементам, однако особенности этих отношений явно не называются. Для определения кластеров использовались различные параметры: плотность операционных таксономических единиц в признаковом гиперпространстве, объем, занимаемый кластером, связанность элементов определенного кластера, а также промежутки между соседними кластерами в сравнении с их диаметрами.

Кластер-анализ накладывает на объекты отношения на основе численных значений парных функций на этих объектах. Эти отношения нужны для выявления собственной структуры данных, но они зачастую сами налагают структуру, соответствующую особенностям алгоритма группировки. Таким образом, кластер-анализ не только раскрывает истинный порядок, регулярность или естественные законы, но также подгоняет данные под некоторую, заранее заготовленную модель.

При обзоре литературы были использованы источники [1, 2, 3].

### **1. Математическая постановка задачи автоматической классификации**

Для того чтобы построить автоматическую процедуру решения задачи автоматической классификации, необходимо дать более строгое определение класса. Один из возможных путей – это конструирование *критерия качества классификации* [3]. Критерий качества классификации  $J$  (*функционал качества разбиения*) ставит в соответствие каждой возможной классификации множества объектов некоторое число. Областью определения  $J$  является множество всех возможных классификаций объектов, а областью значений – множество действительных чисел. Предполагается, что классификации, хорошие в смысле

принятого определения класса, соответствуют экстремальным значениям критерия  $J$ .

Таким образом, если критерий  $J$  задан, то можно оценить любую классификацию. Как правило, однако, нереально вычислить  $J$  для каждой возможной классификации. Это связано с тем, что числа Белла  $B_n = e^{-1} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{k^n}{k!}$

(число способов разбиения  $n$ -элементного множества на подмножества) асимптотически равны  $m(n)^n \cdot e^{m(n)-n-1/2} / \sqrt{\ln n}$ , где  $m(n) \cdot \ln m(n) = n - 1/2$  [4]. Поэтому для эффективного определения наилучшей в смысле критерия  $J$  классификации необходим алгоритм автоматической классификации. В соответствии с принятой нами системой определения критерия качества классификации и алгоритм автоматической классификации вместе составляют процедуру решения задачи автоматической классификации.

Выбор метрики (или меры близости) между объектами, каждый из которых представлен значениями характеризующего его многомерного признака, является узловым моментом исследования, от которого решающим образом зависит окончательный вариант разбиения объектов на классы при любом используемом для этого алгоритме разбиения. В каждой конкретной задаче этот выбор должен производиться по-своему, в зависимости от главных целей исследования, физической и статистической природы исследуемого многомерного признака, априорных сведений о его вероятностной природе и т.д.

Предположим, что мы хотим классифицировать  $N$  объектов, каждый из которых характеризуется  $n$ -мерным вектором, т.е. дано множество векторов  $\{X_1, \dots, X_N\}$ . Мы не называем эти векторы случайными, поскольку в задаче автоматической классификации они предполагаются фиксированными и известными. Каждый объект должен быть отнесен к одному из  $M$  классов,  $\omega_1, \dots, \omega_M$ , где число классов  $M$  может быть, а может и не быть заранее известным. Класс, к которому относится  $i$ -й объект, обозначим  $\omega_{k_i}$ ,  $i=1, \dots, N$ . Для удобства будем предполагать, что  $k_i$  – целое число, заключенное между 1 и  $M$ . Классификацией  $\Omega$  называют вектор, составленный из  $\omega_i$ , а конфигурацией  $X^*$  – вектор, составленный из  $X_i$ . Критерий качества классификации  $J$  является функцией от  $\Omega$  и  $X^*$ :

$$J = J(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \dots, \omega_{k_N}; X_1, X_2, \dots, X_N) = J(\Omega, X^*).$$

По определению, наилучшая классификация  $\Omega_0$  удовлетворяет условию

$$J(\Omega_0; X^*) = \min_{\Omega} J(\Omega; X^*),$$

либо

$$J(\Omega_0; X^*) = \max_{\Omega} J(\Omega; X^*).$$

В задаче автоматической классификации конфигурация  $X^*$  фиксирована. Алгоритм автоматической классификации модифицирует только классификацию  $\Omega$ . Обычные методы поиска экстремума здесь неприменимы

вследствие дискретного и неупорядоченного характера множества возможных классификаций.

В результате данной работы предполагается разработать некоторые алгоритмы, применение которых приводит к уменьшению мощности множества возможных классификаций, что позволяет облегчить поиск экстремума функционала качества разбиения  $J(\Omega, X^*)$ , а, следовательно, нахождение наилучшей классификации  $\Omega_0$  для конфигурации  $X^*$  в задачах автоматической классификации (кластер-анализа).

## 2. Необходимые определения, обозначения и утверждения

Будем рассматривать класс  $\Gamma$  всех конечных неориентированных графов. Пусть  $G = G(V, E) \in \Gamma$  – конечный неориентированный граф, где  $V$  – непустое множество объектов некоторой природы, называемых вершинами графа, а  $E$  – множество его ребер – есть подмножество множества  $V^2 / \sim$  классов эквивалентности, на которые множество  $V^2 = \{(a, b), a \neq b\}$  разбивается следующим отношением эквивалентности

$$(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2) \Leftrightarrow (a_1, b_1) = (a_2, b_2) \text{ или } (a_1, b_1) = (b_2, a_2).$$

Заметим, что данное определение не допускает наличие у графа кратных (параллельных) ребер и петель, т.е. графы из класса  $\Gamma$  являются простыми. Также следует отметить, что класс  $\Gamma$  не содержит нуль-графа, так как мы предположили, что  $V \neq \emptyset$ . Множество вершин и ребер графа  $G$ , обозначим  $V(G)$  и  $E(G)$ , соответственно [5].

Пусть  $v_1, v_2, \dots, v_i, v_{i+1}, \dots, v_k$  – последовательность вершин графа такая, что каждая пара соседних вершин  $v_i, v_{i+1}$  определяет ребро в этом графе. Тогда данная последовательность называется *маршрутом*. Маршрут называется *простым* или *цепью*, если ни одна вершина не встречается в нем дважды, и *циклом* или *замкнутой цепью*, если ни одна вершина не встречается в нем дважды и при этом  $v_1 = v_k$ . Вершины  $v_1$  и  $v_k$  называются *концевыми вершинами* цепи [5].

Рассмотрим некоторое свойство  $P$ , которое присуще графам. Введем булеву функцию  $P(G)$  на классе всех конечных неориентированных графов  $P(G): \Gamma \rightarrow \{0, 1\}$ , которую определим следующим образом

$$P(G) = \begin{cases} 1, & \text{если для графа } G \text{ можно проверить свойство } P \text{ и он им обладает} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Назовем свойство  $P$  *связным свойством графа*, если  $(\forall G \in \Gamma)(P(G) \Rightarrow P_{\text{связн.}}(G))$ , где  $P_{\text{связн.}}$  – свойство связности графа. Из определения следует, что само  $P_{\text{связн.}}$  является связным свойством.

Будем говорить, что свойство  $P$  является *монотонным свойством графа*, если выполнено следующее условие

$$(\forall G_1, G_2 \in \Gamma)((V(G_1) = V(G_2)) \wedge (E(G_1) \subset E(G_2)) \wedge P(G_1)) \Rightarrow P(G_2),$$

иными словами, если некоторый граф обладает свойством  $P$ , то при добавлении ребра в этом графе это свойство не нарушается.

Выделим из всевозможных свойств неориентированных конечных графов классы связных и монотонных свойств:

1.  $\mathbf{C}$  – класс связных свойств графов, т.е.  $(\forall P \in \mathbf{C})(P - \text{связное свойство})$ .

Очевидно, что  $P_{\text{связн.}} \in \mathbf{C}$ .

2.  $\mathbf{M}$  – класс монотонных свойств графов, т.е.

$$(\forall P \in \mathbf{M})(P - \text{монотонное свойство}).$$

В дальнейшем нас будут особенно интересовать такие свойства, которые являются одновременно и монотонными, и связными. Обозначим класс таких свойств  $\mathbf{MC} = \mathbf{M} \cap \mathbf{C}$ , т.е.  $(\forall P \in \mathbf{MC})(P \in \mathbf{M} \wedge P \in \mathbf{C})$ .

Очевидно, что  $(\forall G \in \Gamma)(\forall P \in \mathbf{MC})(P_{\text{связн.}}(G) \Leftarrow P(G) \Leftarrow P_{\text{полн.}}(G))$ , где  $P_{\text{связн.}}$  – свойство связности графа, а  $P_{\text{полн.}}$  – свойство полноты. Ниже будет показано, что  $P_{\text{связн.}} \in \mathbf{MC}$  и  $P_{\text{полн.}} \in \mathbf{MC}$ . Таким образом,  $P_{\text{связн.}}$  можно назвать минимальным монотонным связным свойством графа, а  $P_{\text{полн.}}$  – максимальным.

Приведем еще некоторые примеры монотонных связных свойства графов:  $n$ -связность ( $P_{n\text{-связн.}}$ ), неразделимость ( $P_{\text{неразд.}}$ ), гамильтоновость ( $P_{\Gamma}$ ) и полугамильтоновость ( $P_{\Pi\Gamma}$ ). В принципе, если свойство  $P$  некоторого графа  $G$  монотонное, но не связное, то, если это позволяет свойство  $P$ , вполне можно требовать от графа  $G$  связности, что позволит рассматривать свойство  $P$  как элемент класса  $\mathbf{MC}$  (таким свойством, например, является наличие цикла у графа).

Введем неотрицательную функцию  $\Delta: V \times V \rightarrow \mathbb{R}_+$  такую, что  $\forall a, b, c, d \in V$  выполняются следующие свойства:

1.  $\Delta(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$  – различаемость;
2.  $\Delta(a, b) = \Delta(b, a)$  – симметричность;
3.  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)((\Delta(a, b) < \delta \wedge \Delta(c, d) < \delta) \Rightarrow |\Delta(a, c) - \Delta(b, d)| < \varepsilon)$  – устойчивость.

Заметим, что свойство 3 является более слабым свойством, чем неравенство треугольника. Действительно, если выполняется неравенство треугольника, т.е.  $(\forall a, b, c \in V)(\Delta(a, b) + \Delta(b, c) \geq \Delta(a, c))$ , то  $\forall \varepsilon > 0$  возьмем  $\delta = \varepsilon/2$  и рассмотрим

$$\begin{aligned} |\Delta(a, c) - \Delta(b, d)| &\leq |\Delta(a, b) + \Delta(b, c) - \Delta(b, d)| = |\Delta(a, b) - (\Delta(b, d) - \Delta(b, c))| \leq \\ &\leq \Delta(a, b) + |\Delta(b, d) - \Delta(b, c)| \leq \Delta(a, b) + \Delta(c, d) \leq \delta + \delta = \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon. \blacksquare \end{aligned}$$

Следовательно, в качестве функции  $\Delta$  можно взять обычное расстояние (метрику) между вершинами графа.

Рассмотрим граф  $G_\varepsilon(V) \in \Gamma$  такой, что  $(\forall a, b \in V)(\Delta(a, b) \leq \varepsilon \Leftrightarrow (a, b) \in E(G_\varepsilon))$ , и зафиксируем некоторое свойство графа  $P$  из класса  $\mathbf{MC}$ .

Для непустого множества  $A \subset V$  введем функцию, характеризующую рассеянность множества  $A$

$$D_p(A) = \begin{cases} \inf\{\varepsilon > 0 \mid P(G_\varepsilon(A))\}, & |A| > 1 \\ 0, & |A| = 1 \end{cases},$$

а для пары непустых множеств  $A, B \subset V$ , симметричную функцию, характеризующую *удаленность множеств  $A$  и  $B$*  (расстояние между множествами)

$$S(A, B) = \min\{\Delta(a, b) \mid a \in A, b \in B\}.$$

Величина, обратная к рассеянности множества, характеризует его зацепление, а обратная к удаленности двух множеств – их связность.

Следует отметить, что из определения функции  $D_p(A)$  следует, что если  $(\forall \varepsilon > 0)(\neg P(G_\varepsilon(A)))$ , то  $D_p(A) = +\infty$ . Очевидно также, что функции  $D_p(A)$  и  $S(A, B)$  являются неотрицательными. Причем, из определения функции  $D_p(A)$  следует, что

$$D_p(A) = 0 \Leftrightarrow |A| = 1,$$

а из свойства различаемости функции  $\Delta$  следует, что

$$S(A, B) = 0 \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset.$$

Также нетрудно показать, что если  $A \cap B = \emptyset$ , то для любого непустого подмножества  $C$  множества  $A$  выполняется следующее неравенство:  $S(C, B) \geq S(A, B)$ . Этот означает, что функция  $S(A, B)$  монотонна по любому аргументу, так как она симметрична.

Рассмотрим множество  $A^k = \{A_i\}_{i=1}^k$  непустых попарно непересекающихся подмножеств множества  $V$ . Для такого множества определим функции  $D_p(A^k)$  и  $S(A^k)$  следующим образом

$$D_p(A^k) = \max\{D_p(A_i) \mid i = \overline{1, k}\},$$

$$S(A^k) = \begin{cases} \min\{S(A_i, A_j) \mid i \neq j \wedge i = \overline{1, k} \wedge j = \overline{1, k}\}, & k > 1 \\ +\infty, & k = 1 \end{cases}.$$

Так как при добавлении подмножества минимум в определении  $S(A^k)$  может только уменьшиться, а максимум в определении  $D_p(A^k)$  увеличится, то очевидно, что  $(\forall A^l \subseteq A^k \mid 1 < l \leq k)((D_p(A^l) \leq D_p(A^k)) \wedge (S(A^l) \geq S(A^k)))$ . Также из определения функции  $S(A^k)$  следует, что

$$S(A^k) = +\infty \Leftrightarrow k = 1.$$

Пусть  $\pi$  – некоторое разбиение множества  $V$ . Это означает, что  $\pi = A^k = \{A_i\}_{i=1}^k$ , такое что  $\bigcup_{i=1}^k A_i = V$ . Множества  $A_i$  из разбиения  $\pi$  назовем *атомами разбиения*. Далее будем использовать обозначение  $\pi(a)$  для атома разбиения  $\pi$ , содержащего элемент  $a \in V$ .

На множестве всех разбиений множества  $V$  можно ввести отношение порядка следующим образом

$$\pi' \leq \pi \Leftrightarrow (\forall A' \in \pi')(\exists A'' \in \pi)(A' \subseteq A'').$$

Очевидно, что

$$\pi' < \pi'' \Rightarrow (\exists A \in \pi'')(\exists! A_1, A_2, \dots, A_l \in \pi', l > 1)(A = \bigcup_{i=1}^l A_i)$$

и

$$\pi' = \pi'' \Leftrightarrow (\pi' \leq \pi'') \wedge (\pi'' \leq \pi').$$

Так же очевидно, что для множества  $V = \{a_1, \dots, a_n\}$  разбиение  $\pi_{\min} = \{\{a_1\}, \dots, \{a_n\}\}$  является наименьшим, а разбиение  $\pi_{\max} = \{\{a_1, \dots, a_n\}\} = \{V\}$  – наибольшим. Эти два разбиения назовем *тривиальными разбиениями множества  $V$* . Отметим, что для любого разбиения  $\pi$  множества  $V$  выполняется неравенство  $1 = |\pi_{\max}| \leq |\pi| \leq |\pi_{\min}| = |V|$ , а также  $|V| = 1 \Leftrightarrow \pi_{\min} = \pi_{\max}$ .

С учетом обозначения для разбиения  $\pi$  можно определить пару функций

$$D_p(\pi) = D_p(A^k) \text{ и } S(\pi) = S(A^k),$$

или, что то же самое,

$$D_p(\pi) = \max \{D_p(\pi(a)) \mid a \in V\}$$

и

$$S(\pi) = \begin{cases} \min \{S(\pi(a), \pi(b)) \mid a, b \in V, \pi(a) \neq \pi(b)\}, & |\pi| > 1 \\ +\infty, & |\pi| = 1 \end{cases}.$$

Рассмотрим отдельно случаи, когда разбиение  $\pi$  множества  $V$  является тривиальным разбиением:

1.  $\pi = \pi_{\min}$  и  $|V| > 1 \Leftrightarrow D_p(\pi) = 0$  и  $0 < S(\pi) < +\infty$ .

$$D_p(\pi_{\min}) = \max \{D_p(A) \mid A \in \pi_{\min}\} = \max \{D_p(\{a\}) \mid a \in V\} = 0,$$

$$S(\pi_{\min}) = \min \{S(A, B) \mid A, B \in \pi_{\min}, A \neq B\} = \min \{S_p(\{a\}, \{b\}) \mid a, b \in V, a \neq b\} > 0$$

$$\text{и } S(\pi_{\min}) < +\infty, \text{ так как } |\pi_{\min}| = |V| > 1;$$

2.  $\pi = \pi_{\max}$  и  $|V| > 1 \Leftrightarrow D_p(\pi) > 0$  и  $S(\pi) = +\infty$ .

$$D_p(\pi_{\max}) = \max \{D_p(A) \mid A \in \pi_{\max}\} = D_p(V) > 0,$$

$$S(\pi_{\max}) = +\infty, \text{ так как } |\pi_{\max}| = 1;$$

3.  $\pi = \pi_{\max} = \pi_{\min} \Leftrightarrow |V| = 1 \Leftrightarrow D_p(\pi) = 0$  и  $S(\pi) = +\infty$ .

$$D_p(\pi) = \max \{D_p(A) \mid A \in \pi\} = D_p(V) = 0, \text{ так как } |V| = 1,$$

$$S(\pi) = +\infty, \text{ так как } |\pi| = 1.$$

### 3. Определение класса регулярных разбиений и исследование его свойств

Впервые понятие регулярного разбиения было введено и исследовано для свойства полноты графов в [6, 7].

Далее, если это не оговорено, считается, что рассматриваемое нами свойство графов  $P \in \text{МС}$ . Так же будем считать, что  $+\infty < +\infty$ .

Назовем *разбиение  $\pi$  множества  $V$  регулярным*, если для него выполнено следующее условие

$$D_p(\pi) < S(\pi).$$

При этом если для разбиения  $\pi$  выполняется  $D_p(\pi) = S_p(\pi) = +\infty$ , то в силу нашего предположения, что  $+\infty < +\infty$ , данное разбиение будет являться регулярным.

Обозначим через  $\Pi_p^V$  множество всех регулярных разбиений множества  $V$  на основе свойства  $P$ . Из определения следует, что тривиальные разбиения  $\pi_{\min} \in \Pi_p^V$  и  $\pi_{\max} \in \Pi_p^V$  для любого непустого множества  $V$  и любого свойства  $P \in \text{МС}$ , т.е.  $\Pi_p^V \neq \emptyset$ .

Содержательно, к классу регулярных разбиений относятся те разбиения, для которых атомы внутри себя зацеплены более сильно, чем связаны между собой.

Основным результатом исследований класса регулярных разбиений является следующая теорема:

**Теорема.** Пусть  $\pi', \pi'' \in \Pi_p^V$ , тогда имеют место следующие эквивалентности:

1.  $\pi' \leq \pi'' \Leftrightarrow D_p(\pi') \leq D_p(\pi'') \Leftrightarrow S(\pi') \leq S(\pi'')$ ;
2.  $\pi' < \pi'' \Leftrightarrow S(\pi') \leq D_p(\pi'')$ .

Перед тем как доказывать данную теорему сформулируем и докажем несколько вспомогательных утверждений:

**Утверждение 1.** Если  $\pi \in \Pi_p^V \setminus \{\pi_{\max}\}$ , то  $\forall A \in \pi$  разбиение  $\pi' = \pi \setminus \{A\} \in \Pi_p^{V \setminus A}$ . Причем

1.  $D_p(\pi) \geq D_p(\pi')$ ;
2.  $S(\pi) \leq S(\pi')$ .

*Доказательство.*

Пусть  $\pi = \{A_i\}_{i=1}^k$ , где  $k > 1$  (так как  $\pi \neq \pi_{\max}$ ), и  $\pi' = \pi \setminus \{A_l\}$  для любого фиксированного  $l = \overline{1, k}$ .

Тогда рассмотрим:

1.  $D_p(\pi') = \max\{D_p(A_i) \mid i = \overline{1, k} \wedge i \neq l\} \leq \max\{D_p(A_i) \mid i = \overline{1, k}\} = D_p(\pi)$ , т.е.  $D_p(\pi) \geq D_p(\pi')$ ;
2.  $S(\pi') = \begin{cases} \min\{S(A_i, A_j) \mid i, j = \overline{1, k} \wedge i \neq j \wedge i \neq l \wedge j \neq l\}, & |\pi'| > 1 \\ +\infty, & |\pi'| = 1 \end{cases} \geq \min\{S(A_i, A_j) \mid i, j = \overline{1, k} \wedge i \neq j\} = S(\pi)$ , т.е.  $S(\pi) \leq S(\pi')$ .

Так как  $\pi$  – регулярное разбиение множества  $V$ , то получаем  $D_p(\pi') \leq D_p(\pi) < S(\pi) \leq S(\pi')$ , откуда немедленно следует, что  $\pi'$  является регулярным разбиением множества  $V \setminus A_l$ . ■

**Следствие.** Если  $\pi = \{A_i\}_{i=1}^k \in \Pi_p^V \setminus \{\pi_{\max}\}$  ( $k > 1$ , так как  $\pi \neq \pi_{\max}$ ), то  $\forall 0 < l < k$  и  $\forall \{A_j\}_{j=1}^l \subset \{A_i\}_{i=1}^k$ , разбиение  $\pi' = \{A_j\}_{j=1}^l \in \Pi_p^{V'}$ , где  $V' = \bigcup_{j=1}^l A_j$ .

Причем  $D_p(\pi) \geq D_p(\pi')$  и  $S(\pi) \leq S(\pi')$ . Данное следствие легко доказывается, последовательно применяя доказанное утверждение.



**Утверждение 2.** Для любого непустого множества  $V$  и любого свойства  $P \in \mathbf{MC}$  выполняется следующее:

1.  $(\forall A \subseteq V \mid A \neq \emptyset)(D_{P_{\text{связн.}}}(A) \leq D_P(A) \leq D_{P_{\text{полн.}}}(A))$ ;
2.  $(\forall \pi - \text{разбиение множества } V)(D_{P_{\text{связн.}}}(\pi) \leq D_P(\pi) \leq D_{P_{\text{полн.}}}(\pi))$ ;
3.  $|\Pi_{P_{\text{полн.}}}^V| \leq |\Pi_P^V| \leq |\Pi_{P_{\text{связн.}}}^V|$ .

*Доказательство.*

Из определения функции  $D_P(A)$  и свойства монотонных связанных свойств графов  $(\forall G \in \Gamma)(\forall P \in \mathbf{MC})(P_{\text{связн.}}(G) \Leftarrow P(G) \Leftarrow P_{\text{полн.}}(G))$ , вытекает справедливость пунктов 1 и 3 нашего утверждения.

Так как, если  $(\forall A \in \pi)(D_{P_{\text{связн.}}}(A) \leq D_P(A) \leq D_{P_{\text{полн.}}}(A))$ , то очевидно, что и  $\max\{D_{P_{\text{связн.}}}(A) \mid A \in \pi\} \leq \max\{D_P(A) \mid A \in \pi\} \leq \max\{D_{P_{\text{полн.}}}(A) \mid A \in \pi\}$ , а, следовательно,  $D_{P_{\text{связн.}}}(\pi) \leq D_P(\pi) \leq D_{P_{\text{полн.}}}(\pi)$ . Пункт 2 доказан. ■

**Утверждение 3.** Для любого множества  $V$  такого, что  $|V| > 1$ , имеют место следующие утверждения:

1.  $(\forall A^l = \{A_i\}_{i=1}^l \mid 1 < l \leq |V|)(D_P(\bigcup_{i=1}^l A_i) \geq S(A^l))$ ;
2. Если  $\pi = A^k = \{A_i\}_{i=1}^k$  – разбиение множества  $V$  и  $\pi \neq \pi_{\max}$ , то  $(\forall A^l \subseteq A^k \mid 1 < l \leq k)(D_P(\bigcup_{i=1}^l A_i) \geq S(\pi))$ ;
3. Если  $\pi = A^k = \{A_i\}_{i=1}^k \in \Pi_P^V \setminus \{\pi_{\max}\}$ , то  $(\forall A^l \subseteq A^k \mid 1 < l \leq k)(\forall 1 < j \leq k)(D_P(\bigcup_{i=1}^l A_i) > D_P(A_j))$ .

*Доказательство.*

Используя утверждение 1, получаем доказательство пункта 1:

$$D_P(\bigcup_{i=1}^l A_i) \geq D_{P_{\text{связн.}}}(\bigcup_{i=1}^l A_i) \geq \min\{S(A_i, A_j) \mid i \neq j \wedge i = \overline{1, l} \wedge j = \overline{1, l}\} = S(A^l),$$

так как  $l > 1$ . Используя свойства функции  $S(A^k)$ , отсюда, очевидно, следует доказательство пункта 2, так как  $k \geq l > 1$  и  $S(A^l) \geq S(A^k) = S(\pi)$ . Если к тому же разбиение  $\pi$  является регулярным, то, продолжая цепочку неравенств

$$S(\pi) > D_P(\pi) \geq D_P(A_j) \text{ для любого } A_j \in \pi,$$

получаем доказательство пункта 3 нашего утверждения. ■

Теперь перейдем к *доказательству теоремы*:

Будем доказывать все три эквивалентности параллельно.

*Необходимость.*

Если  $\pi' = \pi''$  то очевидно, что  $D_P(\pi') = D_P(\pi'')$  и  $S(\pi') = S(\pi'')$ .

Если же  $\pi' < \pi''$ , то это означает, что  $(\exists A \in \pi'')(\exists B_1, \dots, B_l \in \pi' | l > 1)(A = \bigcup_{i=1}^l B_i)$ .

Используя регулярность разбиений  $\pi'$  и  $\pi''$ , свойства функций  $D_p(\pi)$  и  $S(\pi)$ , а также утверждение 3, получаем следующую цепочку неравенств

$$D_p(\pi') < S(\pi') \leq D_p(\bigcup_{i=1}^l B_i) = D_p(A) \leq D_p(\pi'') < S(\pi'').$$

Откуда немедленно следует, что  $D_p(\pi') < D_p(\pi'')$ ,  $S(\pi') < S(\pi'')$ ,  $S(\pi') \leq D_p(\pi'')$ .

*Достаточность.*

Рассмотрим сначала случай, когда  $\pi'' = \pi_{\max}$ . Теорема будет выполнена, так как очевидно, что любое другое регулярное разбиение будет меньше максимального.

Итак, пусть  $\pi'' \neq \pi_{\max}$ . Рассмотрим каждое из трех неравенств в отдельности:

$$1. D_p(\pi') \leq D_p(\pi'') \Rightarrow$$

$$D_p(B) \leq D_p(\pi') \leq D_p(\pi'') < S(\pi'') \leq S(A_i, A_j);$$

$$2. S(\pi') \leq S(\pi'') \Rightarrow$$

$$D_p(B) \leq D_p(\pi') < S(\pi') \leq S(\pi'') \leq S(A_i, A_j);$$

$$3. S(\pi') \leq D_p(\pi'') \Rightarrow$$

$$D_p(B) \leq D_p(\pi') < S(\pi') \leq D_p(\pi'') < S(\pi'') \leq S(A_i, A_j).$$

Таким образом, из любого из этих трех неравенств, следует, что  $(\forall B \in \pi'')(\forall A_i, A_j \in \pi'' | i \neq j)(D_p(B) < S(A_i, A_j))$ .

Будем вести доказательство от противного. Пусть  $\neg(\pi' \leq \pi'')$  ( $\neg(\pi' < \pi'')$ ), тогда

$$(\exists B \in \pi')(\exists A_1, \dots, A_l \in \pi'' | l > 1)((A_i \cap B \neq \emptyset | i = \overline{1, l}) \wedge (A_j \cap B = \emptyset | j > l)),$$

причем элементы из множества  $\{A_i \cap B\}_{i=1}^l$  попарно не пересекаются, так как множества  $A_i$  являются атомами разбиения  $\pi''$ . Используя утверждение 3, рассмотрим величину  $D_p(B)$ :

$$D_p(B) = D_p(\bigcup_{i=1}^l (A_i \cap B)) \geq S(\{A_i \cap B\}_{i=1}^l).$$

Без ограничения общности можно считать, что минимум в определении функции  $S(\{A_i \cap B\}_{i=1}^l)$  достигается на элементах  $A_1 \cap B$  и  $A_2 \cap B$ . Таким образом, мы имеем следующее:

$$D_p(B) = D_p(\bigcup_{i=1}^l (A_i \cap B)) \geq S(\{A_i \cap B\}_{i=1}^l) = S(A_1 \cap B, A_2 \cap B) \geq S(A_1, A_2).$$

Последнее неравенство следует из свойств симметричности и монотонности функции  $S(A, B)$ .

В результате мы получили, что  $(\exists B \in \pi')(\exists A_1, A_2 \in \pi'')(D_p(B) \geq S(A_1, A_2))$ , но это приводит нас к противоречию. Следовательно, предположение о том, что  $\neg(\pi' \leq \pi'')$  ( $\neg(\pi' < \pi'')$ ), неверно.

Таким образом, мы имеем  $\pi' \leq \pi''$  ( $\pi' < \pi''$ ), что и требовалось доказать.

Очевидно, что из равенства  $S(\pi') = D_p(\pi'')$  не может следовать равенство разбиений  $\pi'$  и  $\pi''$ . Это следует из регулярности разбиений, так как по определению у регулярного разбиения  $D_p(\pi) < S(\pi)$ . ■

**Следствие.** Если  $\pi', \pi'' \in \Pi_p^V$ , то

$$\pi' = \pi'' \Leftrightarrow D_p(\pi') = D_p(\pi'') \Leftrightarrow S(\pi') = S(\pi'').$$

Доказательство следует из эквивалентности  $\pi' = \pi'' \Leftrightarrow (\pi' \leq \pi'') \wedge (\pi'' \leq \pi')$ .

**Замечание.** Следует отметить, что эквивалентность

$$\pi' < \pi'' \Leftrightarrow S(\pi') \leq D_p(\pi'')$$

в формулировке теоремы является более сильной, чем другие эквивалентности, так как из неравенства  $S(\pi') \leq D_p(\pi'')$  и регулярности разбиений следуют неравенства  $D_p(\pi') < D_p(\pi'')$  и  $S(\pi') < S(\pi'')$ :

$$D_p(\pi') < S(\pi') \leq D_p(\pi'') < S(\pi''). \quad \blacksquare$$

Доказанная теорема дает нам право утверждать, что множество регулярных разбиений  $\Pi_p^V = \{\pi_1, \dots, \pi_N\}$  некоторого непустого множества  $V$  на основе монотонного связного свойства  $P$  является линейно упорядоченным множеством относительно порядка на разбиениях, т.е. из всех элементов этого множества можно выстроить следующую цепочку неравенств:

$$\pi_{\min} = \pi_1 < \pi_2 < \dots < \pi_{N-1} < \pi_N = \pi_{\max}.$$

Откуда немедленно следует, что  $|\Pi_p^V| \leq |V|$ .

#### 4. Описание алгоритмов построения всех регулярных разбиений некоторого множества

Здесь мы рассмотрим два алгоритма построения множества  $\Pi_p^V$  для произвольного непустого множества  $V$  и произвольного монотонного связного свойства графов  $P$  – алгоритмы построения объединением и дроблением.

*Алгоритм построения множества  $\Pi_p^V$  объединением:*

1.  $R = \emptyset$  – здесь мы будем накапливать полученные регулярные разбиения;
2. Строим множество  $S = \{\Delta(a, b) \mid a, b \in V, a \neq b\} \cup \{0, +\infty\}$ ;
3. Сортируем множество  $S$  по возрастанию;
4. Для каждого  $\alpha \in S$ :
  - a. Строим граф  $G_\alpha(V)$ ;
  - b. Выделяем компоненты связности  $\{G_i\}_{i=1}^k$  графа  $G_\alpha(V)$ ;
  - c. Если выполнено одно из следующих трех условий, то добавляем разбиение  $\pi_\alpha = \{V(G_i)\}_{i=1}^k$  к множеству  $R$  (конечно, если еще  $\pi_\alpha \notin R$ ):
    - 1)  $\alpha = 0$  –  $\pi_\alpha = \pi_{\min}$ ;
    - 2)  $\alpha = +\infty$  –  $\pi_\alpha = \pi_{\max}$ ;

$$3) \quad (\forall i = \overline{1, k})(P(G_i)).$$

5.  $\Pi_p^V = R$ . Конец.

Алгоритм построения множества  $\Pi_p^V$  дроблением идентичен предыдущему алгоритму, за исключением того, что множество  $S$  нужно сортировать не по возрастанию, а по убыванию.

Докажем корректность приведенных алгоритмов:

Пусть множество  $R$  – это множество, полученное в результате работы любого из приведенных выше алгоритмов. Очевидно, что элементами данного множества являются различные разбиения множества  $V$ , так как компоненты связности графа разбивают его на попарно непересекающиеся по вершинам части. Покажем, что любое разбиение  $\pi_\alpha$  из множества  $R$  является регулярным. Действительно, если  $\pi_{\alpha_0}$  – разбиение, добавленное к множеству  $R$  на некотором шаге работы алгоритма, то по построению  $\pi_{\alpha_0}$  является либо тривиальным разбиением, либо  $(\forall A \in \pi_{\alpha_0})(P(G_{\alpha_0}(A)))$ . Если  $\pi_{\alpha_0}$  – тривиальное разбиение, то оно является регулярным. Теперь рассмотрим случай, когда  $\pi_{\alpha_0}$  не является тривиальным разбиением. В этом случае по построению мы имеем, что

$$(\forall A \in \pi_{\alpha_0})(D_p(A) \leq \alpha_0)$$

и

$$(\forall A, B \in \pi_{\alpha_0} | A \neq B)((A \cap B = \emptyset) \wedge ((\forall a \in A)(\forall b \in B)(\Delta(a, b) > \alpha_0))).$$

А это означает, что  $(\forall A, B, C \in \pi_{\alpha_0} | A \neq B)(D_p(C) \leq \alpha_0 < S(A, B))$ . Следовательно,  $D_p(\pi_{\alpha_0}) < S(\pi_{\alpha_0})$ , что и требовалось доказать. Также из доказанной нами теоремы, следует, что множество  $R$  состоит из всевозможных регулярных разбиений множества  $V$ , так как используемый алгоритм построения множества  $R$  перебирает все возможные различные  $D_p(\pi_\alpha)$ . Таким образом мы получаем, что  $\Pi_p^V = R$ . ■

Следует отметить, что полученное, в результате работы рассмотренных нами алгоритмов, множество  $\Pi_p^V$  уже является линейно упорядоченным. Соответственно, построение объединением упорядочивает множество  $\Pi_p^V$  по возрастанию, а построение дроблением – по убыванию.

Проведем оценку данных алгоритмов:

Оценку сложности алгоритмов будем производить в зависимости от количества элементов множества  $V$ . Пусть  $|V| = n$ .

Оценим отдельно некоторые шаги алгоритмов:

1. Построение множества  $S$ :  $O(n^2)$ ;
2. Сортировка множества  $S$  независимо от направления:  $O(n^2 \cdot \log_2 n)$ ;
3. Построение графа  $G_\alpha(V)$ :  $O(n^2)$ ;
4. Выделение компонент связности графа  $G_\alpha(V)$ :  $O(n^2)$ ;

5. Вычисление функции  $P(G_i): O(p(|V(G_i)|))$ , где  $p(n)$  – оценка сложности алгоритма проверки выполнимости свойства  $P$  для графа с  $n$  вершинами.

Теперь легко видеть, что сложность как алгоритма построения объединением, так и алгоритма построения дроблением, не превосходит  $O(n^3 \cdot \max\{n, p(n)\})$ .

### 5. Некоторые примеры регулярных разбиений

Ниже приведены все регулярные разбиения множества из 10 точек. В качестве  $\Delta$ -функции взята евклидова метрика, а монотонного связного свойства графов – полнота.



Рис. 1.1. Первое регулярное разбиение.



Рис. 1.3. Третье регулярное разбиение.



Рис. 1.2. Второе регулярное разбиение.

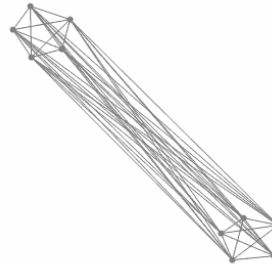


Рис. 1.4. Четвертое регулярное разбиение.

На рисунках 1.1 и 1.3 находятся тривиальные разбиения.

Вот еще несколько примеров регулярных разбиений, различных множеств, при различных параметрах:

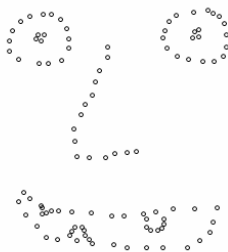


Рис. 2.1. Множество точек.

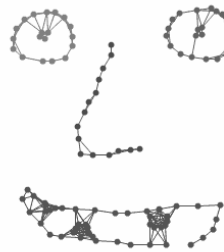


Рис. 2.2. Регулярное разбиение. Евклидова метрика. Связность.

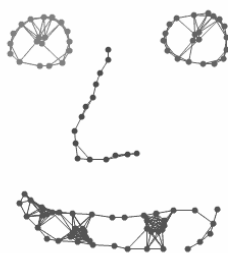


Рис. 2.3. Регулярное разбиение. Чебышевская метрика. Связность.

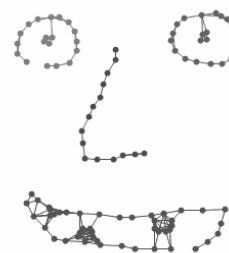


Рис. 2.4. Регулярное разбиение. Уличная метрика. Связность.

КЛАСТЕР -  
АНАЛИЗ

Рис. 3. Регулярное разбиение. Уличная метрика. Связность.

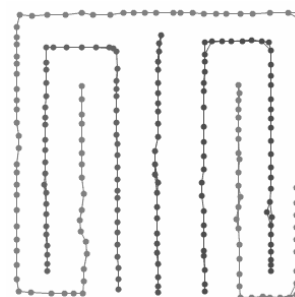


Рис. 4. Регулярное разбиение. Уличная метрика. Связность.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Патрик Э.А. Основы теории распознавания образов. – М.: Советское радио, 1980. – 408 с.
2. Сокал Р.Р. Классификация и кластер. – М.: Мир, 1980.
3. Фукунага К., Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
4. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики. – М.: Мир, 1998. – 703 с.
5. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.
6. Жолткевич Г.Н. Автоматизация проектирования технологической оснастки: теория и практика. – К.: Техніка, 1988. – 263 с.
7. Жолткевич Г.Н., Сергеев Л.Е. Многоуровневая структура компонентных архитектур программного обеспечения. – Інформаційно-керуючі системи в залізничному транспорті. – №6, 2003. – с. 8-10.

## Метод дискретных вихрей для сингулярных интегральных уравнений первого рода в классе обобщённых функций

И. К. Лифанов, А. С. Ненашев

*Институт Вычислительной математики РАН  
Военно-воздушная инженерная академия им. Н.Е. Жуковского*

In this article the method of discrete curls for the singular integral equations of the first kind within the class of generalized functions is considered.

### Введение

В различных приложениях, связанных с решением прикладных задач аэродинамики и электродинамики приходится рассматривать решение сингулярных интегральных уравнений в классе обобщённых функций, то есть, например, следующее уравнение

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g(x)dx}{x-x_0} + \alpha \int_{-1}^1 K(x, x_0)g(x)dx = f(x_0), \quad x_0 \in (-1, 1). \quad (1)$$

где  $K(x, x_0)$  геллеровская функция, рассматривается в случаях, когда правая часть может быть неинтегрируемой функцией  $f(x_0) = (x_0 - q)^{-1}$ . Как показано в [1] для характеристического уравнения (1) ( $\alpha = 0$ ) частное решение  $g(x)$  является дельта-функцией. Для таких функций сингулярный интеграл в (1) надо понимать как оператор в обобщённых весовых Соболевских пространствах, опираясь на известные [2] спектральные соотношения

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{T_n(x)dx}{\sqrt{1-x^2}(x_0-x)} = U_{n-1}(x_0), \quad (2)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}U_n(x)dx}{x_0-x} = T_{n+1}(x_0), \quad (3)$$

где  $x_0 \in (-1, 1)$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $T_n(x)$ ,  $U_n(x)$  - полиномы Чебышева первого и второго рода, кроме того, будем считать, что  $U_{-1}(x) \equiv 0$ .

При  $\alpha = 0$  получим так называемое характеристическое сингулярное интегральное уравнение на отрезке

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g(x)dx}{x-x_0} = f(x_0). \quad (4)$$

Будем рассматривать решения уравнений (1) и (4) в классе функций, обращающихся в бесконечность на концах отрезка  $[-1, 1]$  и удовлетворяющих дополнительному условию

$$\int_{-1}^1 g(x)dx = C. \quad (5)$$

Рассмотрим вопрос о нахождении решения уравнения (4) с правой частью типа  $(x_0 - q)^{-1}$  и дополнительным условием (5)

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g(x)dx}{x - x_0} = \frac{1}{x_0 - q}, \quad q \in (-1, 1). \quad (6)$$

Если понимать интегральные оператор в уравнении (6) как оператор в обобщённых Соболевских пространствах, то можно записать решение уравнения (6) в следующем виде

$$g(x) = -\pi \delta(x - q) + \frac{C_0}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad (7)$$

где  $C_0$  - константа, подлежащая определению.

Для нахождения  $C_0$  воспользуемся условием (5). Тогда получим

$$\begin{aligned} -\pi + C_0 \arcsin x \Big|_{-1}^1 &= C, \\ C_0 &= \frac{C}{\pi} + 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Вернемся теперь к рассмотрению общего сингулярного уравнения на отрезке (1). Так как функция  $K(x, x_0)$  является гёлдеровской по обоим своим аргументам, то можно применить обратный сингулярный оператор для соответствующего характеристического уравнения (4) к обеим частям уравнения (1)

$$g(x) + \alpha S^{-1} \left( \int_{-1}^1 K(x, x_0) g(x) dx, x \right) = S^{-1}(f(x_0), x), \quad (9)$$

где  $S^{-1}(*, x)$  - обратный сингулярный оператор для характеристического уравнения (4) в соответствующем классе поиска решений.

Поскольку применение обратного сингулярного оператора к гёлдеровской функции даёт также гёлдеровскую функцию, то ядро интегрального оператора в уравнении (9) является гёлдеровским, поэтому данное уравнение является интегральным уравнением Фредгольма второго рода. В тех случаях, когда  $\alpha$  не является собственным числом, можно рассматривать вопрос о построении численного метода решения данного уравнения.

### **Вычислительная схема метода дискретных вихрей для характеристического уравнения (3) при указанной правой части**

Возьмём на отрезке  $[-1, 1]$  точки  $x_i = -1 + (i - 1)h$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $h = 2(N - 1)^{-1}$  и точки  $x_{0j} = x_j + h/2$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$ . Для численного решения уравнения (1) при правой части вида  $(x_0 - q)^{-1}$  надо взять схему



$$\frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N g_N(x_i) \frac{h}{x_i - x_{0j}} = \frac{1}{x_{0j} - q}, \quad j=1, \dots, N-1,$$

$$\sum_{i=1}^N g_N(x_i) = C, \quad (10)$$

где  $q \in \{x_i\}$ ,  $i=2, \dots, N-1$ .

Как следует из результатов [2], имеем

$$g_N(x_i) = \pi \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} \frac{h}{x_i - x_{0j}} \frac{1}{x_{0j} - q} + \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} C, \quad i=1, \dots, N, \quad (11)$$

$$\text{где } I_{1,i}^{(N)} = \frac{1}{x_{0N} - x_i} \frac{\prod_{m=1}^N (x_{0m} - x_i)}{\prod_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N (x_m - x_i)}, \quad I_{1,0j}^{(N)} = (x_{0N} - x_{0j}) \frac{\prod_{m=1}^N (x_{0j} - x_m)}{\prod_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^N (x_{0j} - x_{0m})}.$$

Перепишем систему (11) в виде

$$g_N(x_i) = \pi \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} \frac{1}{x_i - q} \left( \frac{h}{x_i - x_{0j}} + \frac{h}{x_{0j} - q} \right) + \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} C, \quad (12)$$

$$i \neq i_q, \quad x_{i_q} = q,$$

$$g_N(q) = -\pi \frac{1}{h} I_{1,i_q}^{(N)} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} \frac{h}{(x_{0j} - q)^2} + \frac{1}{h} I_{1,i_q}^{(N)} C. \quad (13)$$

В работе [2] получены следующие асимптотические представления

$$\frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} + O\left(\frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}}\right), \quad (14)$$

$$\frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} = \frac{1}{\pi} \sqrt{1-x_{0j}^2} + O\left(\frac{h}{\sqrt{1-x_{0j}^2}}\right). \quad (15)$$

Введём теперь в рассмотрение две функции

$$g_N^*(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \left(1 + \frac{C}{\pi}\right), & i = i_q, \\ g_N(x_i), & i=1, \dots, N, \quad i \neq i_q, \end{cases} \quad (16)$$

$$g_N^{**}(x_i) = \begin{cases} 0, & i \neq i_q, \\ g_N(q) - \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \left(1 + \frac{C}{\pi}\right), & i = i_q. \end{cases} \quad (17)$$

Из формул (16) и (17) видно, что выполняется равенство

$$g_N^*(x_i) + g_N^{**}(x_i) = g_N(x_i), \quad i=1, \dots, N. \quad (18)$$

Рассмотрим вначале функцию  $g_N^*(x_i)$ . При  $i \neq i_q$  с учётом соотношений (14) и (15) получим, что

$$\begin{aligned} g_N^*(x_i) &= \pi \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} \frac{h}{x_i - x_{0j}} \frac{1}{x_{0j} - q} + \frac{1}{h} I_{1,i}^{(N)} C = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} \frac{1}{x_i - q} \sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{1-x_{0j}^2} \left( \frac{1}{x_{0j} - x_i} - \frac{1}{x_{0j} - q} \right) h + \frac{1}{\pi} \frac{C}{\sqrt{1-x_i^2}} + O\left( \frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}} \right) = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} \frac{1}{x_i - q} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x_{0j}^2} \left( \frac{1}{x_0 - x_i} - \frac{1}{x_0 - q} \right) dx_0 + \frac{1}{\pi} \frac{C}{\sqrt{1-x_i^2}} + O\left( \frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}} \right). \end{aligned}$$

Напомним известное равенство [3]

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x_0 - x} = x_0, \quad x_0 \in (-1, 1). \quad (19)$$

Поэтому с учётом определения (16)

$$g_N^*(x_i) = \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} \left( 1 + \frac{C}{\pi} \right) + O\left( \frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}} \right), \quad i = 1, \dots, N. \quad (20)$$

Вычислим теперь значение функции  $g_N^{**}(x_i)$  при  $x_i = q$ .

$$\begin{aligned} g_N^{**}(q) &= -\pi \frac{1}{h} I_{1,q}^{(N)} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{h} I_{1,0j}^{(N)} \frac{h}{(x_{0j} - q)^2} + \frac{1}{h} I_{1,q}^{(N)} C - \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \left( 1 + \frac{C}{\pi} \right) = \\ &= -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\sqrt{1-x_{0j}^2}}{(x_{0j} - q)^2} h - \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} + O\left( \frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Представим конечную сумму в следующем виде

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\sqrt{1-x_{0j}^2} h}{(x_{0j} - q)^2} &= \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\sqrt{1-x_{0j}^2} - \sqrt{1-q^2} + \frac{q(x_{0j} - q)}{\sqrt{1-q^2}}}{(x_{0j} - q)^2} h + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\sqrt{1-q^2}}{(x_{0j} - q)^2} h - \\ &= \sum_{j=1}^{N-1} \frac{qh}{\sqrt{1-q^2} (x_{0j} - q)} = S_N^{(1)} + S_N^{(2)} - S_N^{(3)}. \end{aligned}$$

Рассмотрим каждую из этих сумм в отдельности.

Так как

$$\lim_{x_0 \rightarrow q} \frac{\sqrt{1-x_0^2} - \sqrt{1-q^2} + \frac{q(x_0 - q)}{\sqrt{1-q^2}}}{(x_0 - q)^2} = \lim_{x_0 \rightarrow q} \frac{\frac{-x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} + \frac{q}{\sqrt{1-q^2}}}{2(x_0 - q)} = -\frac{1}{(1-q^2)^{3/2}} < \infty,$$

то  $S_N^{(1)}$  является суммой Дарбу соответствующего определённого интеграла, поэтому

$$S_N^{(1)} = \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x_0^2} - \sqrt{1-q^2} + \frac{q(x_0-q)}{\sqrt{1-q^2}}}{(x_0-q)^2} dx_0 + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right) = \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x_0^2}}{(x_0-q)^2} dx_0 -$$

$$-\sqrt{1-q^2} \int_{-1}^1 \frac{dx_0}{(x_0-q)^2} + \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \int_{-1}^1 \frac{dx_0}{(x_0-q)} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right).$$

Напомним известное равенство [2]

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{(x-x_0)^2} dx = -1, \quad (22)$$

тогда

$$S_N^{(1)} = -\pi + \sqrt{1-q^2} \left( \frac{1}{1-q} + \frac{1}{1+q} \right) + \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \int_{-1}^1 \frac{dx_0}{(x_0-q)} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right) =$$

$$= -\pi + \frac{2}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \int_{-1}^1 \frac{dx_0}{(x_0-q)} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right). \quad (23)$$

Вычислим теперь  $S_N^{(3)}$ .

$$S_N^{(3)} = \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{h}{x_{0j}-q} \quad (24)$$

Согласно свойств квадратурных сумм для сингулярных интегралов [3] получим, что

$$S_N^{(3)} = \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \int_{-1}^1 \frac{dx_0}{(x_0-q)} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right). \quad (25)$$

Из выражений (23) и (25) следует

$$S_N^{(1)} - S_N^{(3)} = -\pi + \frac{2}{\sqrt{1-q^2}} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right). \quad (26)$$

Наконец, вычислим сумму  $S_N^{(2)}$ .

$$S_N^{(2)} = \sqrt{1-q^2} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{h}{(x_{0j}-q)^2} = \frac{\sqrt{1-q^2}}{h} \left( 2 \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1/2)^2} + \sum_{k=m}^M \frac{1}{(k+1/2)^2} \right), \quad (27)$$

где  $m = \min(i_q, N-i_q-1)$ ,  $M = \max(i_q, N-i_q-1)$ .

Так как точка  $q$  - фиксированная точка, то из  $N \rightarrow \infty$  и  $m \rightarrow \infty$  следует, что второе слагаемое в формуле (27) стремиться к нулю. Далее известна формула [2]

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}, \quad (28)$$

поэтому

$$S_N^{(2)} = \frac{\sqrt{1-q^2} \pi^2 + O(h)}{h}. \quad (29)$$

Окончательно получим

$$\sum_{j=1}^{N-1} \frac{\sqrt{1-x_{0j}^2} h}{(x_{0j}-q)^2} = -\pi + \frac{\sqrt{1-q^2} \pi^2 + O(h)}{h} + \frac{2}{\sqrt{1-q^2}} + O\left(\frac{h}{(1-q^2)^{3/2}}\right) \quad (30)$$

Подставим (30) в (21), тогда

$$g_N^{**}(q) = \frac{-\pi + O(h)}{h}. \quad (31)$$

Нетрудно заметить, что функция  $g_N^{**}(x_i)$  является дискретным аналогом дельта - функции. Действительно, если ввести в рассмотрение кусочно-непрерывную функцию

$$G_N^{**}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [x_{0i_q-1}, x_{0i_q}], \\ g_N^{**}(q), & x \in [x_{0i_q-1}, x_{0i_q}], \end{cases} \quad (32)$$

то для любой интегрируемой на интервале  $(-1,1)$  и липшицевой в окрестности точки  $q$  функции  $f(x)$  выполняется равенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 G_N^{**}(x) f(x) dx = -\pi f(q). \quad (33)$$

На основе выражений (20) и (31) получаем, что

$$g_N(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} \left(1 + \frac{C}{\pi}\right) + O\left(\frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}}\right), & i \neq i_q, \\ -\frac{\pi}{h} + \frac{1}{\sqrt{1-x_i^2}} \left(1 + \frac{C}{\pi}\right) + O\left(\frac{h}{(1-x_i^2)^{3/2}}\right), & i = i_q. \end{cases} \quad (34)$$

Перейдём теперь к рассмотрению численного решения полного сингулярного уравнения на отрезке (1).

#### Вычислительная схема метода дискретных вихрей для полного уравнения (1) при указанной правой части

Введём каноническое разбиение отрезка  $[-1,1]$  как и в предыдущем пункте. Тогда численная схема для решения уравнения (1) будет выглядеть следующим образом

$$\frac{1}{\pi} \gamma_n + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} g_N(x_i) \left( \frac{h}{x_i - x_{0j}} + hK(x_i, x_{0j}) \right) = \frac{1}{x_{0j} - q}, \quad j = 1, \dots, N-1, \quad (35)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} g_N(x_i) = C, \quad (36)$$

где  $q \in \{x_i\}$ ,  $i = 2, \dots, N-2$ .

Для доказательства сходимости данной численной схемы представим численное решение уравнения (35) в виде следующей суммы

$$g_N(x_i) = \psi_N(x_i) + \rho_N(x_i), \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (37)$$

где  $\psi_N(x_i)$  - численное решение соответствующего характеристического уравнения, рассмотренное в предыдущем пункте. Тогда система уравнений (35) и (36) преобразуется к следующему виду

$$\frac{1}{\pi} \gamma_n^* + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} \rho_N(x_i) \left( \frac{h}{x_i - x_{0j}} + hK(x_i, x_{0j}) \right) = -\frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} \psi_N(x_i) hK(x_i, x_{0j}), \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \rho_N(x_i) = 0. \quad (39)$$

Рассмотрим предел правой части уравнения (38) при  $h \rightarrow 0$ . Согласно свойству решения характеристического уравнения получим, что

$$-\frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} \psi_N(x_i) hK(x_i, x_{0j}) = K(q, x_{0j}) + O\left(\frac{h}{\sqrt{1-x^2}}\right).$$

Таким образом, правая часть системы (38) является дискретным приближением гёлдеровской функции. Для систем такого вида в [2] была доказана сходимость к точному решению соответствующего полного сингулярного уравнения (1) на отрезке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лифанов И.К., Ненашев А.С. Гиперсингулярные интегральные уравнения и теория проволочных антенн, Дифференциальные уравнения, 2005, т. 41, № 1, с. 121-137.
2. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент, Москва, ТОО "Янус", 1995, 520 с.
3. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях, Москва, Наука, 1985, 256 с.

## Алгоритм функционирования многоагентной системы динамического управления компьютерными сетями

Ю. И. Лосев, К. М. Руккас

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

The modern approach to artificial intelligence is centered around the concept of a multiagent system. The paper describes variant of the work of agent of an information network control system. In the article proposes algorithm of work for multiagent system of network control.

### 1. Общая постановка задачи и её актуальность

В настоящее время растет потребность в передаче различного вида информации по компьютерным сетям. Важнейшей задачей решаемой в компьютерных сетях является динамическое управление (ДУ), которое обеспечивает распределение потоков информации с целью наилучшего использования ресурсов сети при удовлетворении требований абонентов по доставке информации. Однако при динамическом управлении компьютерными сетями возникают трудности, связанные с интеграцией различных потоков информации, которые предъявляют различные требования к качеству доставки информации. Одним из путей решения этой проблемы является использование многоагентных систем (МАС).

### 2. Истоки исследования авторов

Настоящая работа опирается на анализ методов синтеза МАС [2], анализ особенностей использования МАС при динамическим управления цифровыми сетями интегрального обслуживания.

### 3. Нерешенные проблемы и цели работы

Разработать модель взаимодействия агентов, которая бы обеспечила эффективное функционирование МАС динамического управления компьютерными сетями.

### 4. Анализ структуры МАС динамического управления компьютерными сетями

В [2] приведены различные типы структур МАС. Из которых наиболее общими типами структур являются иерархические и гетерархии. Подробный анализ эффективности таких систем применительно к динамическому управлению компьютерными сетями приведен в [1]. На основании проведенного анализа в работе [1] разработана структура МАС ДУ компьютерными сетями (см. Рис. 1). Алгоритм работы такой МАС состоит в следующем: на центральном узле коммутации располагается агент, управляющий сетью. Его

задача состоит в том, что он устанавливает наиболее важные требования по качеству обслуживания той или иной информации в сети, в случае необходимости с помощью управляющих воздействий корректирует действия других агентов, а также устраняет возникающие в системе конфликтные ситуации.

На других узлах располагаются агенты, управляющие соответствующими центрами коммутации. Эти агенты решают задачу управления распределением ресурсов в центрах коммутации.

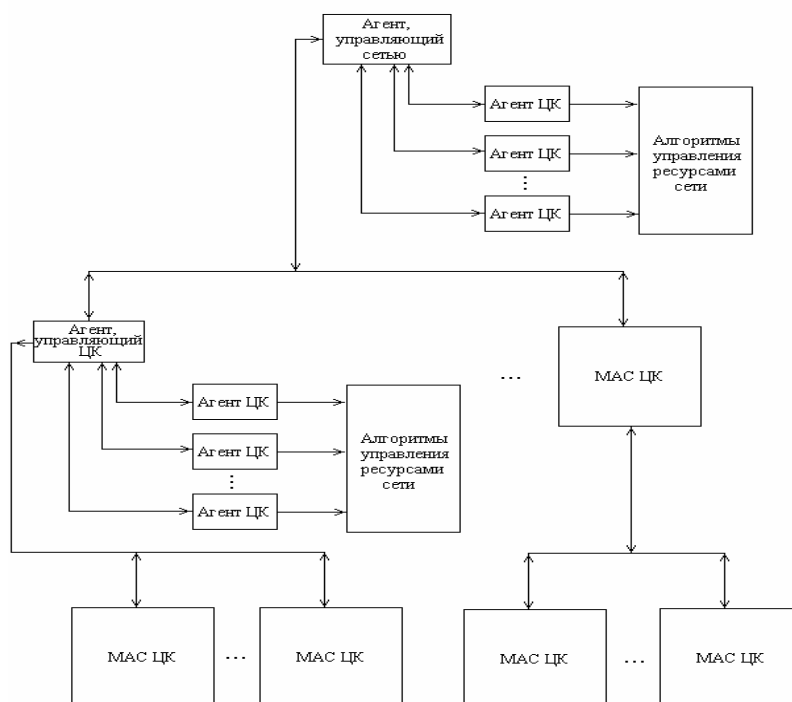


Рис.1. Структурная схема МАС ДУ компьютерной сети.

На каждом центре коммутации кроме управляющего агента располагаются другие агенты, отмеченные на рассматриваемой схеме как агенты центра коммутации. Они решают частные задачи и участвуют в управлении распределением отдельных видов ресурсов. Функции агента, управляющего ЦК, по сути, аналогичны функциям агента, управляющего сетью, но только распространяются в масштабах узла. Таким образом, на каждом центре коммутации располагается совокупность взаимосвязанных агентов, образующих многоагентную систему динамического управления центром коммутации – МАС ЦК. Многоагентные системы отдельных ЦК являются подсистемами многоагентной системы динамического управления всей сети. Структурная схема МАС ЦК представлена на Рис. 2. На этой схеме каждому направлению связи соответствует свой управляющий агент. Число таких агентов соответствует количеству направлений передачи на данном ЦК. Эти агенты определяют значения показателей, по которым осуществляется выбор направления передачи. Полученные результаты передаются агенту,

управляющему ЦК, который осуществляет выбор направления. Кроме того, агент, управляющий ЦК, оценивая эффективность передачи информации, определяет правильность выбора направления. Если эффективность доставки сообщений не удовлетворяет предъявляемым требованиям, то для их передачи выбирается другое направление.

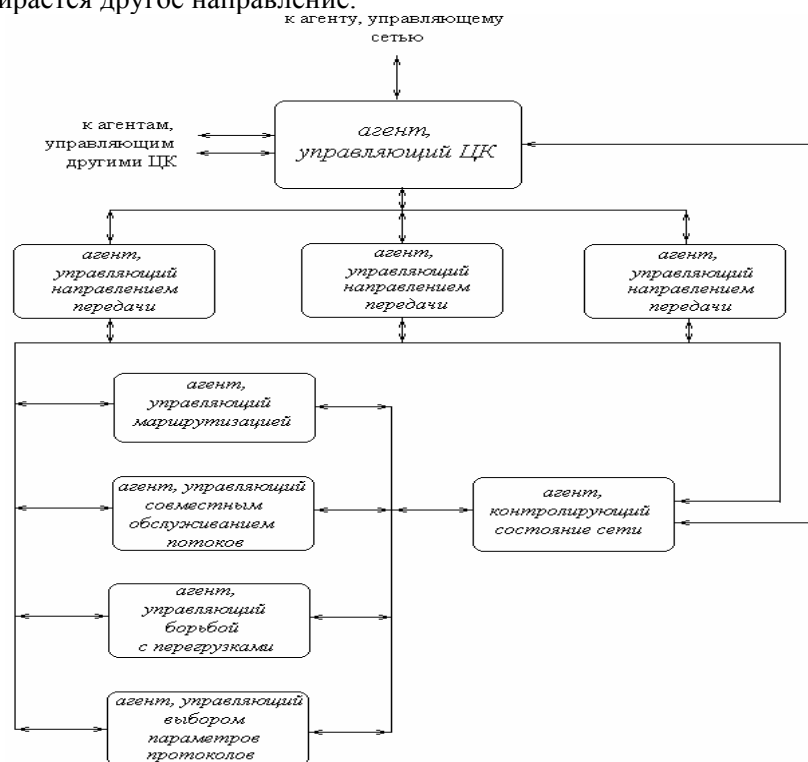


Рис. 2. Структурная схема МАС ЦК.

Агент, управляющий выбранным направлением передачи, взаимодействует с агентом, управляющим маршрутизацией, и дает ему необходимую информацию для выбора маршрута. Выполнив свою задачу, агент, управляющий маршрутизацией, передает данные о выбранном маршруте агенту, управляющему совместным обслуживанием разнородных потоков. С помощью этого агента, который отвечает за формирование очередности передачи поступающей информации, определяется момент времени начала передачи обслуживаемой информации. Задачей этого агента является также установления факта возникновения в канале перегрузки. Если этот факт установлен, то соответствующая информация передается агентам, управляющим борьбой с перегрузками. С помощью этих агентов принимаются меры, направленные на уменьшение загруженности узлов и эффективное распределение ресурсов буферного пространства. Выполнение этих мер способствуют ликвидации перегрузки и уменьшению вероятности возникновения блокировок.

Перед тем, как передавать информацию, свою задачу выполняет агент, управляющий выбором параметров протокола. С помощью этого агента устанавливаются такие значения величины окна и длительности тайм-аута для



данного соединения, которые обеспечат максимальную эффективность доставки.

Выполнение указанными агентами своих задач возможно при их взаимодействии с агентом, контролирующим состояние сети. Этот агент собирает необходимую информацию, характеризующую текущее состояние тех или иных элементов сети, и выдает ее другим агентам, управляющим информационным обменом. Кроме того, эту информацию использует агент, управляющий ЦК, задачей которого является также устранение конфликтных ситуаций, возникающих в ЦК вследствие осуществления другими агентами ЦК своих управляющих воздействий. При наличии таких ситуаций этот агент принимает окончательное решение по управлению, направленное на повышение эффективности функционирования ЦК в целом.

При выборе способа координирования агентов в предлагаемой МАС целесообразно ее условно разбить на две подсистемы. В состав первой подсистемы войдут:

- агент, управляющий ЦК;
- агенты, управляющие направлениями передачи;
- агент, управляющий маршрутизацией;
- агент, контролирующий состояние сети.

В состав другой подсистемы, кроме агента, контролирующего состояние сети, действия которого одинаково важны для обеспечения работы обеих подсистем, следует также включить:

- агента, управляющего совместным обслуживанием разнородных потоков;
- агента, управляющего борьбой с перегрузками;
- агента, управляющего выбором параметров протоколов.

В первой подсистеме для согласования действий агентов необходимо использовать вариант с координирующим агентом. Это вытекает из следующих соображений. Во-первых, указанный способ координации соответствует порядку выполнения агентами данной подсистемы своих задач. Например, окончательное решение по выбору направления передачи принимается агентом, управляющим ЦК, на основе анализа частных решений, предоставляемых ему агентами, управляющими направлениями передачи. Во-вторых, в этой системе для принятия решения в основном используется неполная информация о состоянии сети. На основании такой информации агенту достаточно трудно принять правильное решение. Как следует из анализа вариантов координирования, проведенного в [1], в ситуациях, когда вероятность правильного решения управляемым агентом своей задачи сравнительно невелика, целесообразно использовать систему с координирующим агентом. В роли такого агента следует использовать агента, управляющего ЦК. За этим агентом должно быть закреплено право контролировать результаты управления других агентов, бороться с возникающими конфликтными ситуациями, а также принимать окончательное решение по выбору варианта управления. В-третьих, число агентов в указанной подсистеме зависит от количества в центре коммутации направлений передачи. В общем случае этих направлений может быть достаточно много. Тогда число агентов в рассматриваемой подсистеме также будет большим. Согласно проведенным ранее исследованиям, этот факт

также подтверждает необходимость использования в данном случае системы с координирующим агентом.

В другой подсистеме для координации действий агентов следует использовать метод саморегуляции. Это обусловлено, во-первых, сравнительной независимостью задач, решаемых агентами. Эти задачи агенты могут решать параллельно, а результаты их решения почти не влияют друг на друга. Поэтому в такой системе нет большой необходимости согласовывать общее решение. Во-вторых, при решении своих задач агенты используют в основном полную и достоверную информацию, например сведения о распределении буферного пространства или значении коэффициента загрузки своего ЦК. Поэтому, как правило, вероятность принятия этими агентами правильного решения достаточно высока. В-третьих, число агентов в этой подсистеме невелико, что отвечает указанным ранее условиям применения саморегулирующихся систем.

Приведенная структурная схема показывает состав многоагентной системы динамического управления центра коммутации и взаимодействие ее элементов. Для более детального пояснения функционирования синтезируемой МАС ЦК необходимо подробно описать особенности и порядок осуществления методов, реализацией которых достигается выполнение агентами своих задач. Но прежде чем перейти к построению алгоритмов работы отдельных агентов, требуется составить алгоритм функционирования всей многоагентной системы. Это позволит установить связь между частными алгоритмами, проанализировать место и роль каждого из них во всем процессе динамического управления.

## **5. Алгоритм функционирования многоагентной системы центра коммутации**

Процесс управления информационным обменом на узле коммутации можно представить в виде повторяющихся циклов обслуживания поступающих заявок. Каждый такой цикл включает следующие процедуры:

- выбор направления передачи;
- маршрутизацию;
- постановку заявки в канальную очередь;
- выбор параметров для передачи;
- определение наличия перегрузки;
- в случае необходимости принятие мер по устранению перегрузки;
- оценку эффективности осуществляемого управления и, если требуется, его корректировку.

Поэтому последовательность функционирования МАС ЦК, направленного на управление указанными процедурами, удобно описывать в виде алгоритма, выполнение которого повторяется для каждой поступающей заявки. Блок-схема такого алгоритма представлена на рис. 3.

При поступлении заявки на обслуживание агент, управляющий ЦК, получает о ней исходные данные (блок 1). Агенты, управляющие направлениями передачи, получают от агента, управляющего ЦК, задание определить, с каким качеством поступившая информация будет передаваться по каждому из направлений (блок 2), а затем путем взаимодействия с агентом, контролирующим состояние сети, определяют значения показателей, по которым будет осуществляться выбор наилучшего направления (блок 3). Эти

результаты отправляются агенту, управляющему ЦК, который принимает решение о выборе направления передачи (блок 4). Агент, управляющий выбранным направлением, принимает задание передавать информацию по своему направлению, а также необходимые для этого исходные данные (блок 5). Затем он отправляет данные о поступившей заявке и направлении, в пределах которого ее следует передавать, агенту, управляющему маршрутизацией. В процессе управления этой процедурой производится выбор алгоритма маршрутизации в зависимости от присутствующих в сети условий (блок 5). После того, как определится маршрут передачи информации, полученная заявка ставится в соответствующую канальную очередь. Управление этим процессом осуществляется агентом, управляющим совместным обслуживанием разнородных потоков (блок 6). На этом этапе определяется место заявки в канальной очереди на передачу в соответствии с установленной дисциплиной обслуживания. Кроме того, указанный агент определяет факт возникновения в канале перегрузки.

Если перегрузка имеется (проверка этого условия производится в блоке 7), то активизируется агент, управляющий борьбой с перегрузками (блок 8). Его действие продолжается до тех пор, пока перегрузка не будет устранена. Результаты его функционирования контролируются агентом, управляющим совместным обслуживанием разнородных потоков, путем проверки наличия перегрузки (блок 7).

В случае отсутствия переполнения запоминающего устройства в блоке 9 соответствующим агентом производится управление выбором параметров протокола. В результате выполнения этой процедуры в зависимости от состояния сети устанавливаются значения величины окна и длительности тайм-аута.

Далее в процессе передачи агентом, управляющим ЦК, производится контроль правильности осуществляемого управления (блок 10). Если в результате контроля обнаружено, что эффективность передачи не удовлетворяет требованиям (блок 10), то уточняются исходные данные (блок 11) и процесс управления осуществляется заново, начиная с этапа выбора направления передачи. Если же результаты контроля положительны, то дальнейшая передача продолжается до ее окончания.

Данный алгоритм содержит лишь основные этапы процесса функционирования МАС ЦК. В дальнейшем необходима его детализация, которая сводится к описанию особенностей используемых методов динамического управления и составлению алгоритмов работы агентов по их реализации.

## **6. Выводы по результатам и направления дальнейших исследований**

На основании проведенного анализа задач динамического управления компьютерными сетями и структуры МАС ДУ компьютерной сетью разработан алгоритм функционирования МАС ДУ компьютерной сети, который позволит эффективно решать задачи динамического управления компьютерными сетями.

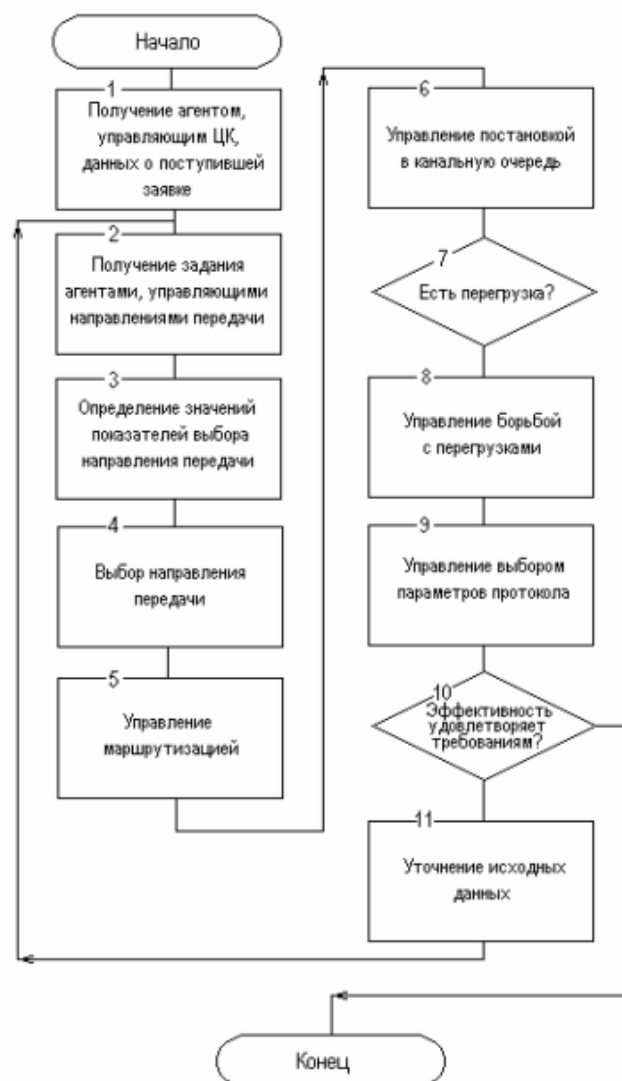


Рис. 3. Блок-схема алгоритма функционирования МАС ЦК.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лосев Ю.И., Руккас К.М., Польщиков К.А. Особенности использования многоагентных систем при динамическом управлении цифровыми сетями интегрального обслуживания. // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Сб.науч.тр. - Выпуск 97.- Харьков: ХГПУ, 2000. – С.226-229.
2. Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. - М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 352 с.
3. Люгер Дж. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем, 4-е издание. – М.: "Вильямс", 2003.- 864 с.

## Корреляционные функции и квазидетерминированные сигналы

А. Ю. Петрова, В. А. Фадеев, Н. В. Черемская

*Харьковский гуманитарный университет «Народная украинская академия», Украина*

*ФЭД, Харьковский машиностроительный завод, Украина*

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»*

In the article random sequences, processes and fields on the given mathematical expectations and correlation functions are reconstructed. At the same time the corresponding random sequences are defined by the set of finite random quantities, what effectively facilitates the consequent analysis of the probabilistic models with such random sequences. It is important that nonstandard random processes and sequences of the finite rank of nonstationarity confined themselves to the reconstruction scheme

### 1. Общая постановка задачи и её актуальность

При обработке данных о случайных функциях чаще всего ограничиваются построением эмпирической корреляционной функции. В связи с этим возникает задача о построении случайной функции (квазидетерминированного сигнала), определяемой конечным набором случайных величин и имеющей заданную корреляционную функцию, причем случайную функцию часто можно считать гауссовской, так как во многих случаях на выходе системы получается случайный сигнал, который достаточно хорошо аппроксимируется гауссовским.

Для стационарных случайных процессов такая задача моделирования детерминированного случайного процесса по корреляционной функции была решена в [1], для случайных полей аналогичная задача была рассмотрена в [2].

Для случайных последовательностей и дискретных случайных полей, а также для нестационарных случайных сигналов проблема оставалась открытой.

### 2. Постановки задачи

Рассмотрим сначала задачу о восстановлении случайной последовательности по известным математическому ожиданию и корреляционной функции. Строится такая модельная случайная последовательность, у которой математическое ожидание и корреляционная функция совпадают с заданными.

Математическое ожидание и корреляционная функция являются простейшими вероятностными числовыми характеристиками, но они не определяют однозначно соответствующий набор плотностей распределения вероятностей, удовлетворяющие условиям нормировки и согласованности (кроме гауссовских стационарных последовательностей) [3], при условии, что при каждом фиксированном целом значении параметра случайная последовательность является непрерывной случайной величиной.

### 3. Решение

Решение сформулированной задачи для стационарных случайных последовательностей сводится к восстановлению спектральной плоскости по коэффициентам ряда Фурье или, в более общем случае, к степенной проблеме моментов.

В случае стационарных случайных последовательностей известно, что корреляционная функция может быть представлена в виде [3]

$$K(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} dF(x) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} f(x) dx, \quad (1)$$

где  $f(x) = F'(x) \geq 0$ , если соответствующая производная существует.

Пусть заданы математическое ожидание и корреляционная функция некоторой стационарной случайной последовательности:  $M\xi(n) = a(n)$ ,  $K_{\xi}(n, m) = K(n - m)$ .

Рассмотрим случайную последовательность  $\xi(n) = a(n) + \xi_1 e^{i\xi_2 n}$ , где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – независимые случайные вещественнозначные величины и  $M\xi_1 = 0$ ,  $a(n)$  – детерминированная функция дискретного аргумента. Очевидно, что  $M\xi(n) = a(n)$ . Найдем корреляционную функцию  $K(n, m) = M(\xi(n) - M\xi(n))(\overline{\xi(m) - M\xi(m)})$ , в случае, если  $M\xi(n) \neq 0$ . Если  $M\xi(n) = 0$ , то  $K(n, m) = M\xi(n)\overline{\xi(m)} = M(\xi_1 e^{i\xi_2 n} \overline{\xi_1 e^{i\xi_2 m}}) = K(n - m)$ .

Следовательно,

$$K(n - m) = K(\tau) = M|\xi_1|^2 \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} p(x) dx, \quad (2)$$

где  $\tau = n - m$ ,  $p(x)$  – плотность распределения вероятностей случайной величины  $\xi_2(\omega)$ .

Из (1) и (2) следует, что  $p(x) = \frac{1}{M|\xi_1|^2} f(x)$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ , где  $f(x)$  – спектральная плотность, т. е. плотность распределения вероятностей случайной величины  $\xi_2(\omega)$  пропорциональна спектральной плоскости, которая восстанавливается по корреляционной функции  $K(n - m)$  по формуле

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-ix\tau} K(\tau) \quad [3].$$

### 4. Стационарный случай.

**Пример 1.** Рассмотрим случайную стационарную последовательность с корреляционной функцией  $K(0) = 1$ ,  $K(\tau) = 0$  при  $\tau \neq 0$  и математическим ожиданием равным нулю [3].

Построим квазидетерминированный дискретный сигнал  $\xi(n)$  с  $M\xi(n) = 0$ :  $\xi(n) = \xi_1 e^{i\xi_2 n}$ ,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – независимые случайные величины и  $M|\xi_1|^2 = 1$ .

Найдем его корреляционную функцию при условии, что спектральная плотность имеет вид  $f(x) = \frac{1}{2\pi}$ .

При  $\tau \neq 0$  и  $\tau$  – целое  $K(n-m) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} dx = \sin \pi\tau = 0$ . При  $\tau = 0$   $K(n-m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx = 1$ . В результате,

$$K(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tau \neq 0, \\ 1, & \text{если } \tau = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, стационарная случайная последовательность, у которой корреляционная функция имеет форму (3), а  $M\xi(n) = 0$  (для простоты), может быть представлена в виде  $\xi(n) = \xi_1 e^{i\xi_2 n}$ , причем  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – независимые случайные величины,  $M\xi_1 = 0$ ,  $M|\xi_1|^2 = 1$ , а  $M\xi_2 = 0$  и  $\xi_2$  – равномерно распределена на интервале  $[-\pi, \pi]$ .

**Пример 2.**  $\xi(n) = \xi_1 e^{i\xi_2 n}$ ,  $M|\xi_1|^2 = 1$ ,  $M\xi_1 = 0$ ,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – независимые случайные величины. Пусть спектральная плотность имеет вид [3]  $f(x) = \frac{C}{2\pi} \cdot \frac{1-a^2}{|e^{ix} - a|^2}$ , где  $|a| < 1$ ,  $a$  – вещественное. Спектральную плотность,

пронормируем на единицу:  $\frac{C}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1-a^2}{|e^{ix} - a|^2} dx = 1$ . Легко проверить, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(1-a^2)dx}{(e^{ix} - a)(e^{-ix} - a)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(1-a^2)dx}{1 - 2a \cos x + a^2} = 1. \text{ Отсюда, } C = 1.$$

Пусть  $a(n) = 0$ ,  $K(\tau) = Ca^{|\tau|}$ ,  $|a| < 1$ ,  $C > 0$ . Тогда последовательность  $\xi(n) = \xi_1 e^{i\xi_2 n}$  имеет заданную корреляционную функцию, если  $M|\xi_1|^2 = 1$ ,  $M\xi_1 = 0$ ,  $M\xi_2 = 0$ , а  $\xi_2$  на интервале  $[-\pi, \pi]$  имеет распределение  $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1-a^2}{1-2a \cos x + a^2}$ .

**Пример 3.** Пусть спектральная плотность имеет вид [3]

$$f(x) = \frac{C}{2\pi} \cdot \frac{|e^{ix} - b|^2}{|e^{ix} - a|^2} = \frac{C}{2\pi} \cdot \frac{(e^{ix} - b)(e^{-ix} - b)}{(e^{ix} - a)(e^{-ix} - a)}, \quad (4)$$

где  $a$  и  $b$  – вещественные,  $|a| < 1$ ,  $|b| < 1$ , тогда корреляционная функция

вычисляется по формуле  $K(n, m) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} f(x) dx = \frac{C}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau} \frac{(e^{ix} - b)(e^{-ix} - b)}{(e^{ix} - a)(e^{-ix} - a)} dx$ .

В случае спектральной плотности (4) корреляционная функция равна

$$K(\tau) = \begin{cases} \frac{C(a-b)(1-ab)}{1-a^2} \cdot a^{|\tau|-1} & \text{при } \tau \neq 0, \\ \frac{C(1-2ab+b^2)}{1-a^2} & \text{при } \tau = 0. \end{cases}$$

Причем  $C$  и  $b$  можно определить из системы

$$\begin{cases} \frac{C(a-b)(1-ab)}{a(1-a^2)} = C_1, \\ \frac{Cb}{a} = C_2. \end{cases}$$

### 5. Нестационарный случай

Рассмотрим теперь восстановление квазидетерминированного сигнала в нестационарном случае, когда корреляционная функция не является функцией разности.

Пусть корреляционная функция имеет вид [4]:

$$K(n, m) = \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(n+\tau) \overline{\varphi(m+\tau)}, \quad (5)$$

$\tau$  – целое, а функции  $\varphi(k)$  строятся специальным образом по комплексным числам, расположенным в единичной окружности на комплексной плоскости (дискретный спектр).

В этом случае структура квазидетерминированного сигнала более сложная, чем в предыдущих случаях, но легко проверить, что случайная последовательность вида  $\xi(n) = \frac{\xi_1(\omega)\varphi(n+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p_{\xi_0(\omega)}}}$ , где  $M\xi_1(\omega) = 0$ ,  $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1$ ,

$\xi_1(\omega)$  и  $\xi_0(\omega)$  – независимые случайные величины  $\xi_0(\omega)$  – дискретная случайная величина, принимающая счетное количество значений  $0, 1, 2, \dots$  с вероятностями  $p_0, p_1, p_2, \dots$ , имеет корреляционную функцию вида (5).

Если обратиться к случаю непрерывного параметра  $t$ , то для диссипативного нестационарного случайного процесса  $\xi(t)$  с  $M\xi(t) = 0$  ранга нестационарности один корреляционная функция имеет вид [5]:

$$K(t, s) = \int_0^{\infty} \varphi(t+\tau) \overline{\varphi(s+\tau)} d\tau, \quad (6)$$

тогда легко проверить, что квазидетерминированный сигнал вида  $\xi(n) = \xi_1(\omega) \frac{\varphi(n+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}}$  имеет корреляционную функцию вида (6), где

$M\xi_1(\omega) = 0$ ,  $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1$ ,  $\xi_1(\omega)$  и  $\xi_0(\omega)$  – независимые случайные величины  $\xi_0(\omega)$  – непрерывная случайная величина,  $\xi_0(\omega) \in [0, \infty)$ , а  $p(x)$  – плотность распределения вероятности этой случайной величины.



В случае спектра, расположенного в верхней полуплоскости  $\varphi(t)$  имеет вид

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \Lambda_k(t), \text{ где } \sum_{k=1}^{\infty} |a_k|^2 < \infty, \quad \Lambda_k(t) \text{ имеет вид } \Lambda_k(t) = \sum_{j=1}^k b_j e^{i\lambda_j t}, \text{ где}$$

$$\lambda_j = \alpha_j + \frac{1}{2} \beta_j^2, \quad \lambda_l \neq \lambda_m, \quad l \neq m, \quad \text{тогда квазидетерминированный сигнал } \xi(t)$$

$$\text{имеет вид } \xi(t) = \frac{\xi_1(\omega)}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sum_{j=1}^k b_j e^{i\lambda_j(t+\xi_0(\omega))}, \text{ где } M\xi_1(\omega) = 0, \quad M|\xi_1(\omega)|^2 = 1,$$

$\xi_1(\omega)$  и  $\xi_0(\omega)$  – независимые случайные величины, т. е. представляется в виде суперпозиции внутренних состояний осцилляторов с комплексными частотами, в отличие от стационарного случая, когда можно было ограничиться одним слагаемым и вещественной частотой.

В случае бесконечнократного спектра в нуле  $\varphi(t) = \int_0^{\ell} f_0(x) J_0(\sqrt{2tx}) dx$  и тогда

очевидно, что соответствующий квазидетерминированный сигнал, имеющий корреляционную функцию (6), представляется в виде

$$\xi(t) = \frac{\xi_1(\omega)}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}} \int_0^{\ell} f_0(x) J_0(\sqrt{2(t+\xi_0(\omega))x}) dx, \text{ где } M\xi_1(\omega) = 0, \quad M|\xi_1(\omega)|^2 = 1,$$

$\xi_1(\omega)$  и  $\xi_0(\omega)$  – независимые случайные величины,  $f_0(x) \in L^2_{[0;\ell]}$ ,  $J_0(z)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

## 6. Выводы и направления дальнейших исследований

Отметим, что аналогичный подход можно использовать для моделирования квазидетерминированных сигналов для случайных неоднородных полей (дискретных или непрерывных аргументов) с заданной корреляционной функцией.

Так, для диссипативных случайных полей корреляционная функция имеет

$$\text{вид } K(x, y) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi(x_1 + \tau_1, x_2 + \tau_2, x_3 + \tau_3) \overline{\varphi(y_1 + \tau_1, y_2 + \tau_2, y_3 + \tau_3)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3, \text{ где}$$

структура функции  $\varphi(x)$  определяется спектром неоднородного поля [6].

Тогда как и для квазидетерминированных сигналов, зависящих от одного параметра, легко видеть, что квазидетерминированное непрерывное случайное

$$\text{поле вида } \xi(x) = \frac{\xi_1(\omega)\varphi(x+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}}, \text{ где } M\xi_1(\omega) = 0, \quad M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, \quad \xi_1(\omega) \text{ и}$$

$\xi_0(\omega)$  – независимые случайные величины,  $\xi_0(\omega) = (\xi_{01}(\omega), \xi_{02}(\omega), \xi_{03}(\omega))$  – случайный абсолютно непрерывный вектор с  $0 \leq \xi_0(\omega) < \infty$  и совместной плотностью распределения вероятностей  $p(t_1, t_2, t_3)$ .

Использование модели случайных функций, определяемых конечным числом параметров, позволяет существенно упростить анализ прикладных задач, решение которых связано с дифференциальными уравнениями со случайными коэффициентами, которые являются такими квазидетерминированными

сигналами. При этом нет необходимости использовать сложный аппарат стохастических дифференциальных уравнений, так как решение такого уравнения просто зависит от случайных величин, как от параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / Учебн. пособие для высш. учебн. заведений. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
2. Петрова А. Ю. Восстановление случайных полей по корреляционным функциям // Вестник НТУ «ХПИ». Сб. науч. тр. Вып. «Системный анализ, управление и информационные технологии». – Х.: НТУ «ХПИ», 2003. – № 6. – Т. 1. – С. 174–182.
3. Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций // Успехи математических наук, 1952. – № 5. – С. 3–168.
4. Янцевич А. А. Нестационарные последовательности в гильбертовом пространстве. I. Корреляционная теория // Сб. Теория функций, функциональный анализ и приложение. – Х., 1986. – Вып. 45. – С. 139 – 141.
5. Лившиц М. С., Янцевич А. А. Теория операторных узлов в гильбертовом пространстве. – Х.: ХГУ, 1971. – 160 с.
6. Абауи Л. Об одном классе неоднородных случайных полей // Вестник Харьковского ун-та: Сер. Механика, теория управления и математическая физика. – 1984. – № 254. – С. 49–53.

## Математическое моделирование аэродинамики и динамики вертикально-осевых ветроагрегатов

А. А. Приходько, Д. А. Редчиц

*Днепропетровский национальный университет, Украина  
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины*

For the solution of the coupled problem of dynamics and aerodynamics of vertical - axis wind turbine the numerical algorithm is designed on the basis of Navier-Stokes equations. Algorithms of the solution of unsteady incompressible Navier-Stokes equations in mobile curvilinear coordinates are implemented on the basis of implicit schemes. Testing of numerical algorithms for problems steady and unsteady flows past a cylinder, laminar flow past a rotating circular cylinder is carried out. Solution results of the coupled problem of dynamics and aerodynamics of Savonius rotor are parsed

### 1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется развитию возобновляемых, экологически чистых источников энергии. Одним из наиболее перспективных направлений является ветроэнергетика. Во всем мире с середины 70-х годов XX века наблюдается непрерывный рост установленной мощности ветроэнергетических установок (ВЭУ). Ветроэнергетика может стать источником наиболее дешевой электроэнергии, вырабатываемой в промышленных масштабах.

Эффективность ВЭУ напрямую связана с величиной коэффициента использования ветра. Аэродинамическая оптимизация формы лопастей ветроколес является актуальной задачей повышения коэффициента полезного действия энергоустановки.

Существующие методики конструирования роторов ВЭУ опираются на известные данные по авиационным крыльевым профилям. Это не позволяет в должной мере учесть особенности обтекания вращающихся ветроколес. При выборе конструкции ВЭУ следует проводить комплексное исследование аэродинамических характеристик лопастей с учетом как нестационарных, так и пространственных эффектов.

При конструировании ветроагрегатов необходим учет взаимодействия многих физических процессов (отрыв потока, взаимодействие лопастей, течение в следе и вблизи гондолы ветроагрегата), которые происходят при вращении ветроколеса. Экспериментальные методы исследований зачастую оперируют ограниченными объемами данных. Кроме того, натурные эксперименты не всегда возможны, как по техническим, так и экономическим соображениям.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования динамики и аэродинамики ВЭУ на примере роторов Дарье, Савониуса и их элементов.

## 2. Постановка задачи

Процессы динамики и аэродинамики ветроагрегата описываются уравнением вращения твердого тела относительно неподвижной оси и уравнениями Навье-Стокса.

Используя произвольные подвижные координаты  $\xi = \xi(x, y, t)$ ,  $\eta = \eta(x, y, t)$ , запишем систему нестационарных уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V}{J} \right) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{e} - \bar{e}_v) - \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{f} - \bar{f}_v) \equiv -\bar{r}, \quad (2.2)$$

где  $\bar{r}$  – правая часть уравнений количества движения,

$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \det \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}$  – якобиан преобразования координат,

$$\bar{u} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad \bar{e} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \xi_x p + uU + \xi_t u \\ \xi_y p + vU + \xi_t v \end{bmatrix}, \quad \bar{f} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \eta_x p + uV + \eta_t u \\ \eta_y p + vV + \eta_t v \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$U = \xi_x u + \xi_y v$ ,  $V = \eta_x u + \eta_y v$ ,  $U, V$  – контравариантные компоненты скорости,  $\xi_t = -x_t \xi_x - y_t \xi_y$ ,  $\eta_t = -x_t \eta_x - y_t \eta_y$ ,  $\xi_x = Jy_\eta$ ,  $\xi_y = -Jx_\eta$ ,  $\eta_x = -Jy_\xi$ ,  $\eta_y = Jx_\xi$  – метрические коэффициенты.

Вязкие члены в неортогональной системе координат имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{e}_v &= \frac{\nu}{\text{Re} J} \begin{bmatrix} (\xi_x^2 + \xi_y^2) u_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\eta \\ (\xi_x^2 + \xi_y^2) v_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) v_\eta \end{bmatrix}, \\ \bar{f}_v &= \frac{\nu}{\text{Re} J} \begin{bmatrix} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) u_\eta \\ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) v_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) v_\eta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $\text{Re}$  – число Рейнольдса,  $\nu$  – кинематическая вязкость.

Для определения положения ротора и текущей угловой скорости ветротурбины, одновременно с аэродинамической задачей, решалось уравнение вращения твердого тела относительно неподвижной оси

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = M_{aэp} - M_{нагр} - M_{сopp}, \quad (2.5)$$

где  $I_z$  – момент инерции ротора,  $M_{aэp}$  – аэродинамический момент, определяемый из решения задачи аэродинамики,  $M_{нагр}$  – момент нагрузки на валу ветроагрегата,  $M_{сopp}$  – момент трения на оси.

Момент сопротивления на валу ветроагрегата определялся квадратичной функцией угловой скорости вращения  $M_{\text{сопр}} = A\omega^2 + B\omega + C$ , а момент нагрузки – из условия поддержания заданной угловой скорости вращения  $\omega_3$

$$M_{\text{нагр}} = \begin{cases} 0, & \omega < \omega_3 \\ M_{\text{аэр}} - M_{\text{сопр}}, & \omega = \omega_3 \end{cases} \quad (2.6)$$

*Начальные и граничные условия.* В качестве начальных условий для стационарных задач задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области. Для нестационарных задач использовалось решение уравнений Навье-Стокса в стационарной формулировке. На внешней границе, за исключением выходного участка, где задавались условия Неймана, значения зависимых переменных рассчитывались по методу характеристик. На поверхности тела ставилось условие прилипания. При вычислении давления на обтекаемой поверхности нормальный градиент давления полагался равным нулю.

### 3. Численный алгоритм. Стационарная формулировка.

Метод искусственной сжимаемости [1] модифицирует уравнение неразрывности путем добавления производной давления по псевдовремени

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = -\beta \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V}{J} \right) \right], \quad (3.1)$$

где  $\tau$  – псевдовремя,  $\beta$  – параметр искусственной сжимаемости.

В уравнения количества движения также вводится псевдовременная производная скорости. В случае стационарной формулировки, уравнения интегрируются до тех пор, пока правая часть  $\bar{r}$  в уравнении (2.2) и дивергенция скорости не обратится в ноль. Таким образом, система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{E} - \bar{E}_v) - \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{F} - \bar{F}_v) = -\bar{R}, \quad (3.2)$$

где  $\bar{R}$  – вектор невязок этих уравнений,

$$\bar{D} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ \bar{u} \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} \beta U \\ J \\ \bar{e} \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \beta V \\ J \\ \bar{f} \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{e}_v \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{f}_v \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Аппроксимируем псевдовременную производную с помощью неявной схемы Эйлера

$$\frac{\bar{D}^{m+1} - \bar{D}^m}{\Delta \tau} = -\bar{R}^{m+1}, \quad (3.4)$$

где верхний индекс  $m$  соответствует псевдовременному итерационному слою. После линеаризации правой части  $\bar{R}^{m+1}$ , уравнение (3.4) принимает вид

$$\left[ \frac{1}{\Delta \tau} I + \left( \frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{D}} \right)^m \right] (\bar{D}^{m+1} - \bar{D}^m) = -\bar{R}^m, \quad (3.5)$$

где  $I$  – единичная  $3 \times 3$  матрица. Это уравнение итерационно решается до тех пор, пока норма невязки  $\bar{R}$  не станет меньше некоторой, наперед заданной, малой величины.

### Нестационарная формулировка

При исследовании нестационарных течений в уравнениях количества движения производные по времени вычисляются по конечно-разностной второго порядка трехточечной схеме

$$\frac{3\bar{u}^{n+1} - 4\bar{u}^n + \bar{u}^{n-1}}{2\Delta t} = -\bar{r}^{n+1}, \quad (3.6)$$

где верхний индекс  $n$  обозначает величину времени  $t = n\Delta t$  и  $\bar{r}$  – правая часть в уравнениях количества движения (2.2).

Для решения уравнений (3.2) и выполнения уравнения неразрывности на временном слое  $n+1$ , введем псевдовременной слой и обозначим верхним индексом  $m$ . Уравнения решаются итеративно так, чтобы  $\bar{u}^{n+1,m+1}$ ,  $\bar{v}^{n+1,m+1}$  приближались к значению скорости  $\bar{u}^{n+1}$ ,  $\bar{v}^{n+1}$  на новом временном слое, а дивергенция скорости стремилась к нулю.

Когда дивергенция скорости обращается в нуль, формулировка искусственной сжимаемости представляется в виде очень похожем для стационарного случая, а уравнение неразрывности совпадает с уравнением неразрывности для стационарных течений

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau} + \frac{1}{2\Delta t} \begin{bmatrix} 0 \\ 3\bar{u}^{n+1} - 4\bar{u}^n + \bar{u}^{n-1} \end{bmatrix} = -\bar{R}^{n+1}. \quad (3.7)$$

Это уравнение решается до тех пор, пока производная по псевдовремени  $\partial \bar{D} / \partial \tau$  не обратится в нуль. В этом случае, уравнение (2.1) выполняется и дивергенция скорости обращается в нуль. Применяя неявную конечно-разностную схему Эйлера к псевдовременной производной

$$I_{\tau\tau} (\bar{D}^{n+1,m+1} - \bar{D}^{n+1,m}) = -\bar{R}^{n+1,m+1} - \frac{I_m}{\Delta t} (1.5\bar{D}^{n+1,m} - \bar{D}^n + 0.5\bar{D}^{n-1}), \quad (3.8)$$

где

$$I_{\tau\tau} = \text{diag} \left[ \frac{1}{\Delta \tau}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t} \right], \quad I_m = \text{diag} [0, 1, 1]. \quad (3.9)$$

Линеаризуем невязку  $\bar{R}^{n+1,m+1}$  и запишем уравнение (3.7) в дельта форме [2]

$$\begin{aligned} & \left[ I_{\tau\tau} + \left( \frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{D}} \right)^{n+1,m} \right] (\bar{D}^{n+1,m+1} - \bar{D}^{n+1,m}) = \\ & = -\bar{R}^{n+1,m} - \frac{I_m}{\Delta t} (1.5\bar{D}^{n+1,m} - \bar{D}^n + 0.5\bar{D}^{n-1}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Линеаризация уравнения (3.8) выполнено по псевдовремени. В случае нестационарной постановки задачи, необходимо устанавливать решение по псевдовремени на каждом шаге физического времени. Обе системы уравнений (3.4) и (3.8) требуют дискретизации вектора невязки  $\bar{R}$ . Производные

в вязких членах аппроксимируются центрально-разностной схемой второго порядка. Для конвективных потоков используется противопоточное дифференцирование, основанное на методе Roe [3]. Для всех результатов, полученных в настоящей работе, использовался пятый порядок для внутренних точек и второй вблизи границ.

Вектор потоков  $\bar{E}_i$  отличается от стационарной формулировки метода искусственной сжимаемости наличием нестационарных метрических членов, которые являются ненулевыми в случае подвижных сеток. Применение противопоточных схем, основанных на расщеплении разностей потоков, позволяет естественным образом добавлять диссипацию в исходную систему, в то время как центрально-разностное дифференцирование требует введения искусственных диссипативных членов. Исходя из этого, в данной работе для дискретизации конвективных членов в уравнении (3.2) используется противопоточная схема, основанная на расщеплении разностей потоков [2].

Противопоточная схема требует использования собственных чисел матриц Якоби векторов конвективных потоков. Обобщенный вектор потоков для двумерной системы уравнений имеет вид

$$\bar{E}_i = \begin{bmatrix} \beta Q \\ k_x p + uQ + k_t u \\ k_y p + vQ + k_t v \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

где  $\bar{E}_i = \bar{E}, \bar{F}$  для  $i=1,2$  соответственно, нормированные метрики определяются из следующих соотношений

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{1}{J} \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad i=1,2, \\ k_y &= \frac{1}{J} \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad i=1,2, \\ k_t &= \frac{1}{J} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad i=1,2, \end{aligned} \quad (3.12)$$

контравариантная компонента скорости

$$Q = k_x u + k_y v. \quad (3.13)$$

Преобразуем матрицу Якоби к диагональному виду

$$\bar{A}_i = \frac{\partial \bar{E}_i}{\partial D} = \begin{bmatrix} 0 & \beta k_x & \beta k_y \\ k_x & k_x u + Q & k_y u \\ k_y & k_x v & k_y v + Q \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Аналог преобразования для матрицы Якоби

$$A_i = X_i \Lambda_i X_i^{-1}, \quad (3.15)$$

где  $\Lambda_i$  – диагональная матрица собственных значений

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3], \\ \lambda_1 &= Q + k_t, \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\lambda_2 = Q + c + \frac{1}{2}k_t, \quad (3.17)$$

$$\lambda_3 = Q - c + \frac{1}{2}k_t,$$

и  $c$  – искусственная скорость звука

$$c = \sqrt{\left(Q + \frac{1}{2}k_t\right)^2 + \beta(k_x^2 + k_y^2)}. \quad (3.18)$$

Эта величина всегда больше чем  $Q$ , следовательно, второе собственное значение  $\lambda_2$  будет всегда положительным, а третье – всегда отрицательным.

Матрица левых собственных векторов

$$X_i = \frac{1}{2\beta c\left(c^2 - \frac{1}{4}k_t^2\right)} \begin{bmatrix} 0 & \beta\left(c^2 - \frac{1}{4}k_t^2\right) & -\beta\left(c^2 - \frac{1}{4}k_t^2\right) \\ -2\beta ck_y & (u\lambda_2 + \beta k_x)\left(c + \frac{1}{2}k_t\right) & (u\lambda_3 + \beta k_x)\left(c - \frac{1}{2}k_t\right) \\ 2\beta ck_x & (v\lambda_2 + \beta k_y)\left(c + \frac{1}{2}k_t\right) & (u\lambda_3 + \beta k_y)\left(c - \frac{1}{2}k_t\right) \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

и ей обратная матрица правых собственных векторов

$$X_i^{-1} = \begin{bmatrix} k_y u - k_x v & -v\lambda_1 - \beta k_y & u\lambda_1 + \beta k_x \\ -\lambda_3 & \beta k_x & \beta k_y \\ -\lambda_2 & \beta k_x & \beta k_y \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Противопоточная схема обладает диссипацией, которая автоматически подавляет осцилляции, возникающие вследствие нелинейности конвективных членов. В дополнении, вектор потока, основанный на противопоточном дифференцировании, вводит члены на главную диагональ матрицы Якоби вектора невязки, которые в центрально-разностной схеме отсутствуют. Это приводит к диагональному преобладанию в неявной схеме и устойчивости численного алгоритма.

Противопоточная схема рассмотрена для одномерного случая и применяется для каждого направления отдельно. Расщепление разностей потоков основано на знаке собственных значений матрицы Якоби конвективных членов. Эта схема была описана Roe [3] для аппроксимаций решения задачи Риммана уравнений сжимаемого газа и модифицирована Rogers и Kwak [2] для несжимаемых течений.

Производная конвективных потоков в направлении  $\xi$  аппроксимируется

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} \approx \frac{[E_{j+1/2} - E_{j-1/2}]}{\Delta \xi}, \quad (3.21)$$

где  $E_{j+1/2}$  – вектор потока,  $j$  – индекс для направления  $\xi$ .

Вектор потока определяется соотношением

$$E_{j+1/2} = \frac{1}{2} [E(D_{j+1}) + E(D_j) - \phi_{j+1/2}], \quad (3.22)$$

где  $\phi_{j+1/2}$  – диссипативный член.

Для  $\phi_{j+1/2} = 0$  эта запись соответствует центрально-разностной схеме.

Противопоточная схема первого порядка имеет вид



$$\phi_{j+1/2} = \Delta E_{j+1/2}^+ - \Delta E_{j+1/2}^-, \quad (3.23)$$

где  $\Delta E^\pm$  – разность потоков в направлении положительного и отрицательного распространения волн. Разность потоков вычисляется как

$$\Delta E_{j+1/2}^\pm = A^\pm(\bar{D}) \Delta D_{j+1/2}, \quad (3.24)$$

где

$$\Delta D_{j+1/2} = D_{j+1} - D_j. \quad (3.25)$$

Плюс (минус) матрицы Якоби имеют только положительные (отрицательные) собственные значения

$$A^\pm = X \Lambda^\pm X^{-1}, \quad (3.26)$$

$$\Lambda^\pm = \frac{1}{2}(\Lambda \pm |\Lambda|). \quad (3.27)$$

При расчете матрицы Якоби используется некоторое промежуточное значение, которое является функцией окрестностей точек  $j$  и  $j+1$ . Свойства Roe [3], которые необходимы для консервативной схемы, удовлетворяются, если оно берется как среднее из этих величин

$$\bar{D} = \frac{1}{2}(D_{j+1} + D_j). \quad (3.28)$$

Схемы более высокого порядка могут быть получены с использованием разностей потоков. Схема третьего порядка записывается с помощью соотношения

$$\phi_{j+1/2} = -\frac{1}{3}[\Delta E_{j-1/2}^+ - \Delta E_{j+1/2}^+ + \Delta E_{j+1/2}^- - \Delta E_{j+3/2}^-]. \quad (3.29)$$

Основная проблема с использованием схем выше второго порядка заключается в сохранении точности вблизи границ. Увеличение порядка точности приводит к расширению вычислительного шаблона. Так схема, предложенная Rai [4], пятого порядка точности, основанная на противопоточном дифференцировании требует 11 точек для расчетного шаблона, а схема Rogers и Kwak [2] лишь 7 точек и имеет вид

$$\begin{aligned} \phi_{j+1/2} = -\frac{1}{30}[-2\Delta E_{j-3/2}^+ + 11\Delta E_{j-1/2}^+ - 6\Delta E_{j+1/2}^+ - 3\Delta E_{j+3/2}^+ + \\ + 2\Delta E_{j+5/2}^- - 11\Delta E_{j+3/2}^- + 6\Delta E_{j+1/2}^- + 3\Delta E_{j-3/2}^-]. \end{aligned} \quad (3.30)$$

В точках вблизи границ порядок схемы должен быть понижен до второго с помощью соотношения

$$\phi_{j+1/2} = \epsilon[\Delta E_{j+1/2}^+ - \Delta E_{j+1/2}^-], \quad (3.31)$$

где  $\epsilon=0$  соответствует центрально-разностной схеме второго порядка. Для  $\epsilon=1$  это получаем схему первого порядка в соотношении (3.22). Ненулевое значение коэффициента  $\epsilon$  в уравнении (3.31) приводит к добавлению диссипации вблизи границ. В настоящей работе, в соответствии с рекомендациями [2], принято значение  $\epsilon=0.01$ .

Матрицы левых и правых собственных векторов (3.19), (3.20) четко показывают, что параметр искусственной сжимаемости  $\beta$  оказывает влияние не

только в уравнении неразрывности, но и в уравнениях количества движения. Анализ для декартовых координат показывает, что диссипативные члены, добавляя диссипацию в уравнения количества движения, растут пропорционально корню квадратному из  $\beta$  [5].

### Неявная схема

Матрица Якоби вектора невязок  $\bar{R}$  необходима для добавления в левую часть уравнения (3.10). Используя формулу (3.22) для конвективных и центрально-разностную для вязких членов запишем численную аппроксимацию вектора невязки относительно точки  $x_{j,k}, y_{j,k}$

$$R_{j,k} = \frac{\tilde{E}_{j+1/2,k} - \tilde{E}_{j-1/2,k}}{\Delta\xi} + \frac{\tilde{F}_{j,k-1/2} - \tilde{F}_{j,k+1/2}}{\Delta\eta} - \frac{(\bar{E}_v)_{j+1,k} - (\bar{E}_v)_{j-1,k}}{2\Delta\xi} - \frac{(\bar{F}_v)_{j,k+1} - (\bar{F}_v)_{j,k-1}}{2\Delta\eta}, \quad (3.32)$$

где численные потоки  $\tilde{E}$  и  $\tilde{F}$  определяются с помощью соотношения (3.22) с первым, третьим или пятым порядком диссипативных членов выражений (3.23), (3.29), (3.30), соответственно. Дальнейший вывод сделан в предположении, что  $\Delta\xi$  и  $\Delta\eta$  эквивалентны единице.

Формирование точной матрицы Якоби вектора невязки сложно для практической реализации, особенно, когда используется противопоточное дифференцирование высокого порядка точности. Поэтому, в неявной части используют первый порядок противопоточного дифференцирования. Применяя первый порядок для конвективных членов, получим вектор невязки

$$R_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \bar{E}_{j+1,k} - \bar{E}_{j-1,k} - \Delta E_{j+1/2,k}^+ + \Delta E_{j+1/2,k}^- + \Delta E_{j-1/2,k}^+ - \Delta E_{j-1/2,k}^- + F_{j,k+1} - F_{j,k-1} - \Delta F_{j,k+1/2}^+ + \Delta F_{j,k+1/2}^- + \Delta F_{j,k-1/2}^+ - \Delta F_{j,k-1/2}^- - (\bar{E}_v)_{j+1,k} + (\bar{E}_v)_{j-1,k} - (\bar{F}_v)_{j,k+1} + (\bar{F}_v)_{j,k-1} \right]. \quad (3.33)$$

Аппроксимируя матрицы Якоби вектора невязки сформируем ленточную матрицу

$$\frac{\partial R}{\partial D} = B \left[ \frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k-1}}, 0, \dots, 0, \frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j-1,k}}, \frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k}}, \frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j+1,k}}, 0, \dots, 0, \frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k+1}} \right], \quad (3.34)$$

где  $B$  – ленточная матрица.

Члены, входящие в неявную часть, определяются с помощью следующих соотношений

$$\frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k-1}} \approx \frac{1}{2} \left[ -\bar{B}_{j,k-1} - B_{j,k-1/2}^+ + B_{j,k-1/2}^- + (\gamma_2)_{j,k-1} \right],$$

$$\frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j-1,k}} \approx \frac{1}{2} \left[ -\bar{A}_{j-1,k} - A_{j-1/2,k}^+ + A_{j-1/2,k}^- + (\gamma_1)_{j-1,k} \right],$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k}} &\approx \frac{1}{2} \left[ A_{j+1/2,k}^+ + A_{j-1/2,k}^+ - A_{j+1/2,k}^- - A_{j-1/2,k}^- \right. \\
&\quad \left. + B_{j,k+1/2}^+ + B_{j,k-1/2}^+ - B_{j,k+1/2}^- - B_{j,k-1/2}^- \right], \\
\frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j+1,k}} &\approx \frac{1}{2} \left[ A_{j+1,k} - A_{j+1/2,k}^+ + A_{j+1/2,k}^- - (\gamma_1)_{j+1,k} \right], \\
\frac{\partial R_{j,k}}{\partial D_{j,k+1}} &\approx \frac{1}{2} \left[ B_{j,k+1} - B_{j,k+1/2}^+ + B_{j,k+1/2}^- - (\gamma_2)_{j,k+1} \right],
\end{aligned} \tag{3.35}$$

где  $\bar{A} = \bar{A}_1$ ,  $\bar{B} = \bar{A}_2$  в уравнении (3.14)

$$\begin{aligned}
A^\pm &= X_1 \Lambda_1^\pm X_1^{-1}, \\
B^\pm &= X_2 \Lambda_2^\pm X_2^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.36}$$

В левой части уравнения (3.10) сохранялись вязкие члены лишь для ортогональной сетки. В результате

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= \frac{\nu}{\text{Re}J} (\xi_x^2 + \xi_y^2) I_m \frac{\partial}{\partial \xi}, \\
\gamma_2 &= \frac{\nu}{\text{Re}J} (\eta_x^2 + \eta_y^2) I_m \frac{\partial}{\partial \eta},
\end{aligned} \tag{3.37}$$

где  $I_m$  – модифицированная единичная матрица

$$I_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.38}$$

Система уравнений решалась с помощью метода Гаусса-Зейделя. В этой процедуре матрица в левой части неявного уравнения формировалась из величин с предыдущего временного слоя. Для каждой точки

$$B[V, 0, \dots, 0, X, Y, Z, 0, \dots, 0, W] \Delta D = R. \tag{3.39}$$

#### 4. Результаты расчетов

Рассмотренный алгоритм был применен для расчета стационарного и нестационарного обтекания цилиндра, вращающегося цилиндра (эффект Магнуса) и трехлопастного ротора Савониуса.

*4.1. Обтекание кругового неподвижного цилиндра.* С целью проверки эффективности разработанного численного алгоритма рассчитано стационарное (рис.1 а, б, в) и нестационарное течение несжимаемой жидкости за круговым цилиндром (рис.1 г, д). Краткий обзор работ посвященной этой задаче приведен в [6-8].

Ламинарное течение в следе за цилиндром при обтекании несжимаемой жидкостью характеризуется следующими режимами: безотрывное стационарное, стационарный отрыв и нестационарное отрывное периодическое. Линии тока, построенные по мгновенному полю скорости, для различных чисел Рейнольдса приведены на рис. 1. При числах Рейнольдса  $\text{Re} < 5$  обтекание

цилиндра происходит без отрыва пограничного слоя (рис. 1 а). Увеличение числа Рейнольдса приводит к отрыву ламинарного пограничного слоя от поверхности цилиндра. Отрыв является следствием взаимодействия конвективных, вязких сил и градиента давления. Под действием положительного градиента давления возникает возвратное течение, которое приводит к утолщению пограничного слоя. В точке отрыва потока, где касательные напряжения обращаются в нуль, поток отходит от поверхности цилиндра. Экспериментальные и численные расчеты свидетельствуют, что при значении Рейнольдса  $Re < Re_{кр}$  (для цилиндра  $Re = 40$ ) реализуется стационарный режим течения, характеризующийся наличием в ближнем следе двух симметричных вихрей. При малых числах Рейнольдса  $Re = 5 - 40$  ширина и длина вихревого следа увеличивается с ростом числа Рейнольдса (рис. 1 б, в). При увеличении числа Рейнольдса размеры вихревой зоны растут до тех пор, пока не будет достигнуто его критическое значение. В этом случае длина отрывной зоны равна примерно двум диаметрам цилиндра. Границу вихревой области для стационарного режима течения можно определить по линии нулевой скорости.

При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса течение в следе приобретает асимметричный характер (рис. 1 г, д и рис. 6 а). Обтекание цилиндра, при числах Рейнольдса, превышающих критическое значение, сопровождается отрывом вихрей, которые сносятся вниз по потоку через равные интервалы времени. Периодическое вихревое течение можно разделить на два диапазона в зависимости от числа Рейнольдса. Для  $40 < Re < 300$  реализуется устойчивый ламинарный режим течения, с регулярной вихревой дорожкой, при котором можно еще не учитывать влияние турбулентных пульсаций. При высоких числах Рейнольдса возникает турбулилизация течения в следе за цилиндром, что приводит к необходимости моделирования турбулентности.

Распределение коэффициентов давления  $C_p$  и трения  $C_f$  по поверхности цилиндра при изменении Рейнольдса приведены на рис. 2 и 3. Рост числа Рейнольдса является причиной понижения коэффициента давления в передней и увеличения в задней критических точках, а, следовательно, и уменьшения лобового сопротивления. Анализируя коэффициент трения можно установить положение точки отрыва потока от поверхности цилиндра. Угол отрыва пограничного слоя, отсчитываемый от задней критической точки, растет с увеличением числа Рейнольдса. Нестационарный режим течения  $Re > 40$  не имеет строго определенного угла отрыва. В донной части цилиндра может формироваться сразу несколько вихрей. Их количество и интенсивность зависит от времени и числа Рейнольдса, и они влияют на положение точек отрыва и присоединения потока на поверхности цилиндра.

Численный расчет вихревой структуры течения для числа Рейнольдса  $Re = 140$  сравнивался с экспериментом из альбома течений Ван-Дайка [9].

Зависимость чисел Струхала  $St$  от Рейнольдса  $Re$ , которые сопоставляются с экспериментальными данными Roshko [10] приведены на рис. 5.

**4.2. Эффект Магнуса.** При расчете нагрузок, действующих на опорную башню, необходимо учитывать нестационарные эффекты, возникающие при

взаимодействии подвижных элементов конструкции с набегающим потоком ветра. Одной из таких нестационарных нагрузок является поперечная сила, возникающая при вращении несущего цилиндра опорной башни. Такое явление известно в литературе как эффект Магнуса. Течение, за вращающимся цилиндром, исследовалось многими авторами: экспериментально Taneda [11], Tokumaru и Dimotakis [12], Filler [13] и численно Wu [14], Beak [15].

В настоящей работе проведены численные исследования двумерного ламинарного течения за круговым цилиндром, вращающимся против часовой стрелки с постоянной скоростью. Моделирование выполнено для течений при различных числах Рейнольдса  $Re$  и линейной скорости поверхности цилиндра  $\alpha$ , отнесенной к скорости невозмущенного потока в диапазоне  $0 \leq \alpha \leq 2$ . В расчетах  $\alpha$  определяется как  $\alpha = \omega d / (2U_\infty)$ , где  $\omega$  – угловая скорость цилиндра. Численное моделирование показало, что вихревой след существует при низких скоростях вращения и полностью подавляется при  $\alpha > \alpha_L$ , где критическая скорость вращения  $\alpha_L$  зависит от числа Рейнольдса, например,  $\alpha_L \approx 1.4, 1.8, 1.9$  и  $2.0$  для  $Re = 60, 100, 160$  и  $200$ , соответственно. При  $Re = 40$  след за цилиндром носит стационарный характер и не зависит от скорости вращения  $\alpha$ . Вращение цилиндра приводит к изменению течения в следе и конфигурации вихревой дорожки, которая может уменьшить осцилляции, вызванные течением, и величину подъемной силы. Вращение цилиндра приводит к ускорению течения на одной стороне цилиндра и замедлению на другой. Давление на верхней части цилиндра становится больше, чем на нижней, и появляется ненулевая поперечная сила, осредненная по времени. Как результат, вращение сильно видоизменяет структуру течения, что приводит к понижению осцилляций. Течение за цилиндром было стационарным или нестационарным (периодическим) в зависимости от двух параметров  $Re$  и  $\alpha$ .

Контуры завихренности для трех различных значений  $\alpha$  для одного момента времени при  $Re = 200$ , показаны на рис.6. При наличии вихревого следа, распределения завихренности за цилиндром подобны по форме (рис.6 а, б), а эффекты вращения проявляются в окрестностях поверхности цилиндра. В потоке жидкости вблизи верхней поверхности цилиндра, отрицательная завихренность с возрастанием  $\alpha$ , доминирует над положительной завихренностью на нижней стороне. Для значений  $\alpha > \alpha_L$  вихревой след полностью подавляется и наблюдается наличие 2-х стационарных вихрей, присоединенных к цилиндру (рис. 6 в). При дальнейшем возрастании  $\alpha$ , вихри становятся вытянутыми и смещенными в направлении вращения.

Распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра в момент времени, при котором коэффициент лобового сопротивления имеет минимальное значение, а коэффициент подъемной силы обращается в нуль, для случаев с различными комбинациями скорости вращения, показано на рис.7. Влияние эффекта вращения на количественные характеристики течения, приведено для фиксированного значения числа Рейнольдса ( $Re = 200$ ).

Средние значения коэффициента давления для  $\alpha = 0$  симметрично относительно  $\theta = 180^\circ$ , что приводит к нулевому значению средней подъемной силы (рис.8). При возрастании  $\alpha$ , поток становится ассиметричным и за тот же

промежуток времени давление на нижней стороне цилиндра ( $\theta = 270^\circ$ ) понижается, в результате появляется отрицательная средняя сила (рис.8). С ростом  $\alpha$ , задняя критическая точка перемещается по поверхности цилиндра в направлении противоположном вращению.

В результате численного исследования установлено, что для ламинарного режима течения ( $47 \leq Re \leq 200$ ), вихревой след существует при низких скоростях вращения и полностью подавляется при  $\alpha > \alpha_L$ . Рост числа Рейнольдса дестабилизирует течение в следе за цилиндром, в то время как вращение стабилизирует его.

Вращение цилиндра в вязких течениях может сильно повлиять на структуру течения, понизить, индуцируемые потоком, осцилляции в вихревом следе. При наличии вихревого следа, в диапазоне  $\alpha \leq \alpha_L$ , наблюдаются изменения в структуре течения. Во-первых, числа Струхала почти не зависят от скорости вращения, но сильно зависят от чисел Рейнольдса. Во-вторых, при увеличении скорости вращения, средние значения подъемной силы возрастают почти линейно  $\alpha$ , а лобового сопротивления понижаются.

Результаты показывают, что вращение цилиндра может подавлять интенсивность вихревой структуры. Вихревой след существует при низких скоростях вращения и полностью исчезает при  $\alpha > \alpha_L$ , где  $\alpha_L$  – критическая скорость вращения, которая логарифмически зависит от числа Рейнольдса. Пока существует вихревой след, числа Струхала остаются почти постоянными, при изменении  $\alpha$ . С возрастанием  $\alpha$ , значение подъемной силы линейно возрастает, а значение лобового сопротивления понижается и значительно отличается от результатов, получаемых по теории потенциального течения.

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что при постоянной скорости ветра на несущий цилиндр опорной башни действуют аэродинамические силы, переменные по величине, направлению и частоте, зависящие от значений текущей угловой скорости.

**4.3. Ротор Савониуса.** Для совершенствования ветроэнергетической установки (ВЭУ), важным моментом является анализ поля течения вокруг вращающегося ротора ВЭУ. В качестве вертикально-осевой ВЭУ выбран трехлопастный ротор Савониуса. При взаимодействии с набегающим потоком ветра ротор Савониуса генерирует сложное поле течения с большими отрывными зонами. Основными преимуществами этого класса ВЭУ является простота конструкции, независимость от направления ветра, низкая скорость и большой крутящий момент. Так как скорость вращения ротора Савониуса не высока и числа Маха низкие ( $M < 0.1$ ), поле течения можно считать несжимаемым.

На базе разработанного численного алгоритма решена связанная задача динамики и аэродинамики ротора Савониуса. Расчетная сетка, построенная возле ротора, содержала порядка миллиона узлов. Расчет проводился в два этапа. На первом этапе задавался невозмущенный поток во всей области, в который внезапно вносили преграду – ротор Савониуса. Целью первого этапа было получение периодического течения, по структуре похожего на дорожку Кармана. На втором этапе совместно с аэродинамической задачей решалось

уравнение вращения. В некоторый момент времени, который принимается за начало отсчета, «вынимается стопор» и ротор начинает вращение под действием набегающего потока ветра.

Контуры завихренности возле неподвижного и подвижного ротора приведены на рис. 7. В случае неподвижного ротора Савониуса за лопастями формируются вихри, которые поочередно отрываются от лопастей и сносятся вниз по потоку. Когда ротор приводится в движение, интенсивность вихрей резко возрастает, а геометрические размеры уменьшаются. В этом случае, период схода вихрей определяется не только скоростью набегающего потока и характерными размерами, но и частотой вращения самого ротора. От того, с какой угловой скоростью вращается ротор Савониуса, зависит интенсивность и частота схода вихрей. Вихри, сходящие с лопастей идущих на встречу потоку, имеют меньшую интенсивность, чем те, которые сходят с лопастей, которые движутся по потоку. Это объясняется тем, что в первом случае, вихри подтормаживаются, за счет действия вязких эффектов, а во втором случае, они, наоборот, подталкиваются движущимися лопастями. Направление вращения их различно.

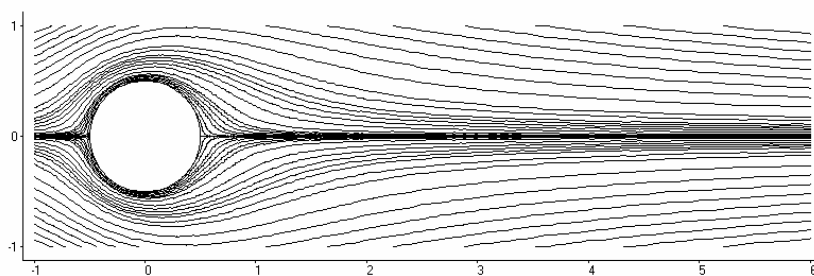
Результаты решения связанной задачи динамики и аэродинамики ротора ветроколеса сравнивались с экспериментальными данными и результатами расчетов по инженерной методике, разработанной авторами [16].

## 6. Выводы

Для исследования связанной задачи динамики и аэродинамики вертикально-осевого ветроагрегата разработан неявный численный алгоритм на основе уравнения вращения и нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости в подвижных криволинейных координатах.

Проведено тестирование численного алгоритма на задачах о развитии течения в следе за неподвижным и вращающимся цилиндром.

Выполнен расчет связанной задачи динамики и аэродинамики ротора Савониуса. Разработанные математические модели, алгоритмы, вычислительные программы позволяют рассчитывать изменение во времени угловой скорости вращения ветротурбины, внешней нагрузки, выбирать рациональные компоновочные схемы (количество лопастей, форму и углы установки профиля) с учетом их движения под действием нестационарного набегающего потока ветра.



а)

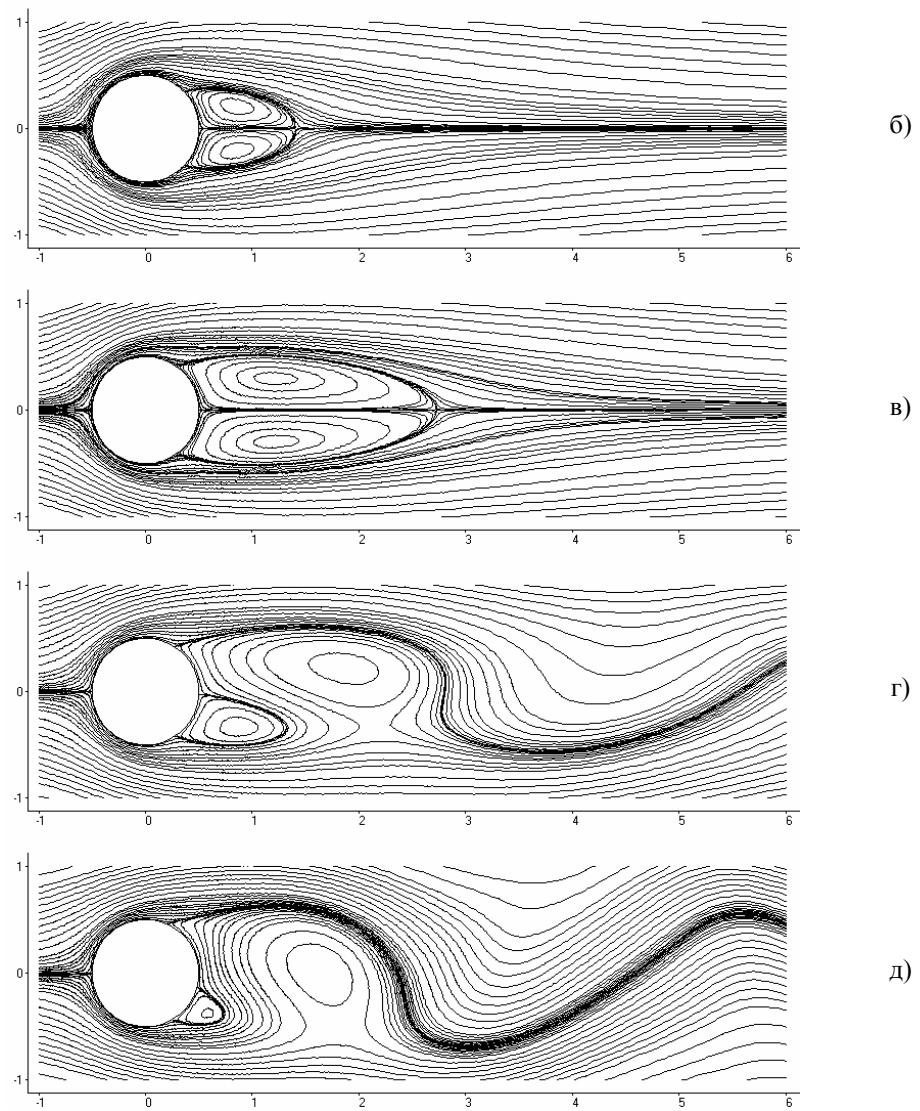


Рис. 1. Стационарное и нестационарное обтекание цилиндра.  
Линии тока построенные по мгновенному полю скоростей:  
 $a - Re = 5$ ,  $б - Re = 20$ ,  $в - Re = 40$ ,  $г - Re = 50$ ,  $д - Re = 100$



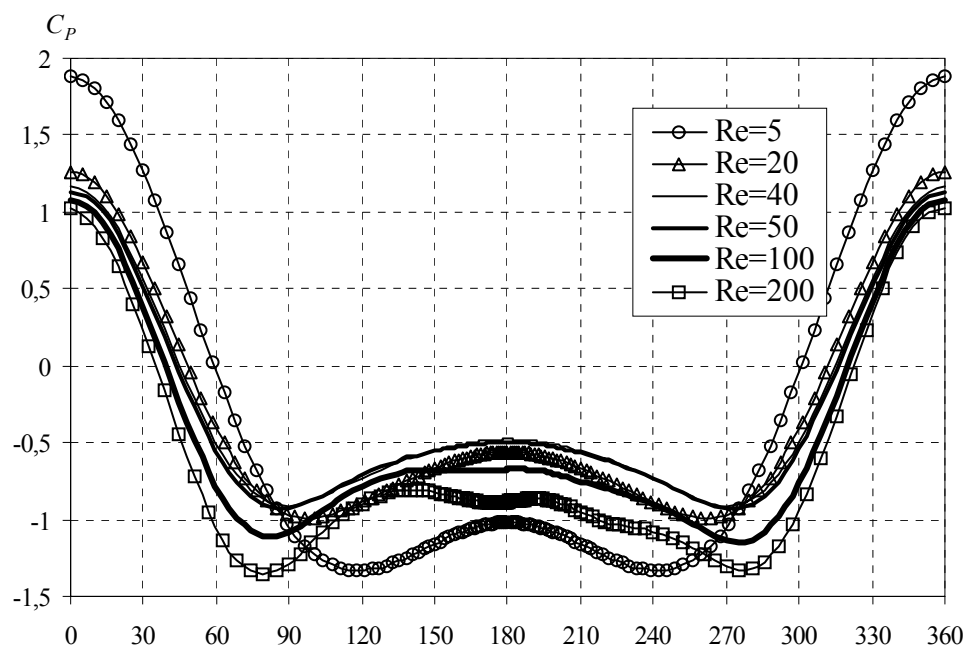


Рис. 2. Распределение коэффициента давления  $C_p$  по поверхности кругового цилиндра в зависимости от чисел Рейнольдса

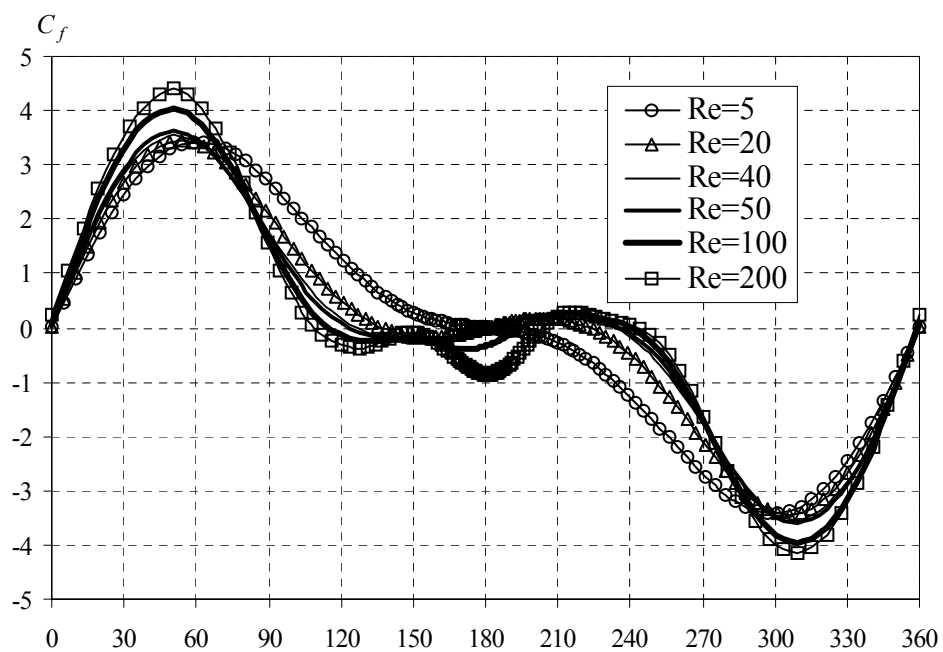
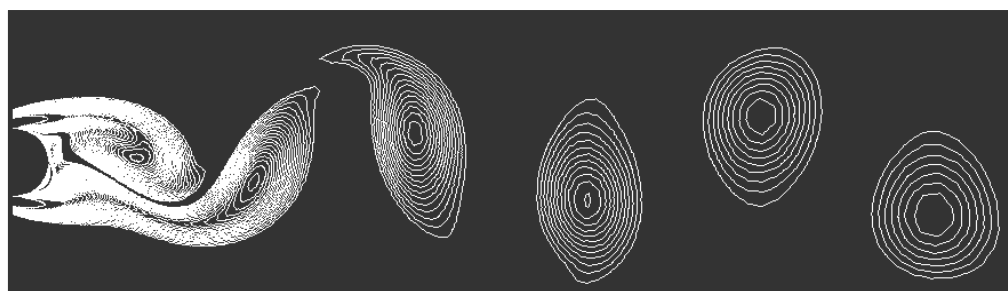


Рис. 3. Распределение коэффициента трения  $C_f$  по поверхности кругового цилиндра в зависимости от чисел Рейнольдса



а)



б)

Рис. 4. Вихревая структура дорожки Кармана ( $Re = 140$ )

а) – эксперимент, фотография из альбома Ван-Дайка [9]

б) – численный расчет настоящей работы

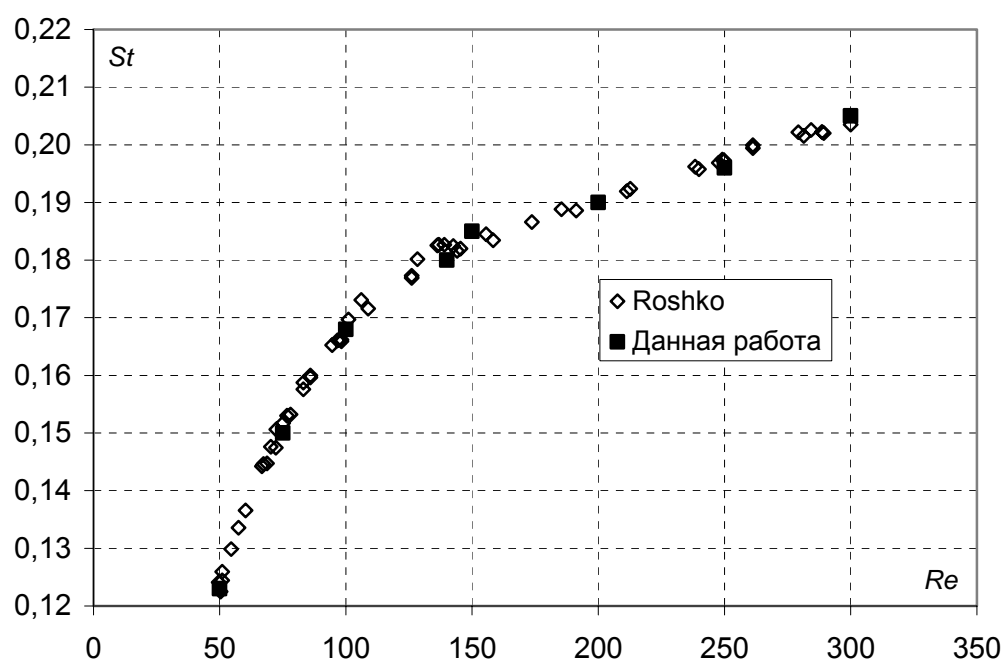


Рис. 5. Зависимость числа Струхала от числа Рейнльда. Сравнение данных настоящей работы с экспериментальными данными Roshko [10]

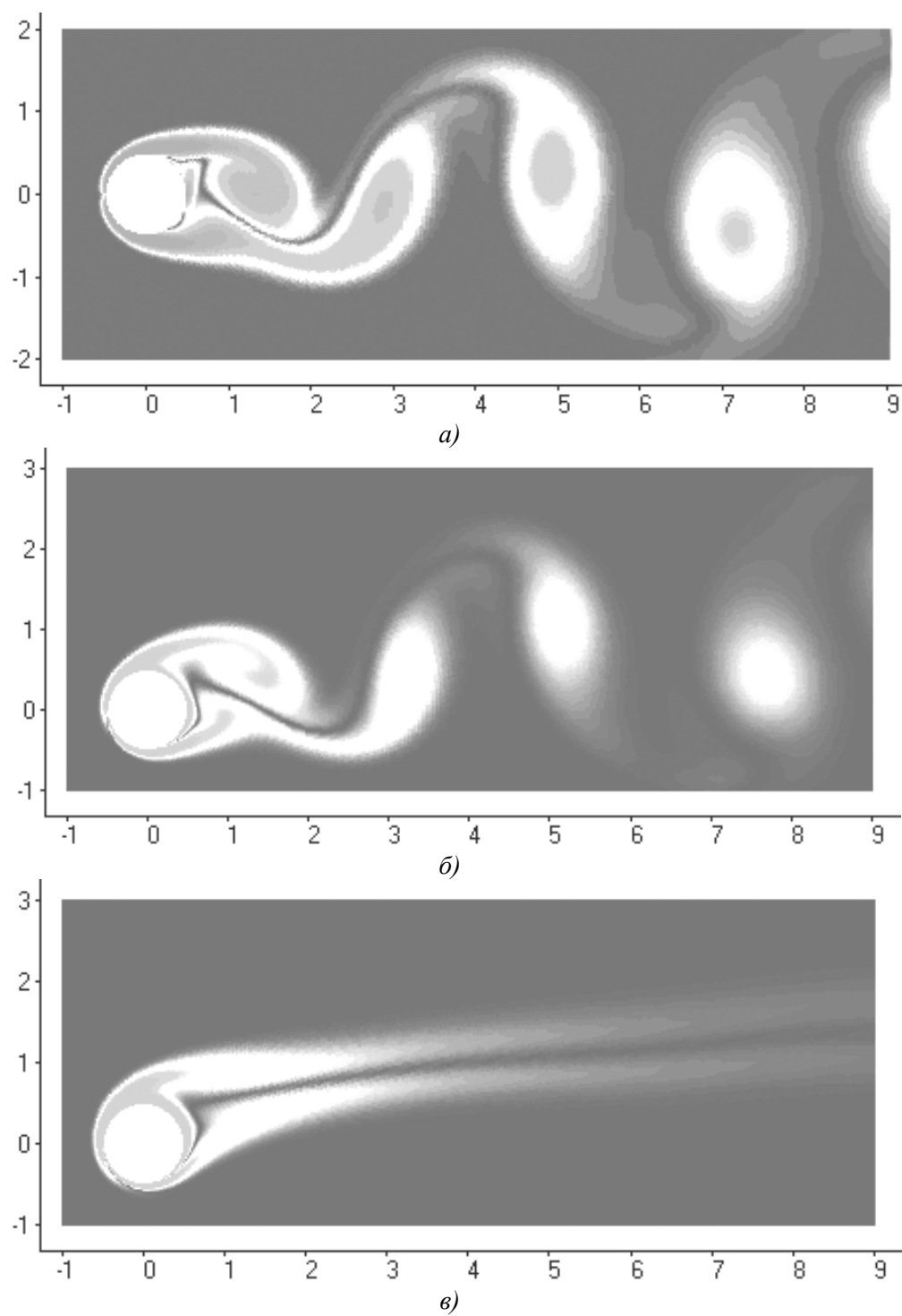


Рис. 6. Контуры завихренности при обтекании цилиндра ( $Re = 200$ ) в зависимости от линейной скорости вращения: а –  $\alpha = 0$ , б –  $\alpha = 1$ , в –  $\alpha = 2$

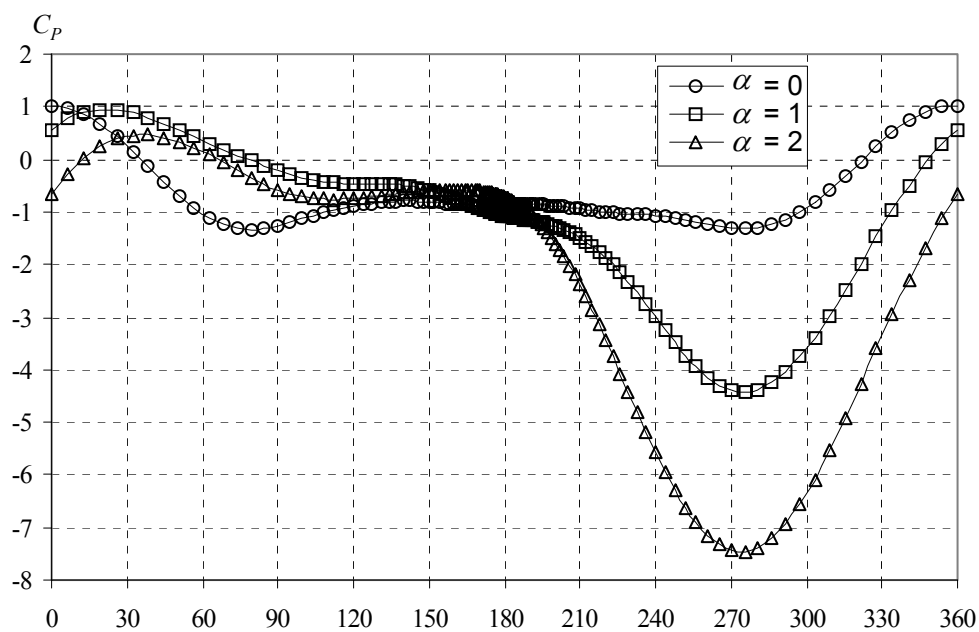


Рис. 7. Распределение коэффициента давления  $C_p$  по поверхности кругового цилиндра ( $Re=200$ ) в зависимости от линейной скорости вращения

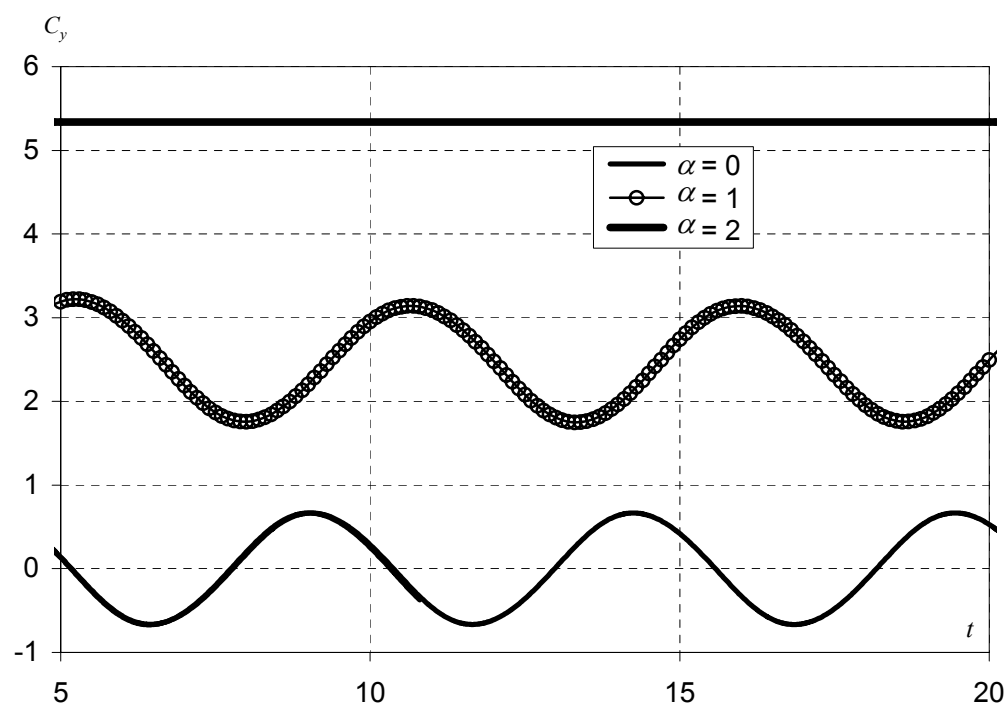
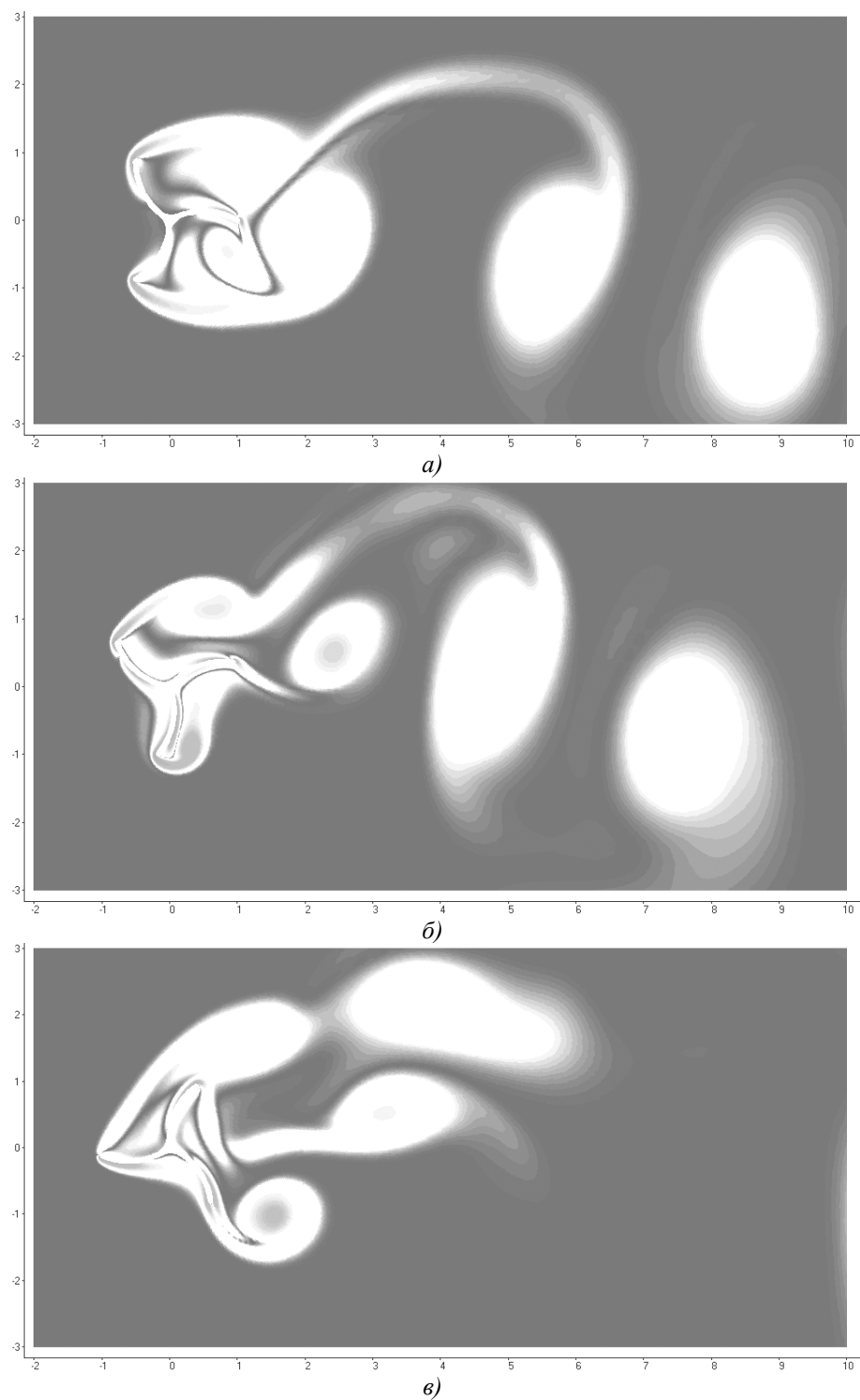


Рис. 8. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_y$  для кругового цилиндра ( $Re=200$ ) в зависимости от линейной скорости вращения



*Рис. 9. Контуры завихренности вокруг ротора Савониуса:  
а – неврещающий, б, в – вращающийся*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Chorin A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. Comput. Phys. – 1967. – V.2. – P. 12–26.
2. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations // AIAA J. – 1990. – Vol. 28, № 2. – P. 253 – 262.
3. Roe P.L. Approximate riemann schemes // Journal of Computational Physics. – 1981. – V. 43. – P. 357 – 372.
4. Rai M.M. Navier-Stokes simulation of blade-vortex interaction using high-order accurate upwind schemes // AIAA Paper. – 1987. – Vol. 43, № 5. –P. 153 – 166.
5. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations // Journal Numerical Mathematics. – 1991. – Vol. 8. – P. 43 – 64.
6. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса // Прикладная гидромеханика. – 2005. Т. 7, № 1.-С. 56-71.
7. Приходько А.А., Сохацкий А.В. Математическое и экспериментальное моделирование аэродинамики элементов транспортных систем вблизи экрана. – Днепропетровск: Наука и образование, 1998. – 160 с.
8. Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене. Киев.: Наукова думка, 2003. – 240 с.
9. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир. 1986. – 184с.
10. Roshko A. On the development of turbulent wakes from vortex streets // NACA Rep. 1191, 1954. –P. 32 – 65.
11. Taneda S. Visual observations of the flow past a circular cylinder performing a rotary oscillation // J. Phys. Soc. Jpn. – 1978. – Vol. 45, № 5. –P. 1038 – 1053.
12. Tokumaru P.T., Dimotakis P.E. Rotary oscillation control of a cylinder wake // J. Fluid Mech. – 1991. – Vol. 77, № 6. –P. 108 – 155.
13. Filler J.R., Marston P.L., Mih W. C. Response of the shear layers separating from a circular cylinder to small-amplitude rotational oscillations // J. Fluid Mech. – 1991. – Vol. 78, № 7. –P. 481 – 496.
14. Wu J.M., Mo J.D., Vakili A.D. On the wake of cylinder with rotational oscillations // AIAA Paper. – 1989. – Vol. 10, № 2. –P. 1024 – 1043.
15. Baek S., Sung H.J. Numerical simulation of the flow behind a rotary oscillating circular cylinder // Phys. Fluids. – 1998. – Vol. 10, № 4. –P. 869 – 893.
16. Редчиц Д. А., Приходько А. А. Численное решение связанной задачи динамики и аэродинамики ротора ветроагрегатов // Космическая наука и технология, 2005. Т. 11, № 1.-С. 27-35.

## Морфизмы полусхем и их приложения

Т. В. Семенова

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

In the article the instrument of semischeme mapping using morphisms is suggested. The possibility of using semischemes and semischeme morphisms for describing tools of modelling and mapping of one mathematical apparatus concepts on concepts of another one is showed. The example of the transfer from model built using Petri nets to the model built on the base of the time probability graph using semischeme morphisms is showed

**1. Постановка проблемы.** Математическое моделирование является общепринятым средством исследования сложных систем. Для получения наиболее полной информации о системе исследователь, как правило, производит построение нескольких моделей (аналитических и имитационных), используя различные математические аппараты. Особенностью такого подхода является невозможность использования уже построенных моделей для разработки последующих. Следовательно, необходим инструмент, который бы позволил описывать понятия различных средств моделирования и строить отображение между ними.

**2. Анализ публикаций и постановка задачи.** В статье [1] представлена формальная модель описания понятий различных предметных областей, средствами полусхем. В частности, этот подход может быть применен для описания средств математического моделирования. Тогда, актуальной становится задача разработки механизма отображения понятий одного математического аппарата на понятия другого.

В качестве примера в статье рассмотрен процесс описания аппаратов сетей Петри [2] и вероятностно временных графов (ВВГ) [3], средствами полусхем. После чего доказана возможность перехода от модели построенной с помощью сетей Петри к модели построенной с помощью ВВГ путем задания некоторого морфизма полусхем.

Автор выражает благодарность профессору Жолткевичу Г.Н., обратившему ее внимание на возможность применения теории категорий для исследования полусхем, а также Дуравкину Е.В., в процессе обсуждения статьи с которым возник основной пример содержательного морфизма.

**3. Основная часть.** Выше было указано, что понятия предметной области описываются средствами полусхем. Следовательно, необходимо разработать механизм отображения одной полусхемы на другую. Один из методов решения данной задачи базируется на использовании морфизмов.

Определим понятие морфизма для полусхем и исследуем критерий существования изоморфизма между двумя полусхемами.

**Определение**

Пусть  $S_1(N_1, R_1, D_1)$  и  $S_2(N_2, R_2, D_2)$  - полусхемы. **Морфизмом**  $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$  назовем пару отображений  $\varphi = (\varphi_N, \varphi_R)$  таких, что  $\varphi_N: N_1 \rightarrow N_2$ ,  $\varphi_R: R_1 \rightarrow R_2$  и выполнено соотношение:

$$(\forall n \in N_1)(\forall f \in nD_1)(\exists g \in \varphi_N(n)D_2) \quad \varphi_N \circ f = g \circ \varphi_R.$$

**Утверждение**

Пусть  $S_1(N_1, R_1, D_1)$  и  $S_2(N_2, R_2, D_2)$  - полусхемы.

$\varphi: S_1 \rightarrow S_2$  - морфизм такой, что  $\varphi_N: N_1 \rightarrow N_2$ ,  $\varphi_R: R_1 \rightarrow R_2$  - инъективные отображения. Тогда  $\varphi$  является мономорфизмом.

Доказательство.

В силу определения,  $\varphi$  является мономорфизмом, если для любой полусхемы  $S(N, R, D)$  и любых двух морфизмов  $\psi'$  и  $\psi''$ , действующих из  $S$  в  $S_1$  выполнено соотношение  $\psi' \neq \psi'' \Rightarrow \varphi \circ \psi' \neq \varphi \circ \psi''$ .

Пусть  $\psi'$  и  $\psi''$  - морфизмы, действующие из  $S$  в  $S_1$ , такие, что  $\psi' \neq \psi''$ . Тогда выполнено хотя бы одно из двух соотношений:

1.  $(\exists n \in N) \quad \psi'_N(n) \neq \psi''_N(n)$
2.  $(\exists r \in R) \quad \psi'_R(r) \neq \psi''_R(r)$

Для определенности будем считать, что выполнено первое утверждение (для второго случая утверждения проводятся аналогично).

Таким образом, для некоторого понятия  $n$  из  $N$  выполнено  $\psi'_N(n) \neq \psi''_N(n)$ . В силу инъективности  $\varphi_N$  имеем:

$$\varphi_N(\psi'_N(n)) \neq \varphi_N(\psi''_N(n)).$$

Следовательно,

$$\varphi \circ \psi' \neq \varphi \circ \psi''.$$

Доказательство завершено.

**Утверждение**

Пусть  $S_1(N_1, R_1, D_1)$  и  $S_2(N_2, R_2, D_2)$  - полусхемы.

$\varphi: S_1 \rightarrow S_2$  - морфизм такой, что  $\varphi_N: N_1 \rightarrow N_2$ ,  $\varphi_R: R_1 \rightarrow R_2$ .

Тогда  $\varphi$  является эпиморфизмом тогда и только тогда, когда отображения  $\varphi_N: N_1 \rightarrow N_2$ ,  $\varphi_R: R_1 \rightarrow R_2$  являются сюръективными.



Доказательство.

Проведем доказательство в одну сторону. Докажем достаточность.

Доказательство будем вести от противного. Предположим, что  $\varphi$  не является эпиморфизмом. Значит, существует такая полусхема  $S(N, R, D)$  и морфизмы  $\psi'$  и  $\psi''$  ( $\psi' \neq \psi''$ ), действующих из  $S_2$  в  $S$ , для которых выполнено  $\varphi \circ \psi' = \varphi \circ \psi''$ . Поскольку  $\psi' \neq \psi''$ , то выполнено хотя бы одно из двух соотношений:

$$1. (\exists n \in N) \quad \psi'_N(n) \neq \psi''_N(n)$$

$$2. (\exists r \in R) \quad \psi'_R(r) \neq \psi''_R(r)$$

Для определенности будем считать, что выполнено первое утверждение (для второго случая утверждения проводятся аналогично).

Таким образом, для некоторого понятия  $n$  из  $N_2$  выполнено  $\psi'_N(n) \neq \psi''_N(n)$ .

В силу сюръективности  $\varphi_N$  имеем:

$$(\exists n' \in N_1) \quad \varphi_N(n') = n.$$

Следовательно,

$$\psi'(\varphi_N(n')) \neq \psi''(\varphi_N(n')).$$

Таким образом,

$$\psi' \circ \varphi \neq \psi'' \circ \varphi.$$

Полученное соотношение противоречит предположению.

Доказательство достаточности завершено.

Проведем доказательство в противоположную сторону. Пусть  $\varphi$  является эпиморфизмом. Покажем, что  $\varphi_N : N_1 \rightarrow N_2$ ,  $\varphi_R : R_1 \rightarrow R_2$  - сюръективные отображения.

Доказательство проведем от противного. Предположим, что одно из отображений  $\varphi_N$  или  $\varphi_R$  не является сюръективным. Для определенности будем считать, что это  $\varphi_N$ .

Тогда существует такое понятие  $n$  из  $N_2$  у которого нет прообраза, то есть  $(\exists n \in N_2)(\forall m \in N_1) \quad \varphi_N(m) \neq n$ .

Построим полусхему  $S(N, R, D)$  и отображения  $\psi'$  и  $\psi''$  таким образом, чтобы нарушалось свойство эпиморфизма. Полученное противоречие и станет доказательством утверждения.

В качестве полусхемы  $S(N, R, D)$  возьмем копию полусхемы  $S_2$ , в которую добавлено еще одно понятие  $\tilde{n}$  с такой же структурой, как у  $n$ , то есть

$$N = N_2 \cup \{\tilde{n}\}$$

$$R = R_2$$

$$D = D_2 \cup D', \text{ где } D' = \{(\tilde{n}, f) \mid f \in nD_2\}.$$

Определим  $\psi'$  как тождественный морфизм. А  $\psi''$  определим аналогично  $\psi'$  кроме действия на элементе  $n$ . Положим  $\psi''_N(n) = \tilde{n}$ . В силу определения полусхемы  $S(N, R, D)$   $\psi''$  является морфизмом.

Таким образом,

$$(\forall r \in R_2) \quad \psi'_R(r) = \psi''_R(r)$$

$$(\forall m \in N_2 \setminus \{n\}) \quad \psi'_N(m) = \psi''_N(m)$$

$$\psi'_N(n) = n, \quad \psi''_N(n) = \tilde{n}$$

Поскольку у элемента  $n$  из  $N_2$  нет прообраза, то

$$(\forall m \in N_1) \varphi_N(\psi'_N(m)) = \varphi_N(\psi''_N(m)).$$

Следовательно,  $\psi' \circ \varphi = \psi'' \circ \varphi$  при  $\psi' \neq \psi''$ . Это противоречит изначальному условию о том, что  $\varphi$  является эпиморфизмом.

Доказательство необходимости завершено.

Утверждение доказано полностью.

### **Утверждение**

Пусть  $S_1(N_1, R_1, D_1)$  и  $S_2(N_2, R_2, D_2)$  - полусхемы.

Морфизм  $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$  является изоморфизмом, если  $\varphi$  является биморфизмом и  $\tilde{\varphi}(\varphi_N^{-1}, \varphi_R^{-1})$  является морфизмом из  $S_2$  в  $S_1$ .

### Доказательство.

В силу определения,  $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$  является изоморфизмом, если существует такой морфизм  $\psi: S_2 \rightarrow S_1$ , что  $\psi \circ \varphi = 1_{S_1}$  и  $\varphi \circ \psi = 1_{S_2}$ .

Возьмем в качестве морфизма  $\psi: S_2 \rightarrow S_1$  морфизм. Очевидно, что в этом случае, оба соотношения  $\psi \circ \varphi = 1_{S_1}$  и  $\varphi \circ \psi = 1_{S_2}$  выполнены.

Доказательство завершено.

Рассмотрим возможность использования разработанного механизма отображения полусхем на конкретных средствах математического моделирования. В качестве средства имитационного моделирования выбран аппарат сетей Петри, как наиболее часто используемый при анализе информационно-вычислительных систем. В качестве средства аналитического моделирования был выбран аппарат ВВГ, обладающий широкими возможностями при анализе систем.

Временная маркированная сеть Петри (СП):  $C = (P, T, I, O, A)$ , где

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  - конечное множество позиций СП,

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  - конечное множество переходов СП,

$I$  - входная функция переходов, которая определяется как отображение  $I: P \times T \rightarrow B$ , где  $B = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$  - множество вероятностей перехода,

$O$  - выходная функция переходов, которая определяется как отображение  $O: T \times P \rightarrow B$

$A$  - временная функция переходов, которая определяется как отображение  $A: T \rightarrow \mathbb{R}$ , где  $\mathbb{R}$  задает время перехода.

Тогда инцидентность позиций  $p_i$  и  $p_j$  через переход  $t_k$  характеризуется парой:

$t_{ij} = A(t_k)$  - время перехода,

$p_{ij} = I((p_i, t_k)) \cdot O((t_k, p_j))$  - вероятность перехода

Представим описание аппарата временных маркированных сетей Петри в терминах полусхем.

Множество терминальных понятий  $N_0 = \{\text{Целое, Вещественное}\}$ ,  
множество понятий  $N_1 = \{\text{Инцидентность, Позиция, Переход}\} \cup N_0$ ;

множество ролей  $R_1 = \{\text{Начальная позиция, Конечная позиция, Функция перехода, Идентификатор, Вероятность, Время}\}$ ;

набор частично определенных функций  $f_1, f_2, f_3$ :

$f_1$ :

$f_1(\text{Начальная позиция}) = \text{Позиция}$

$f_1(\text{Конечная позиция}) = \text{Позиция}$

$f_1(\text{Функция перехода}) = \text{Переход}$

$f_2$ :

$f_2(\text{Идентификатор}) = \text{Целое}$

$f_3$ :

$f_3(\text{Вероятность}) = \text{Вещественное}$

$f_3(\text{Время}) = \text{Вещественное}$

Множество  $D_1 = \{(\text{Инцидентность}, f_1), (\text{Позиция}, f_2), (\text{Переход}, f_3)\}$ .

Применяя алгоритмы, описанные в [1], легко увидеть, что описанная таким образом полусхема  $S_1 = (N_1, R_1, D_1)$  является схемой.

Приведенное формальное описание представлено в графическом виде на рис. 1.



Рис. 1. Схема, описывающая сеть Петри

Вероятностно-временной граф:  $G = (V, P, T, M)$ , где

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  - множество вершин,

$P$  - функция, задающая вероятностную характеристику дуги, которая определяется как отображение  $P: V \times V \rightarrow B$ , где  $B = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$  - множество вероятностей (обозначим  $P((v_i, v_j)) = P_{ij}$ ),

$T$  - функция, задающая временную характеристику дуги, которая определяется как отображение  $T: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  (обозначим  $T((v_i, v_j)) = T_{ij}$ ),

$F$  - множество функций вида  $f(z) = p \cdot z^t$

$M$  - функция, задающая вероятностно-временную характеристику дуги в виде функции из  $F$ , которая определяется как отображение  $M: V \times V \rightarrow F$ , т.е. паре  $(v_i, v_j)$  ставится в соответствие функция  $P_{ij} \cdot z^{T_{ij}}$ .

Представим описание аппарата вероятностно временного графа в терминах полусхем.

Множество терминальных понятий  $N_0 = \{\text{Целое, Вещественное}\}$ ,  
множество понятий  $N_2 = \{\text{Дуга, Вершина, Функция}\} \cup N_0$ ;

множество ролей  $R_2 = \{\text{Вершина выхода, Вершина входа, Характеристика, Идентификатор, Вероятность, Время}\}$ ;

набор частично определенных функций  $f_1, f_2, f_3$ :

$f_1$ :

$f_1(\text{Вершина выхода}) = \text{Вершина}$

$f_1(\text{Вершина входа}) = \text{Вершина}$

$f_1(\text{Характеристика}) = \text{Функция}$

$f_2$ :

$f_2$  (Идентификатор) = Целое

$f_3$  :

$f_3$  (Вероятность) = Вещественное

$f_3$  (Время) = Вещественное

Множество  $D_2 = \{(\text{Дуга}, f_1), (\text{Вершина}, f_2), (\text{Функция}, f_3)\}$ .

Применяя алгоритмы, описанные в [1], легко увидеть, что описанная таким образом полусхема  $S_2 = (N_2, R_2, D_2)$  является схемой.

Приведенное формальное описание представлено в графическом виде на Рис. 2.



Рис. 2. Схема, описывающая ВВГ

Применение алгоритмов, описанных в [1], к построенным полусхемам  $S_2 = (N_2, R_2, D_2)$

Зададим отображение  $\varphi(\varphi_R, \varphi_N): S_1 \rightarrow S_2$  для построенных схем, которое действует следующим образом:

$\varphi_R$  (Начальная позиция) = Вершина выхода

$\varphi_R$  (Конечная позиция) = Вершина входа

$\varphi_R$  (Функция перехода) = Характеристике

$\varphi_R$  (Вероятность) = Вероятность

$\varphi_R$  (Время) = Время

$\varphi_R$  (Идентификатор) = Идентификатор

$\varphi_N$  (Инцидентность) = Дуга

$\varphi_N$  (Позиция) = Вершина

$\varphi_N$  (Переход) = Функция

$\varphi_N$  (Целое) = Целое

$\varphi_N$  (Вещественное) = Вещественное

Легко показать, что приведенное отображение является морфизмом. Полученный результат позволяет утверждать, что имитационная модель,

представленная временной сетью Петри может быть отображена на аналитическую модель, построенную с помощью ВВГ.

Рассмотрим полученный результат на примере. Покажем, как сеть Петри может быть использована для построения ВВГ.

Изображенная на Рис. 3 временная маркированная сеть Петри имеет:

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$  - множество позиций

$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$  - множество переходов,

значения входной функции переходов  $I(p_1, t_1) = 1$ ,  $I(p_1, t_2) = 0,5$ ,  $I(p_2, t_2) = 0,5$ ,  $I(p_3, t_3) = 0,5$ ,  $I(p_4, t_3) = 0,5$ ,  $I(p_4, t_4) = 0,5$ ,  $I(p_5, t_5) = 1$ , остальные  $I(p_i, t_j) = 0$ ,

значения выходной функции переходов  $O(t_i, p_j) = 0$  для всех  $i$  и  $j$ ,

значения временной функции переходов  $A(t_1) = T_1$ ,  $A(t_2) = T_2$ ,  $A(t_3) = T_3$ ,  $A(t_4) = T_4$ ,  $A(t_5) = T_5$ .

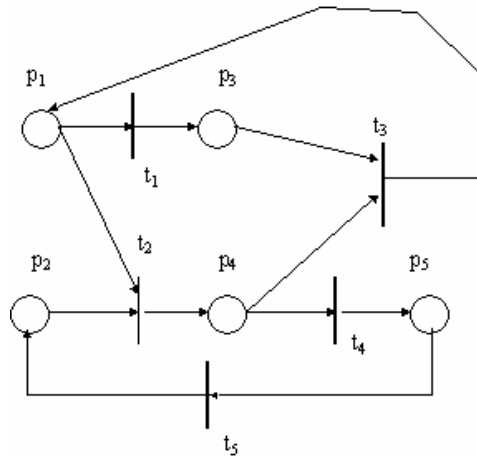


Рис. 3. Пример графа сети Петри

Изображенный на Рисунке 4 вероятностно временной граф имеет:

множество вершин  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,

значения функции, задающей вероятностную характеристику дуг  
 $P_{13} = P(v_1, v_3) = 1$ ,  $P_{14} = P(v_1, v_4) = 0,5$ ,  $P_{24} = P(v_2, v_4) = 0,5$ ,  
 $P_{31} = P(v_3, v_1) = 0,5$ ,  $P_{41} = P(v_4, v_1) = 0,5$ ,  $P_{45} = P(v_4, v_5) = 1$ ,  
 $P_{52} = P(v_5, v_2) = 1$ ,

значения функции, задающей временную характеристику дуг  
 $T_{13} = T(v_1, v_3) = T_1$ ,  $T_{14} = T(v_1, v_4) = T_2$ ,  $T_{24} = T(v_2, v_4) = T_2$ ,  $T_{31} = T(v_3, v_1) = T_3$ ,  
 $T_{41} = T(v_4, v_1) = T_3$ ,  $T_{45} = T(v_4, v_5) = T_4$ ,  $T_{52} = T(v_5, v_2) = T_5$ ,

Тогда  $f_1 = 1 \cdot z^{T_1}$ ,  $f_2 = 0,5 \cdot z^{T_3}$ ,  $f_3 = 0,5 \cdot z^{T_2}$ ,  $f_4 = 0,5 \cdot z^{T_3}$ ,  $f_5 = 1 \cdot z^{T_4}$ ,  $f_6 = 1 \cdot z^{T_5}$ ,  $f_7 = 0,5 \cdot z^{T_2}$ .

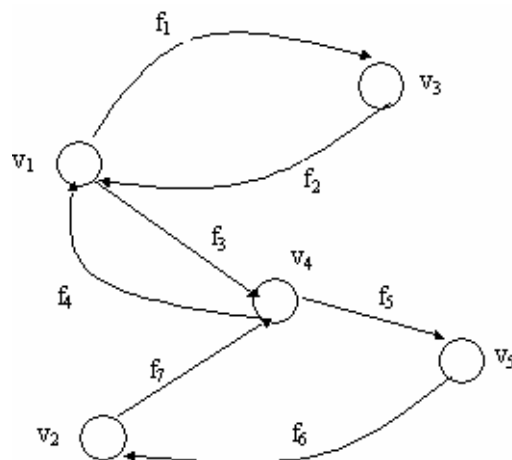


Рис. 4. ВВГ, эквивалентный сети Петри (Рис. 3)

**4. Выводы.** В статье разработан механизм отображения полусхем, описывающих различные математические аппараты. Разработанный механизм отображения базируется на понятии морфизма пролусхем. Это позволяет осуществлять переход между различными средствами, описывающими одну и ту же предметную область. В частности в статье была показана возможность перехода от имитационной модели, построенной на временных сетях Петри к аналитической модели, построенной на базе ВВГ.

Полученный результат позволяет упростить процесс анализа сложных систем, при котором требуется разработка как аналитических, так и имитационных моделей. Разработанный метод отображения моделей показывает один из способов использования аппарата полусхем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жолткевич Г.Н., Семенова Т.В. К проблеме формализации концептуального моделирования информационных систем // Вісник Харк. нац. ун-ту ім. В.Н. Каразіна. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління". – Харків: ХНУ. – 2003. - № 605, вип. 2. – С. 33 - 43.
2. Мурата Т. Сети Петри: Свойства, анализ, приложения// ТИИЭР. №4. 1989.
3. Лосев Ю.И. и др. Автоматизированное управление в сетях с коммутацией пакетов. – К.: Техника, 1994. – 312 с.

## Математичне моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах

А. В. Сохацький

*Академія митної служби України, м. Дніпропетровськ, Україна*

The report is devoted to linked solution of aerodynamics and dynamics of movement of vehicle on the super-conducting magnets. For calculations of aerodynamic leading the method of discrete vortexes is used. The dynamic equations of vehicle's movement contain some components of magnetic forces and moments. As a result of numerical solution, the dependencies of the angle of pitch and distance from vehicle to the ground structure as a function of time are received

### 1. Загальна постановка задачі та її актуальність

Вирішення наукових проблем, що виникають при створенні сучасних висошвидкісних транспортних засобів вимагає застосування математичного апарату. Чисельне розв'язування диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь дозволяє знайти шляхи оптимізації їх технічних параметрів. Однією з важливих задач є забезпечення оптимальних динамічних характеристик. Вважається, що підвищення перспективних магнітолевітуючих транспортних засобів буде базуватися на дії електродинамічної левітації з використанням надпровідних магнітів [1,2]. Наявність близько розміщеної шляхової структури накладає певні вимоги на параметри стійкості та керованості такого транспортного засобу. Обмежуються величини відхилення параметрів руху, таких як кути тангажу, крену та ковзання, відстань до шляхової структури та інші.

Традиційно задачі аеродинаміки та динаміки руху розв'язуються окремо одна від одної. Вирішення ж сумісної задачі аеродинаміки та динаміки руху є надзвичайно важливою проблемою сьогодення. Тому виникає потреба в розробці ефективних методик розв'язування такої сумісної задачі та досконалого дослідження динаміки руху транспортних засобів на надпровідних магнітах

### 2. Метод розв'язування сумісної задачі динаміки та аеродинаміки

Для дослідження поздовжньої стійкості магнітолевітуючого транспортного засобу використано систему диференціальних рівнянь руху [3],

$$\begin{aligned} m \left( \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{V} \right) &= \vec{F} \\ \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} &= \vec{M} \end{aligned} \quad (1)$$



де  $\vec{V}$  -вектор швидкості транспортного апарату,  $\vec{F}$  -головний вектор зовнішніх сил,  $\vec{M}$  -головний момент зовнішніх сил,  $\vec{\omega}$  -вектор швидкості обертання зв'язаних з транспортним апаратом осей,  $\vec{K}$  - момент кількості руху.

Для замикання системи рівнянь руху транспортного засобу її необхідно доповнити кінематичними співвідношеннями

$$\begin{aligned}\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma),\end{aligned}\quad (2)$$

де  $\psi$  – кут ристання,  $\gamma$  – кут крену,  $\vartheta$  – кут тангажу.

Для визначення відстані до шляхової структури необхідно інтегрувати наступне рівняння

$$\frac{dh}{dt} = V_x \sin \vartheta + V_y \cos \vartheta \cos \gamma - V_z \cos \vartheta \sin \gamma. \quad (3)$$

Величину левітаційних електромагнітних сил, що виникають при русі транспортного засобу над суцільним струмопровідним полотном визначимо за виразом [2]

$$F_L = F_1 \left[ 1 - \left( 1 + \frac{V^2}{\omega^2} \right)^{-n_1} \right], \quad (4)$$

де  $F_1$  - фиктивна підйомна сила, що діє на соленоїд;  $n_1$  – коефіцієнт, який визначається геометрією соленоїда;

У відповідності з роботою [2] силу  $F_1$  та параметр  $\omega$  визначаємо за формулами

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{\mu_0 N^2 i_c^2}{2\pi} \frac{(a+b)}{h} \eta, \\ \omega &= \frac{2}{\mu_0 \sigma \delta},\end{aligned}$$

де  $N$  – число витків соленоїда;  $i_c$  - струм в соленоїді;  $a, b$  - розміри соленоїда уздовж осей ОХ, ОУ;  $h$  - відстань між магнітом транспортного засобу та суцільним струмопровідним полотном.

Коефіцієнт  $\eta$  визначається емпіричним шляхом, але в роботі [2] запропонована апроксимаційна формула

$$\eta = \left( 1 - K \frac{2h}{a} \right),$$

$$\text{де } K = 0,42 + 0,6 \frac{a}{b} - 0,0775 \left( \frac{a}{b} \right)^2.$$

Чисельне розв'язування системи диференціальних рівнянь (1-3) проведено методом Ейлера.

Для визначення аеродинамічних навантажень необхідно розв'язати зовнішню задачу Неймана [5] рівняння Лапласа. Для цього представляємо транспортний засіб, що рухається в суцільному середовищі у вигляді несучої поверхні  $\sigma_1$  з якої сходиться нестационарний слід  $\sigma_2$  по кривій  $L$ .

Нехай несуча поверхня  $\sigma_1$  транспортного засобу знаходиться в нестационарному полі швидкостей

$$U_0(V, t) = \text{grad } u_0(V, t),$$

де  $\bar{U}_0(V, t)$ -гармонічна функція по усьому простору у будь який момент часу. Поверхня  $\sigma_2$  є поверхнею розриву дотичних швидкостей і на ній повинні виконуватися умова

$$p^+(M, t) - p^-(M, t) = 0, \quad V_n^+(M, t) = V_n^-(M, t), \quad M \in \sigma_2,$$

де  $p, V$  - тиск та швидкість з однієї та іншої сторони поверхні  $\sigma_2$ .

Так як середовище є суцільним то в кожний наступний момент часу  $\tau$  в будь якій точці  $M(s)$  кривої  $L$  сходиться частинка рідини на якій є розриви дотичних швидкостей і яка займає положення  $M(s, \tau, t)$ . Причому ця частинка рідини рухається зі швидкістю потоку в даній точці  $M(s, \tau, t)$ . Таким чином нестационарний слід  $\sigma_2$  в момент часу  $t$  представляє собою поверхню точок  $M(s, \tau, t)$ , що рухається з швидкістю  $\bar{V}(M(s, \tau, t))$ . З цього слідує, що для знаходження поверхні  $\sigma_2$  необхідно розв'язати наступну систему диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V}(M(s, \tau, t)), \quad s \in [0, l], \quad \tau \in [0, t], \quad t \geq \tau. \quad (5)$$

При цьому повинні виконуватися початкові умови  $\bar{r}(s, \tau, t) = \bar{r}_{M(s, \tau, t)}$ . Це означає, що в початковий момент часу  $\tau=t$  точка  $M(s, \tau, t)$  з точкою  $M(s)$  кривої  $L$ . Поверхня  $\sigma_2$  має розрив дотичних швидкостей і на ній виконується умова нерозривності нормальної до  $\sigma_2$  швидкості потоку. В такому випадку поверхню  $\sigma_2$  можна моделювати потенціалом подвійного шару.

Розв'язок задачі розшукується в вигляді потенціала подвійного шару, що описується інтегро-диференціальним рівнянням

$$f(M_0, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_{M_0}} \sum_{i=1}^2 \int_{\sigma_i} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_{M_0}} \left( \frac{1}{r_{MM_0}} \right) \left( \frac{1}{r_{MM_0}} \right) q_i(M_0, t) d\sigma_{i,M}, \quad M_0 \in \sigma_1. \quad (6)$$

Така як поле швидкостей  $\{\bar{V}(M_0)\}, M_0 \in \sigma_1$  має такі ж властивості як поле швидкостей індуковане вихором шаром  $\{\bar{\gamma}(M_0)\}, M_0 \in \sigma_1$  то математичне моделювання аеродинаміки транспортного засобу базується на представленні поверхні транспортного засобу  $\sigma_1$  вихором шаром. З поверхні  $\sigma_1$  сходиться нестационарний слід-поверхня-  $\sigma_2$ . Визначення аеродинамічних навантажень побудована на основі методу дискретних вихорів [4,5], з використанням приєднаних та вільних вихорових рамок, що сходять з крамок несучих поверхонь (рис.1) інтегралом Коші-Лагранжа.

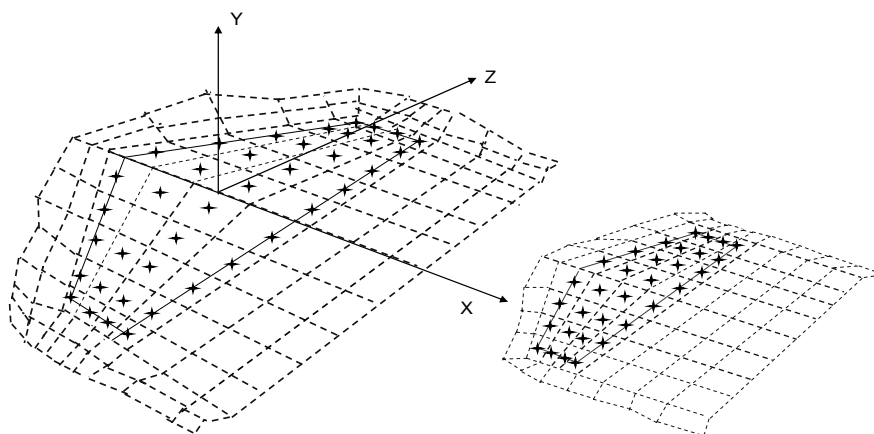


Рис.1. Вихорова схема транспортного засобу.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_{\infty}}{\rho} - \frac{\bar{V}^2}{2} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (7)$$

Система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих циркуляцій приєднаних вихорових рамок записується

$$\sum_{\mu=1}^{2(N+n)} \sum_{v=1}^{M+m} \Gamma_{\mu v} w_{\mu v}^{ik} + \sum_{l=1}^3 \sum_{\mu=1}^{2N} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^{lkr} w_{\mu r}^{ik} + \sum_{l=1}^3 \sum_{\mu=1}^{2n} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^{lgo} w_{\mu r}^{ik} + U_0 \sin(\alpha) = 0, \quad (8)$$

де:  $\Gamma = \Gamma_r / V_0 b_0$  - безрозмірна циркуляція вихорової рамки;  $\Gamma_{\mu r}^I, \Gamma_{vr}^{II}, \Gamma_{\mu r}^{III}$  - безрозмірні циркуляції вільних вихорових рамок і-й контрольній точці  $k$  - ї панелі,  $w_{\mu v}^{ik}, w_{vr}^{ik}, w_{\mu r}^{ik}$  - швидкості індуковані вихоровою рамкою, що складається з вихорових відрізків одиничної інтенсивності;  $\alpha$  - місцевий кут атаки  $k$ -го перерізу несучої поверхні;  $U_0$  - швидкість незбуреного потоку.

Для моделювання наявності землі вводилась дзеркально відображена вихорова система [4,5].

Розв'язуючи одержану систему рівнянь (8), визначаємо величину циркуляції  $\Gamma_{\mu v}$  вихорових рамок. Для визначення аеродинамічних навантажень використаємо інтеграл Коші-Лагранжа (7). Потім знаходимо коефіцієнти підйомної сили та моменту тангажу несучих поверхонь транспортного засобу. На транспортний засіб, окрім аеродинамічних та гравітаційних навантажень діють і магнітні сили. Для їх визначення була розроблена методика з використанням залежностей запропонованих в монографії[2]. Апробацію використаної методики проведено в роботі [6].

### 3. Чисельний експеримент та результати розрахунків

Для математичного моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах було обрано його аеродинамічну схему показану на рис.2.

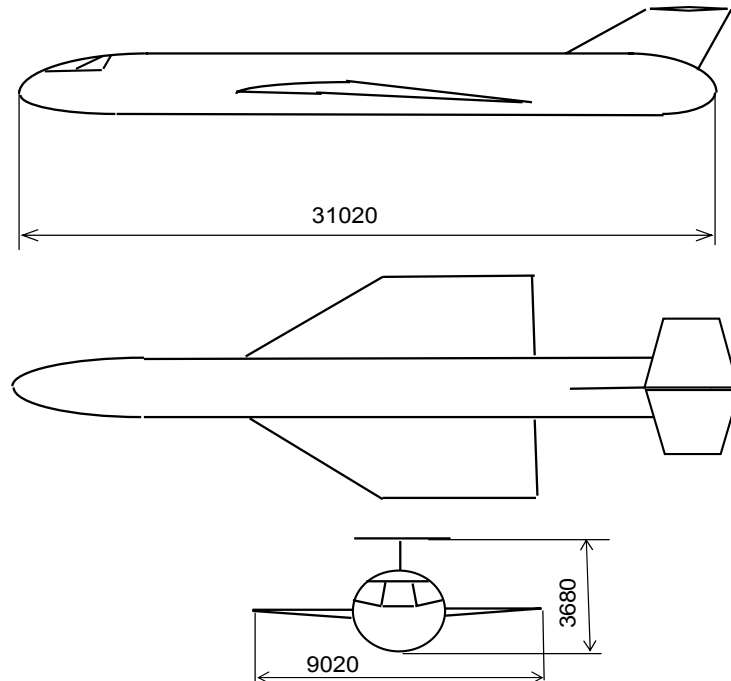


Рис.2. Аеродинамічна схема магнітолевітуючого транспортного засобу.

Задача розв'язувалась шляхом чисельних розрахунків на ПЕОМ за наступним алгоритмом

1. Задання початкових умов, розрахунок моментів інерції.
2. Розв'язування балансовочного рівняння, визначення та оптимізація необхідних вхідних параметрів.
3. Математичне моделювання аеродинаміки транспортного засобу методом дискретних вихорів.
4. Визначення аеродинамічних та магнітолевітуючих сил та моментів.
5. Чисельне розв'язування диференціальних рівнянь динаміки руху.
6. Визначення положення транспортного засобу в просторі.
7. Оцінка величини прирощення кута тангажу  $\Delta\theta$  та відстані до шляхової структури  $\Delta h$  як функції за часом. Якщо  $\Delta\theta \rightarrow 0$  та  $\Delta h \rightarrow 0$  то розрахунки закінчуються. В противному випадку цикл розрахунків повторюється починаючи з п.3.

Вважалось що транспортний засіб рухається поблизу шляховою структури з швидкістю  $V_x=150$  м/с на відстані до шляхової структури  $h=0,2$ м. Маса апарату складає 30000кг, початкова швидкість руху –  $V_y=0$  м/с; величина кута

атаки апарату – 0 град; густина повітря –  $1,24 \text{ кг/м}^3$ ; площа крила –  $65,05 \text{ м}^2$ ; довжина апарату –  $31,02 \text{ м}$ ; сумарна маса кріомодулів –  $1000 \text{ кг}$ .

Для апробації розробленої методики проводилося моделювання руху транспортного засобу на надпровідних магнітах в поздовжній площині. Вважалося, що кути ристання та тангажу залишаються незмінними. Чисельні дослідження динаміки поздовжнього руху та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах проводилися як без горизонтального оперення так із горизонтальним оперенням. Відсутність горизонтального оперення приводила до зростання амплітуди коливань транспортного засобу, як по куті тангажу так і по висоті над шляховою структурою. Наявність горизонтального оперення стабілізувала положення транспортного засобу в просторі. На рис 3-4 представлені результати розрахунку зміни відстані до шляхової структури  $h(\text{м})$  та кута тангажу  $\text{teta}(\text{градус})$  транспортного засобу з горизонтальним оперенням.

Проведені чисельні дослідження показали, що для досягнення оптимальних динамічних характеристик окрім відповідних параметрів статичної стійкості транспортного засобу необхідно забезпечити і достатню динамічну стійкість.

За результатами чисельних досліджень встановлено, що для даної компоновки транспортного засобу, коливання по висоті та куті тангажу затухають за час біля 20-25с. Це досягнуто шляхом введення горизонтального оперення в задній частині транспортного засобу та оптимальним вибором його параметрів. Без горизонтального оперення транспортний засіб є нестійким.

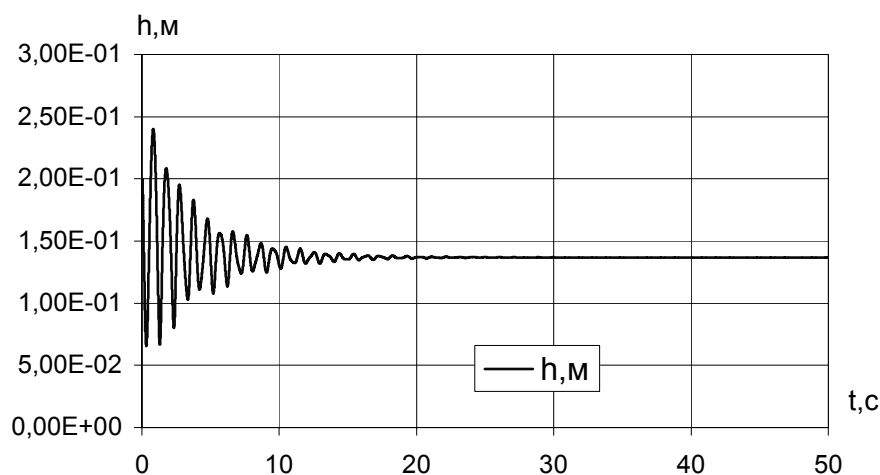


Рис.3 Величина відстані від транспортного засобу до поверхні шляхової структури.

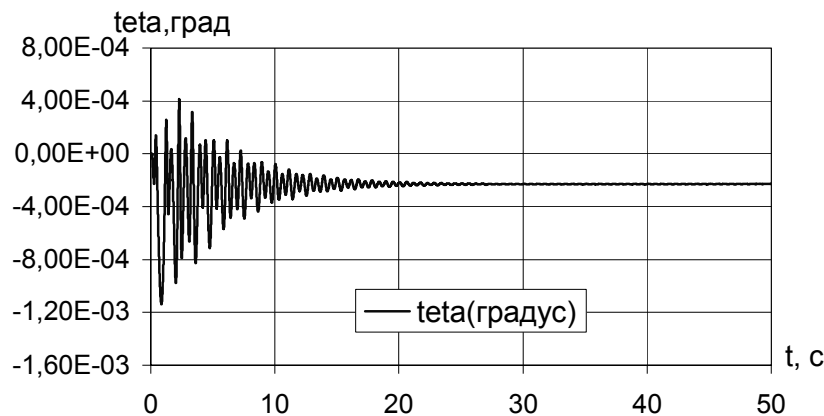


Рис.4. Величина кута тангажу транспортного засобу.

#### 4. Висновки за результатами досліджень та напрямки подальших досліджень

Проведені чисельні розрахунки показали, що досліджуваний транспортний засіб на надпровідних магнітах потребує додаткової системи стабілізації. Для цього в конструкцію апарату було введено хвостовий горизонтальний стабілізатор. Це дозволило забезпечити його динамічну стійкість. В подальшому необхідно розглянути динаміку руху з урахуванням бокових сил та моментів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Дзензерский В.А., Омеляненко В.И., Васильев С.В., Сергеев С.А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией, – К.: Наукова думка, – 2001.–480с.
2. Дзензерский В.А., Радченко Н.А. Динамика транспорта на сверхпроводящих магнитах. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕС. –2003.–232с.
3. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолета. Пространственное движение, – М.: Машиностроение., –1983.–320с.
4. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей, - М.: Изд-во Физико математическая литература, 1995. – 368с.
5. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент, - М.: ТОО Янус, 1995. – 520с.
6. Сохацький А.В. До питання забезпечення поздовжньої стійкості магнітолевітуючого транспортного засобу.- Вісник Академії митної служби України, № 1(21), - Дніпропетровськ: В-о АМСУ, 2004.- С.71-75.

## Модель процесу введення даних про продукти та події у їхньому життєвому циклі

О. В. Телепнєв

*Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Україна*

The features of manual input of product and event data at the events-oriented information-analytical complex product life cycle support system is considered. The consecution of product and event data input at the system is proposed

### Вступ

Подійно-орієнтована інформаційно-аналітична система підтримки життєвого циклу складних продуктів (ІАС ЖЦ) допомагає вирішувати багато задач, що встають перед співробітниками організацій, які беруть участь у процесах життєвого циклу продуктів. Вона дозволяє консолідувати різноманітні дані про продукт на основі подійно-орієнтованого підходу у єдиній інформаційній структурі – накопичувачі даних ІАС ЖЦ. Джерелами цих даних є бази даних систем оперативної обробки даних організації, внутрішні та зовнішні структуровані й не структуровані документи [1]. Зміст накопичувача даних використовується для вирішення аналітичних задач. Тому до якості даних, що потрапили до накопичувача, пред'являються значні вимоги.

У спрощеному варіанті ІАС ЖЦ до складу блоку уведення даних не входить підсистема виділення даних з інформаційних систем, трансформації даних та заповнення ними накопичувача (т.з. процес ETL – Extract Transform Load). З одного боку створення цієї підсистеми є досить трудомістким та може бути темою окремої роботи. Проте існує багато комерційних продуктів цього виду, що можуть бути використані при створенні повномасштабної системи [Erhard Ram, Hong Hai Do. Очистка данных: проблемы и актуальные подходы. Матеріали сайту [www.olar.ru](http://www.olar.ru); Бон К. Конвертация данных для хранилищ. Матеріали сайту [www.olar.ru](http://www.olar.ru)]. З іншого боку, ціллю створення пілотного проекту ІАС ЖЦ є демонстрація можливостей подійно-орієнтованого підходу до аналізу даних, що створюються під час життєвого циклу виробу, проектування та відпрацювання структури накопичувача, а це не вимагає використання підсистеми ETL. Слід також зазначити, що на більшості підприємств процес впровадження інформаційних систем, які могли би бути джерелами інформації для накопичувача, лише розпочинається. Навіть при їхньому впровадженні деякий обсяг даних, необхідних для аналізу буде проходити повз них. Отже роль компоненти, яка відповідає за “ручне” уведення даних оператором є досить значною.

Оскільки дані автоматизованого уведення у цьому варіанті ІАС ЖЦ потрапляють безпосередньо до накопичувача, важливою задачею є забезпечення їх коректності та мінімізація впливу на їхню якість людського фактору. Ця

задача є спільною для будь-яких систем, в яких дані вводяться оператором. Основним методом її вирішення є обмеження безпосереднього вводу даних з клавіатури – дані повинні вводитися лише один раз у одному місці, а потім обиратися зі списку можливих значень. Великий обсяг даних у накопичувачі, й відповідно в цьому списку, вимагає впровадження у інтерфейсі користувача зручних засобів навігації.

Ціль роботи - розробка послідовності введення оператором інформації про продукти й події до накопичувача даних ІАС ЖЦ.

#### **Аналіз досліджень і публікацій, в яких розпочато вирішення проблеми, на які спирається автор**

Технологія накопичувачів даних, запропонована В.Інмоном [Inmon W.H. Data Modeling for the Data Warehouse. - [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.dbazin.com>.], дістала подальшого розвитку в роботах таких авторів як R.Kimball, T.Kelly, T. Moulder та ін.

У [2] була запропонована ІАС ЖЦ як система, що дозволяє інтегрувати дані про події у життєвому циклі продуктів (та пов'язаних з ними організацій). У [3] був визначений уніфікований набір параметрів події, який дозволяв описати з придатним для багатьох аналітичних задач ступенем повноти дані про різні події. В [4] запропоновано зіркоподібну структуру накопичувача даних ІАС ЖЦ на рівні фактів та вимірів.

#### **Не вирішені раніше частини проблеми, яким присвячена робота**

На цей час не розроблено послідовність введення даних до накопичувача даних ІАС ЖЦ. Цьому питанню й присвячена стаття.

#### **Постановка задачі**

Задачами статті є розробка моделі процесу введення даних про продукти та події у їхньому життєвому циклі до накопичувача даних ІАС ЖЦ.

#### **Уведення даних про продукт та події до накопичувача даних**

Предметом розгляду інформаційно-аналітичної системи підтримки життєвого циклу продуктів (ІАС ЖЦ) є події, що трапилися з продуктами. Продукт (П) у даному контексті є результатом або об'єктом діяльності організації. Під подією (С) розуміється факт зміни стану продукту у його життєвому циклі.

Продуктами можуть бути:

вироби - продукти виробництва, що потрапили у сферу інтересів організації (створені нею, застосовуються у продуктах власного виробництва, експлуатуються у неї тощо);

програми забезпечення, яке застосовується у виробках;

документація (конструкторська, технологічна, експлуатаційна), що створена або використовується у організації.

Дані про події містяться у накопичувачі даних ІАС ЖЦ, концептуальна структура якого представлена на рис.1.



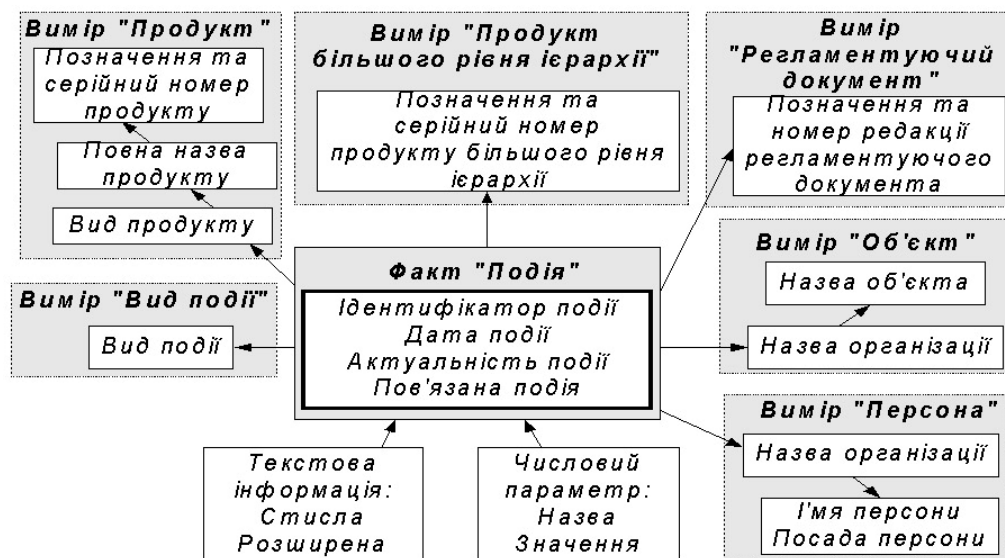


Рис. 1 Концептуальна структура накопичувача даних ІАС ЖЦ.

Найбільш трудомістким та схильним до помилок є процес уведення даних про продукт. Для його забезпечення пропонується наступна послідовність дій (рис.2).

Уведення даних розпочинається з вибору виду продукту зі списку “Вид\_Продукту”. Для полегшення навігації по списку пропонується можливість уведення частини назви виду та наступне обмеження розміру списку. Якщо продуктів цього виду ще немає у накопичувачі, назва “Виду\_Продукту” вводиться з клавіатури.

Після Завдання назви “Виду\_Продукту” користувач отримує можливість ввести значення параметру “Повна\_Назва\_Продукту”. Як і під час уведення “Виду\_Продукту”, користувач може обирати його зі списку, кількість елементів якого зменшується після введення частини назви.

Останнім вводиться “Позначення Продукту та Серійний Номер”. Саме цей параметр дозволяє однозначно ідентифікувати кожний продукт. Цей параметр може бути уведений вручну, або генеруватися програмно. Останній спосіб можливий для роздрібних продуктів, що закупаються або виробляються партіями, для нових редакцій документів або нових релізів програмних продуктів. У першому випадку для генерації сурогатного серійного номера може використовуватися дата поставки партії та умовний номер конкретного продукту у партії.

Така послідовність зменшує до мінімуму вплив людського фактору на якість даних про продукт.

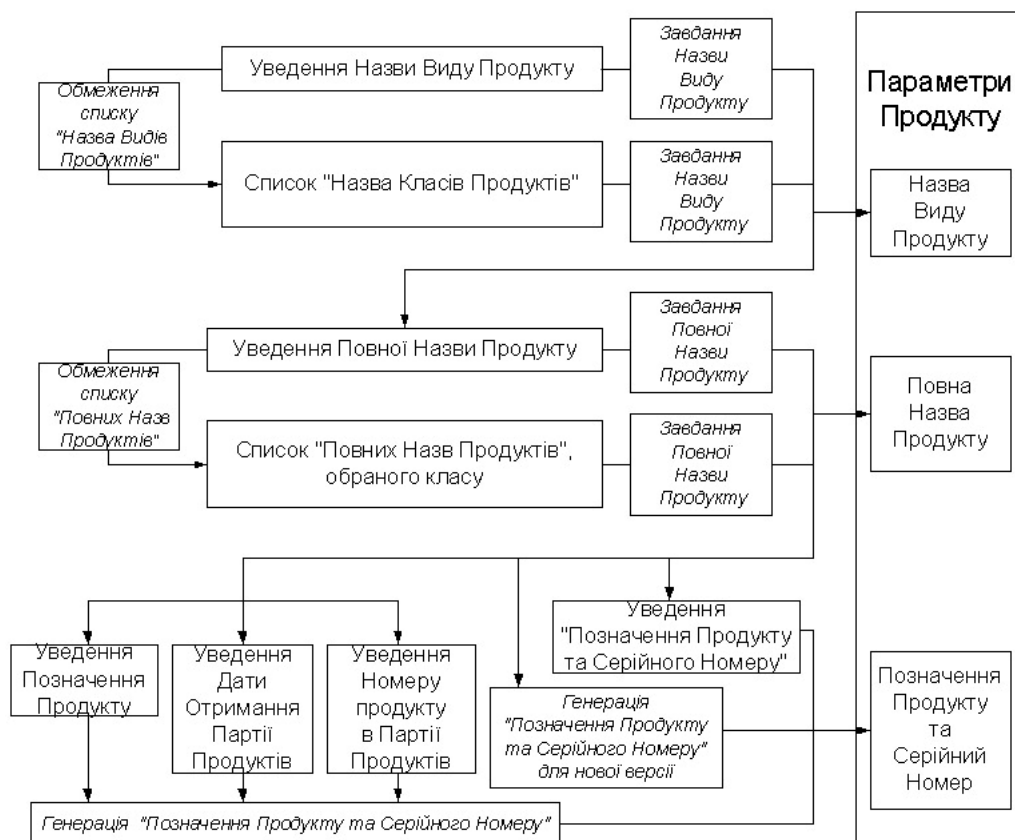


Рис.2 Уведення даних про продукт

Ще одним етапом введення даних, на якому можливі помилки, є внесення до накопичувача інформації про подію (рис.3). Незважаючи на обирання параметрів події з відповідних списків, повністю позбутися помилок не можливо. Можливі помилки пов'язані з неправильним визначенням набору параметрів. На рівні бізнес-логіки можливо обмежувати список "Вид Події" тими, що мають сенс для обраного виду продуктів. Аналогічно можна обмежити списки регламентуючих документів та продуктів більшого рівня ієрархії. Та формалізувати обмеження вибору параметрів "Персона" та "Об'єкт" дуже важко. Отже вибір деяких параметрів події цілком залежить від оператора.

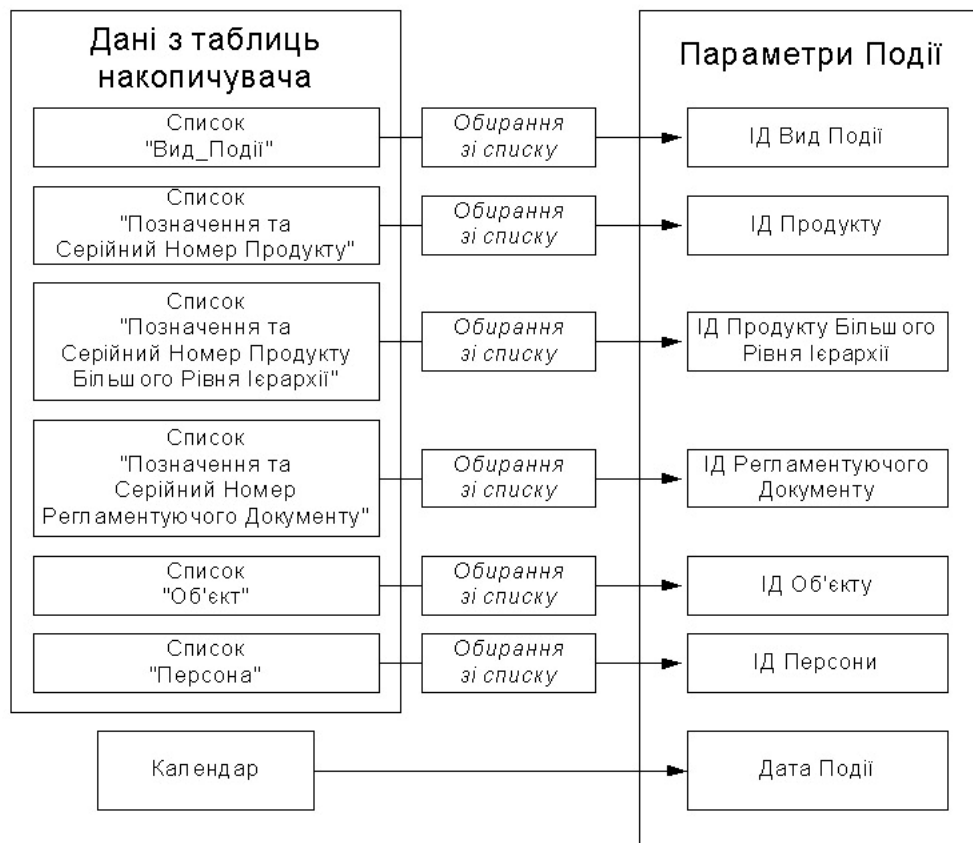


Рис.3 Структура введення даних про подію

Додатковим етапом введення даних про подію є визначення параметру “Актуальність події” та виконання “зв’язування подій”.

Кожна подія має значення параметра “Актуальність події” рівне 1 – інформація про подію актуальна. У разі введення даних про подію, здійснення якої зумовлює втрату актуальності інших, необхідно віднайти їх та змінити значення параметра “Актуальність події” на рівне 0 – інформація про подію не актуальна.

У якості первісного ключа для таблиці “Подія” використовується сурогатний ключ – ідентифікатор події (“ІД Події”) [Kimball R. A Dimensional Modeling Manifesto. Матеріали сайту [www.dbmsmag.com](http://www.dbmsmag.com)]. Це поле автоматично заповнюється засобами СУБД та використовується при посиланні на окремі екземпляри сутності “Подія”. Уведення ідентифікатора події робить можливим зв’язування подій. Використання зв’язування дозволяє створювати ланцюжки пов’язаних подій. Це може бути або рекурсивний зв’язок, як, наприклад, у випадку пошуку причини несправності складного виробу (рис.4)

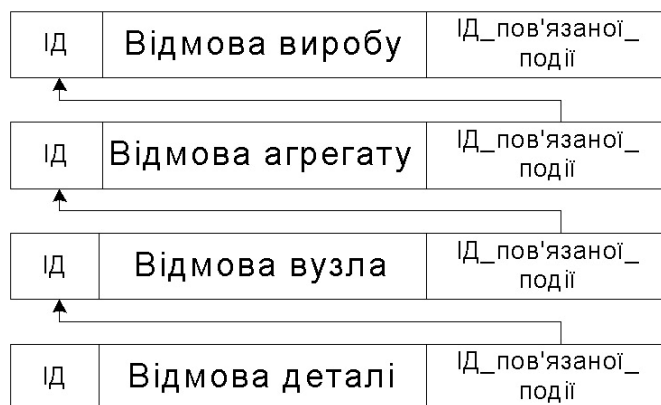


Рис.4 Приклад зв'язку подій, пов'язаних з відмовою виробу.

Також доцільне й зв'язування парних подій (початок процесу – кінець процесу), різниця дат яких визначає тривалість процесу. Наприклад, тривалість розробки нової редакції документа, її узгодження, тривалість робіт по монтажу виробу та його напруцювання на відмову тощо.

#### “Віртуальні” й “реальні” вироби та події, пов'язані з ними.

В системі розрізняються “віртуальні” та “реальні” вироби (рис.5). “Віртуальний” виріб є результатом розробки конструкторської, технологічної, експлуатаційної документації й визначає вимоги (характеристики, склад) до усіх “реальних” виробів, що будуть створені за цією документацією.



Рис.5 “Віртуальний” та “реальні” вироби

“Реальний” виріб є утіленням у життя “віртуального” виробу. “Реальний” виріб наповнений “реальними” складовими, створений реальними особами на реальному об'єкті, поставлений реальному Замовнику, змонтований на реальному об'єкті тощо.

Як для “віртуального” так й для “реальних” виробів має сенс поняття життєвий цикл, проте його стадії та інформаційне наповнення різні (рис.6).

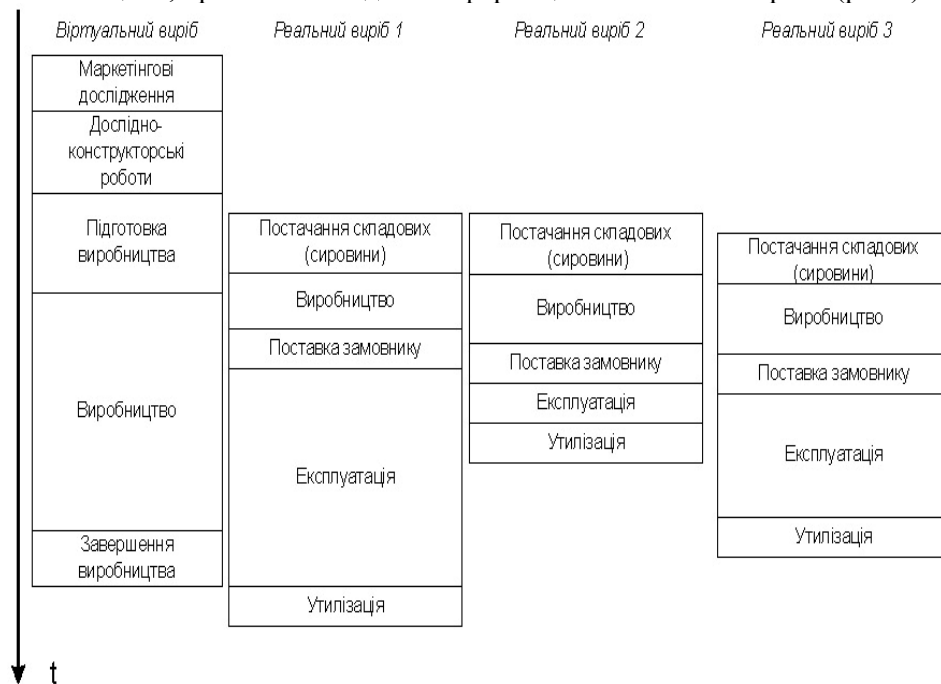


Рис.6 Життєвий цикл «віртуального» та «реальних» виробів

“Віртуальний” виріб може проходити стадії маркетингових досліджень, дослідно-конструкторських робіт, підготовки виробництва, безпосередньо виробництва та завершення виробництва. Життєвий цикл “реального” виробу може складатися з постачання складових, виробництва, постачання замовнику, експлуатації та утилізації. Для кожного з реальних виробів тривалість окремих стадій індивідуальна.

Уведення до накопичувача “віртуального” виробу дозволяє мати дані про склад еталону для партії реальних виробів. Застосування “віртуального” виробу доцільно для подій, що відбуваються з виробами (партією виробів), для яких ще не визначено серійних номерів.

Наприклад, у процесі замовлення та отримання партії складових, для подій “Замовлення партії складових у підрозділ матеріально-технічного постачання”, “Замовлення партії складових у постачальника”, “Виставлення рахунку на постачання партії складових”, “Сплата рахунку на постачання партії складових” ще не визначений перелік серійних номерів виробів, що замовляються. Вони розповсюджуються на всю партію виробів та асоціюються із “віртуальним” виробом. Події “Отримання партії складових” вже індивідуальні для кожного реального виробу (рис.7). Усі ці події мають бути пов’язані між собою з використанням зв’язку подій.

Застосування “віртуального” виробу та зв’язування подій дозволяє вводити до накопичувача інформацію про події безпосередньо по факту їхнього здійснення, а не постфактум, як це було би без цих особливостей.

Ідентифікатор події	Назва події	Серійний номер продукту	Ідентифікатор пов'язаної події
n	Замовлення партії складових у підрозділ матеріально-технічного постачання	с.н. №000	0
n+1	Замовлення партії складових у постачальника	с.н. №000	n
n+2	Виставлення рахунку на постачання партії складових	с.н. №000	n+1
n+3	Сплата рахунку на постачання партії складових	с.н. №000	n+2
n+4	Отримання складових від постачальника на склад	с.н. №110	n+3
n+5	Отримання складових від постачальника на склад	с.н. №111	n+3
n+6	Отримання складових від постачальника на склад	с.н. №112	n+3

Рис.7 Події, що здійснюються під час закупівлі партії складових.

### Висновки

У статті розглянуто особливості ручного введення даних до ІАС ЖЦ, звернуто увагу на ключові особливості системи – “віртуальний” й “реальний” виробу та зв'язок подій. Наступною задачею має бути розробка інтерфейсу оператора системи.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Data Modeling Techniques for Data Warehousing. - : IBM Corporation, International Technical Support Organization, 1998. – 199 с.
2. Телепнев А.В. Информационная система поддержки жизненного цикла автоматизированных систем // Вісник Харк. нац. ун-ту ім. В.Н.Каразіна. Економічна серія. - Х.:2003. - №608. – С.167-169.
3. Телепнев О.В. Подійно-орієнтована інформаційно-аналітична система підтримки життєвого циклу складних виробів. Визначення уніфікованого набору параметрів події // Открытые информационные и компьютерные технологии – Х: Нац. Аэрокосм. ун-т «ХАИ». - 2005. - Вып. 27. - С.185 - 189.
4. Телепнев О.В. Структура накопичувача даних подійно-орієнтованої інформаційно-аналітичної системи підтримки життєвого циклу складних продуктів // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2005. - №2 (10). – С. 54 - 57.

## Моделирование процесса аудита финансовых потоков в ВУЗе

Фирас Сами Махмуд Аль Сайда

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина*

The model of an optimum finance administration is analyzed by a higher educational institution. Statement of a problem of an estimation of influence of changes in educational process on change of financial streams is offered. The approach to its decision, based on ideas of the theory of return calculations is offered.

### Введение

Государственное высшее учебное заведение – это сложная социально-экономическая система. Управление такой системой в конкурентных рыночных условиях представляет собой процесс, составляющие которого находятся в системе координат «пространство управлений»–«пространство состояний»–«время». Наряду с факторами престижности, наличия научных школ финансовое управление является одним из важнейших элементов управленческого процесса. Например, странами арабского мира признаются достойными для обучения в аспирантуре только два ВУЗа Украины (Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина входит в их число).

Оптимизация образовательного процесса является одной из основных задач управления учебным заведением. Решение задач финансового управления вузом входит в состав этих задач. Если рассматривать ВУЗ с точки зрения системного анализа и теории активных систем, то управление ВУЗом как активной системой предполагает создание имитационной модели поведения системы в пространстве и времени в заданных внешних и внутренних условиях. При этом выбор управляющего воздействия может носить противоречивый характер (приемлемый для ВУЗа и не приемлемый для внешней среды и наоборот). Выбор управления должен осуществляться на основе анализа заданных критериев оптимальности, зачастую оценивающих качественный уровень принимаемого управленческого решения. Имитационную модель, снабженную критериями оптимальности, называют моделью оптимального управления. Кроме всего прочего она отражает финансовые потоки ВУЗа. Гибкость модели может быть оценена посредством ее аудита. Цель настоящей статьи — изложить результаты исследований по аудиторскому анализу модели оптимального финансирования учебного процесса.

### Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными и практическими задачами

Высшее учебное заведение является сложной активной социально-экономической системой [1–3]. Управление такой системой представляет собой сложный процесс, составляющие которого тесно взаимосвязаны. Механизм финансового управления является одним из важнейших элементов

управленческого процесса. Одна из основных задач управления учебным заведением (в том числе задача финансового управления) состоит в оптимизации образовательного процесса по показателям, характеризующим этот процесс.

Необходимо учитывать, что «Принятие управляющего решения при организации работы сложной системы связано с обработкой большого объема информации, требует нетривиального анализа сложившейся ситуации (с привлечением методов, разработанных в самых различных областях знаний) и должно быть своевременным (тогда как часто на принятие решения отводится относительно малый промежуток времени)» [7, с. 68]. Это приводит к тому, что решения, принимаемые даже коллективом высококвалифицированных, опытных и активных руководителей (ректорат), не всегда оказываются достаточно эффективными.

Именно поэтому в современном системном анализе основные усилия направляются на создание математических моделей управления сложными системами, которые позволили бы разработать соответствующие информационно-компьютерные технологии с минимальным участием человека в процессе управления и с наибольшей эффективностью. Аналогичные исследования проводятся и по созданию моделей управления вузом (см., напр., [4, 5]).

С точки зрения системного анализа управление активной системой предполагает построение имитационной модели поведения системы во времени в заданных внешних и внутренних условиях в зависимости от реализуемого управляющего воздействия (управления). Выбор управления должен осуществляться на основе анализа заданных критериев оптимальности, оценивающих качественный уровень принимаемого управленческого решения. Кроме всего прочего она отражает финансовые потоки ВУЗа. Гибкость модели может быть оценена посредством ее аудита. Цель настоящей статьи – изложить результаты исследований по аудиторскому анализу модели оптимального финансирования учебного процесса, предложенной в [7].

### **Основной раздел**

Рассмотрим кратко модель организации учебного процесса в ВУЗе. Будем придерживаться терминологии, предположений и обозначений статьи [7].

Учебный процесс представляет собой целенаправленное взаимодействие трех составляющих: обучаемый (студент), преподаватель и учебно-методическое обеспечение. Результатом взаимодействия является объем знаний и умений, который получает и приобретает студент в процессе обучения. Этот объем предусмотрен программой обучения. Отсюда следует, что результирующий показатель  $y(t)$  организации учебного процесса может быть определен с помощью взвешенной линейно-мультипликативной свертки частных показателей, описывающих указанные выше составляющие учебного процесса. В работе [4] авторы предложили следующее соотношение для итогового показателя  $y(t)$  организации учебного процесса:



$$y(t) = \sum_{i=1}^C a_i h_i(t) \sum_{s=1}^{f_i} b_{is} q_{is}(t), \quad (1)$$

где:  $i$  – индекс, нумерующий специальности, по которым вуз осуществляет выпуск специалистов в  $t$ -м году ( $C$  – число таких специальностей);

$h_i(t)$  – показатель, характеризующий количественный состав выпускников вуза  $i$ -й специальности  $t$ -го года выпуска;

$q_{is}(t)$  – показатель, характеризующий качественный и количественный уровень организации подготовки выпускников  $i$ -й специальности по  $s$ -му фактору (составляющему элементу) учебного процесса ( $f_i$  – число таких факторов для  $i$ -й специальности,  $s$  – индекс, нумерующий эти факторы);

$a_i, b_{is}$  – весовые коэффициенты, удовлетворяющие условию нормировки. (Необходимо отметить, что в статье [7, с. 69] допущены опечатки.)

К факторам учебного процесса, которые характеризуются показателями  $q_{is}(t)$ , относятся:

успеваемость выпускников; обеспеченность учебного процесса преподавателями, литературой, техническими средствами обучения (например, компьютерами с необходимым программным обеспечением). Полагаем, что пределы суммирования  $C, f_i$ , коэффициенты  $a_i, b_{is}$  постоянны.

Представляется очевидным, что величины  $h_i$  и  $q_{is}$  зависят от финансовых средств, направляемых на организацию учебного процесса. Управление потоками этих финансовых средств окажет соответствующее влияние на величины частных показателей  $h_i, q_{is}$  и итогового показателя (1).

Ниже будем использовать мнемонически удобную систему обозначения новой величины двумя буквами, вторая из которых совпадает с обозначением той величины, из числа введенных ранее, с которой новая величина непосредственно взаимосвязана (а первая буква указывает на характер новой величины). Обозначим финансовые средства, связанные с показателем  $h_i$  через  $zh_{ia}(t)$ . Здесь индекс  $a$  нумерует виды финансовых средств, оказывающих влияние на показатель  $h_i$  (далее будут приведены примеры), а через  $zq_{isu}(t)$  – финансовые средства, связанные с критерием  $q_{is}$ , где индекс  $u$  нумерует виды финансовых средств, оказывающих влияние на показатель  $q_{is}(t)$ . Величины  $zh_{ia}(t)$  и  $zq_{isu}(t)$  всегда можно считать неотрицательными, поскольку знак этих величин (прибыль или убыток) может быть учтен в формулах, в которые они входят.

Будем считать, что индекс  $a$ , нумерующий величины  $zh_{ia}(t)$ , меняется в пределах от 1 до  $A_i$  через единицу. Число  $A_i$  и типы финансово-материальных факторов, воздействующих на показатель  $h_i$ , вообще говоря, различны для разных специальностей (зависят от индекса  $i$ ).

Аналогично, индекс  $u$ , нумерующий величины  $zq_{isu}(t)$ , меняется в пределах от 1 до  $U_{is}$ , где верхний предел  $U_{is}$  в общем случае зависит от специальности

(от номера  $i$ ) и от рассматриваемого фактора учебного процесса (от индекса  $s$ ). Показатели  $h_i$  и  $q_{is}$ , естественно, зависят от полного набора величин  $zh_{ia}(t)$  и  $zq_{isu}(t)$  соответственно:

$$h_i = h_i(zh_{i1}(t), \dots, zh_{iA_i}(t), t), \quad (2)$$

$$q_{is} = q_{is}(zq_{is1}(t), \dots, zq_{isU_{is}}(t), t) \quad (3)$$

С целью содержательной интерпретации введенных величин и их явной зависимости от фактора времени рассмотрим несколько примеров. Для показателя количественного состава студентов  $h_i$  под величинами  $zh_{ia}(t)$  можно понимать расходы вуза на проведение рекламной кампании по привлечению студентов к поступлению в вуз по  $i$ -й специальности, размер стипендии для студентов  $i$ -й специальности, надбавки к стипендии за хорошую и отличную учебу, размер оплаты одного года обучения для студентов-контрактников.

Изменения численного состава студентов из-за отчисления некоторых из них за неуспеваемость, ухода в академический отпуск и по иным причинам, а также непрогнозируемые изменения потребностей отраслей экономики в специалистах служат примером объяснения явной зависимости показателя  $h_i$  от времени.

Для показателя  $q_{is}$ , характеризующего, например, лабораторное оборудование, под величинами  $zq_{isu}(t)$  можно понимать средства, выделяемые на поддержание оборудования в рабочем состоянии, закупку новой техники, повышение квалификации преподавателей. Показатели  $q_{is}$  в той или иной степени могут зависеть от мотивации труда преподавателей, а, значит, – от их заработной платы. Явная зависимость  $q_{is}$  от времени может быть связана с постепенным физическим старением оборудования и объективным ростом требований к  $s$ -му фактору учебного процесса.

Величина денежных средств, направленных вузом за период времени  $t$  на повышение показателей организации учебного процесса получается суммированием:

$$zq(t) = \sum_{i=1}^C \sum_{s=1}^{f_i} \sum_{u=1}^{U_{is}} zq_{isu}(t). \quad (4)$$

На основе величин  $zh_{ia}(t)$ , связанных с показателем  $h_i$  может быть получена следующая сумма:

$$zh(t) = \sum_{i=1}^C \sum_{a=1}^{A_i} zh_{ia}(t) N_{ia}(t), \quad (5)$$

в которой  $N_{ia}(t)$  – численный параметр, соответствующий финансовым средствам  $a$ -го типа для студентов  $i$ -й специальности (например, если  $a$ -м типом финансовых средств являются расходы на выплату стипендии студентам  $i$ -й специальности, то  $N_{ia}(t)$  есть число студентов, получающих стипендию, а  $zh_{ia}(t)$  – размер стипендии). Условимся брать величины  $N_{ia}(t)$  со знаком плюс, если средства  $zh_{ia}(t)$  представляют собой затраты вуза на обеспечение учебного

процесса, и со знаком минус, – если  $zh_{ia}(t)$  составляют доходную часть бюджета вуза. Выбор знаков следует из уравнения баланса финансовой деятельности вуза (см. далее по тексту).

Пусть, например,  $zh_{i1}(t)$  – величина годовой платы за обучение, взимаемая с одного студента (доход вуза), тогда  $N_{i1}(t)$  – взятое со знаком минус число студентов-контрактников  $i$ -й специальности, получающих платное образование. Для таких величин  $zh_{ia}(t)$ , как расходы вуза на проведение рекламной кампании по привлечению студентов к поступлению в вуз по  $i$ -й специальности, будем полагать  $N_{ia}(t) = 1$ .

Финансовое управление учебным процессом осуществляется через задание величин  $zh_{ia}$  и  $zq_{isu}$ . Математическая модель вуза и результаты, полученные при ее использовании, в существенной мере определяются тем, какие статьи бюджета включены в состав финансовых средств  $zh_{ia}$  и  $zq_{isu}$ , а какие – нет.

Уравнение баланса финансовой деятельности вуза может быть представлено в следующем виде

$$S_0(t) + \sum_{i=1}^C zh_{i1}(t) |N_{i1}(t)| = \sum_{i=1}^C \sum_{a=2}^{A_i} zh_{ia}(t) |N_{ia}(t)| + zq(t) + S(t) + R(t) - R(0), \quad (6)$$

где в явной форме выделены средства, полученные вузом за период времени  $t$  от студентов, оплачивающих свое образование. В левой части уравнения содержатся слагаемые, которые отражают доход вуза за период времени  $t$ , а в правой части – слагаемые, отражающие расходные статьи бюджета, а также разность  $R(t) - R(0)$  между средствами, зарезервированными на моменты времени  $t$  и  $t = 0$ . В (6):  $S_0(t)$  – общий доход вуза в течение периода времени  $t$  по всем статьям за исключением средств (5),  $S(t)$  – прочие затраты. В состав дохода  $S_0(t)$  входят бюджетные средства на оплату обучения студентов, занимающих места, предоставленные вузу государством. Прочие затраты

$$S(t) = \sum_{k=1}^K S_k(t), \quad (7)$$

где  $K$  – число видов затрат, включают в себя фактический фонд заработной платы сотрудников вуза (без учета зарплаты преподавателей), расходы на поддержание основных фондов и капитальное строительство, оплату коммунальных услуг, средства на развитие вузовской науки и социальной сферы и другие виды затрат, предусмотренные сметой вуза.

Перенесем слагаемое (5) из левой части уравнения (6) в правую часть и объединим его с первым слагаемым правой части, тогда с учетом определения знака величины  $N_{i1}(t)$  получим сумму (4). Вводя обозначение

$$z(t) = zh(t) + zq(t), \quad (8)$$

перепишем уравнение баланса (6) в следующем виде:

$$S_0(t) = z(t) + S(t) + R(t) - R(0). \quad (9)$$

Некоторые статьи прочих затрат в сумме (7) являются обязательными к исполнению, определены по величине и пересмотру практически не подлежат. К

таким статьям следует отнести фонд зарплаты, расходы на проведение безотлагательных работ по восстановлению основных фондов, оплату энергоносителей и ряд других. Тем не менее, при фиксированном значении  $S_0(t)$  величина средств  $z(t)$ , направляемых на улучшение показателей учебного процесса, может в некоторых пределах  $[z_{\min}(t), z_{\max}(t)]$  варьироваться, что хорошо известно из вузовской практики.

С другой стороны, величины  $zh_{ia}$  и  $zq_{isu}$  ограничены своими максимальными и минимальными значениями:

$$zh_{ia}^{\min}(t) \leq zh_{ia}(t) \leq zh_{ia}^{\max}(t) \text{ и } zq_{isu}^{\min}(t) \leq zq_{isu}(t) \leq zq_{isu}^{\max}(t).$$

В самом деле, величина заработной платы, размер стипендии, затраты на приобретение учебного оборудования и литературы, рекламные расходы на информирование абитуриентов о вузе и другие затраты должны иметь обоснованные верхние и нижние пределы.

Границы  $zh_{ia}^{\min}(t), zh_{ia}^{\max}(t), zq_{isu}^{\min}(t), zq_{isu}^{\max}(t)$  не являются точно определенными, как это видно из только что приведенных примеров, и сами по себе служат предметом для самостоятельных исследований. Эти границы могут определяться, например, методом экспертных оценок.

Создаваемая модель вуза предназначена в первую очередь для того, чтобы при условии  $z(t) \in [z_{\min}(t), z_{\max}(t)]$  и прочих условиях найти оптимальное с точки зрения максимизации показателя  $y(t)$  распределение финансовых средств  $z(t)$  по отдельным статьям расхода  $zh_{ia}(t)$  и  $zq_{isu}(t)$ . Таким образом, модель оптимального финансового управления организацией учебного процесса может быть представлена в следующем виде:

$$y(t) \rightarrow \max_{zh_{ia}, zq_{isu}},$$

$$zh_{ia}^{\min}(t) \leq zh_{ia}(t) \leq zh_{ia}^{\max}(t),$$

$$zq_{isu}^{\min}(t) \leq zq_{isu}(t) \leq zq_{isu}^{\max}(t), \quad (10)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^C \left[ \sum_{s=1}^{f_i} \sum_{u=1}^{U_{is}} zq_{isu}(t) + \sum_{a=1}^{A_i} zh_{ia}(t) N_{ia}(t) \right],$$

$$z(t) \in [z_{\min}(t), z_{\max}(t)].$$

В такой постановке данная модель может быть сведена к задаче, решаемой методами математического программирования. Она может быть существенно упрощена, предположением, что величины  $h_i$  не зависят от средств  $zh_{ia}(t)$ , и отнесением расходов на рекламную информацию для абитуриентов об имеющихся и новых специальностях к числу обязательных расходов вуза.

Итак, будем считать, что на значения показателей  $h_i$  нельзя повлиять посредством тех или иных финансовых вложений. Показатели  $h_i$  отражают лишь количественное соотношение между потребностями отрасли в

специалистах и их подготовкой и носят констатирующий характер, а итоговый критерий  $y(t)$  от величин  $zh_{ia}(t)$  не зависит.

Если к тому же величины  $q_{is}$  являются линейными функциями своих аргументов  $zq_{isu}(t)$ , то в силу формулы (1) критерий  $y(t)$  также является линейной функцией  $zq_{isu}(t)$ , и, следовательно, решение задачи (10) может быть выполнено средствами линейного программирования.

Важно уточнить еще раз смысл времени  $t$  и показателей  $h_i(t)$ ,  $q_{is}(t)$ . Под моментом времени  $t$  может пониматься дата окончания студентами вуза. В этом случае показатели  $h_i(t)$ ,  $q_{is}(t)$  отражают особенности организации учебного процесса на протяжении всего периода обучения выпускников. Тем самым влияние на показатели  $h_i(t)$ ,  $q_{is}(t)$  ошибочного финансового управления, имевшего, например, место в одном из семестров, будет нивелировано за весь период обучения студентов в вузе (об этом упоминалось выше).

Если же анализируется состояние организации учебного процесса на текущий момент времени  $t_0$  и рассматривается финансовое управление в предстоящий период времени  $[t_0, t]$ , то момент времени  $t$  следует, как правило, соотносить с окончанием указанного семестра или учебного года (или началом следующего за ним семестра или учебного года). Действительно, изменения в организации учебного процесса, обусловленные соответствующими финансовыми вложениями в текущем семестре, происходят, как правило, с запозданием – в начале следующего семестра. Это относится, прежде всего, к обеспечению учебного процесса преподавательскими кадрами, к влиянию величины устанавливаемой стипендии на успеваемость студентов, в существенной мере – к обеспечению учебного процесса лабораторным оборудованием, компьютерной техникой и программными средствами, учебно-методической литературой и т. п.

Чтобы сформулировать постановку задачи моделирования процесса аудита финансовых потоков ВУЗа, необходимо перейти к абсолютным характеристикам финансирования учебного процесса. Для этого сделаем следующее.

Объем  $z(t)$  финансирования учебного процесса за период времени  $[t_0, t]$  может по тем или иным причинам изменяться. Изменение величины  $z(t)$  вызовет изменение итогового показателя  $y(t)$  работы системы (вуза), адекватное условиям, в которых осуществляется тактическое управление. То есть показатель  $y(t)$  является не только функцией времени, но и функцией финансовых вложений  $z(t)$ , а, значит, можно записать  $y = y(t, z(t))$ .

Возникает закономерный вопрос: не окажется ли оптимальное управление для нового (большого или меньшего) значения  $z(t)$  при прочих равных условиях в том или ином смысле более эффективным, чем для предыдущего значения, с учетом изменения величины  $y(t, z(t))$ ?

Чтобы дать ответ на этот вопрос заметим, что при отсутствии финансирования, то есть при  $z(t)=0$ , величина итогового показателя работы

системы упадет за промежуток времени  $[t_0, t]$  от начального значения  $y_0 = y(t_0, z(t_0))$  до минимального уровня  $y^* = y(t, z(t))$ . С ростом  $z(t)$  от нулевого значения (при фиксированном промежутке времени  $[t_0, t]$  показатель  $y = y(t, z)$  должен, вообще говоря, возрастать. Во всяком случае, функция  $y = y(t, z)$  должна быть неубывающей ( $dy/dt \geq 0$ ). В самом деле, любое конструктивное финансирование учебного процесса только способствует увеличению показателя  $y = y(t, z)$  либо к моменту времени  $t$ , либо вслед за ним (последнее – в случае опережающего, перспективного финансирования при наличии запаздывания между вложением средств и изменением функции  $y = y(t, z)$ ). Вряд ли финансирование само по себе может привести к разрушительным последствиям.

Будем исходить из упрощающего предположения о заблаговременном поступлении финансовых средств, при котором эффективность финансирования на указанном выше промежутке времени оказывается максимально возможной по величине. В этом предположении критерий  $y(t, z)$  будет зависеть только лишь от величины  $z(t)$  финансовых поступлений.

Обозначим через  $z_0$  наименьшую величину финансовых средств, необходимых для поддержания показателя  $y(z)$  работы системы на исходном уровне  $y_0 = y(z_0)$ .

Абсолютной эффективностью финансирования системы в объеме  $z$  за указанный период времени называют отношение

$$H(z) = \frac{y(z) - y^*}{z}, \quad (11)$$

которое представляет собой тангенс угла наклона (к оси абсцисс) прямой, соединяющей точку  $(0, y^*)$  и текущую точку  $(z, y)$ . В числителе (11) взято приращение функции  $y(z)$  относительно значения  $y^*$ , поскольку именно значение  $y^*$  соответствует отсутствию финансирования  $z=0$ .

Поэтому отношение  $H(z)$  действительно характеризует эффективность финансирования, так как показывает прирост показателя  $y(z)$  на единицу вложенных средств за время  $t-t_0$ . Очевидно, что для точки  $z=0$  определение (11) примет вид производной  $H(0) = dy(0)/dz$ .

Номинальной абсолютной эффективностью финансирования называют величину

$$H_0 = H(z_0) = \frac{y_0 - y^*}{z_0}, \quad (12)$$

являющуюся эффективностью такого финансирования, которое позволяет сохранить показатель функционирования системы за время  $t-t_0$  неизменным  $y(t)=y(0)$ .

Абсолютные эффективности финансирования (11) и (12) позволяют ввести относительную эффективность финансирования системы

$$OH(z) = \frac{H(z)}{H_0}. \quad (13)$$

Теперь ясно виден общий принцип выбора величины  $z(t)$ , а именно, – заблаговременное вложение средств  $z(t)$  должно обеспечивать к моменту времени  $t$  максимальную (в смысле достижения экстремумов) абсолютную эффективность финансирования системы при  $z \in [0, \infty]$

$$H_{\max} = H(z_{opt}) = \max_{z \in [0, \infty]} H(z) \quad (14)$$

или, что то же самое, – максимальное значение относительной эффективности финансирования

$$OH_{\max} = OH(z_{opt}) = \max_{z \in [0, \infty]} OH(z), \quad (15)$$

где  $z_{opt}$  – оптимальные значения объема финансирования, при которых достигаются локальные максимумы (в данном случае – экстремумы) функций  $H(z)$  и  $OH(z)$ . Легко понять, что  $OH(z_0)=1$ ,  $OH(z_{opt})>1$ .

Величина  $z_{opt}$  может быть как больше, так и меньше  $z_0$ . В частности, вполне допустимо, что  $z_{opt} = 0$ . Величина  $z_{opt}$  может иметь несколько дискретных значений и/или принимать значения из некоторого кусочно-непрерывного множества. В последнем случае, если для любого  $z$ , принадлежащего некоторому отрезку  $[z_i, z_{i+1}]$ , выполняются условия (14), (15), то в качестве оптимального, вообще говоря, следует выбирать максимальное значение  $z$  на этом отрезке, то есть  $z_{opt} = z_{i+1}$ , поскольку именно максимальное значение  $z_{i+1}$  обеспечивает наивысший показатель  $y$  при одной и той же эффективности финансирования.

Задачу аудита финансового обеспечения учебного процесса можно сформулировать следующим образом: для заданной величины приращения величины относительного финансирования  $\Delta OH$  определить возможные причины ее возникновения. Другими словами необходимо узнать как учебный процесс (или деятельность вуза вообще) влияют на изменение финансирования!

Эта задача относится к классу задач с обратными вычислениями. Методика ее решения сводится к последовательному движению назад по причинно-следственным цепочкам связей, введению приращений аргументов, от которых

зависят функции эффективности, формулированию и решению задач нахождения значений приращений аргументов при выполнении соответствующих ограничений на связи между последними. Простейшие (не оптимизационные) подходы рассмотрены Б.Е. Одинцовым в [8]. По нашему мнению использование введенного класса задач в управленческой деятельности позволит руководству ВУЗа принимать более обоснованные решения.

В настоящей статье:

Проанализирована модель оптимального финансового управления ВУЗом.

Предложена постановка задачи оценки влияния изменений в учебном процессе на изменение финансовых потоков.

Предложен подход к ее решению, основанный на идеях теории обратных вычислений.

Направлением дальнейших исследований может быть привязка модели оптимального финансового управления конкретным ВУЗом с разработкой имитационной модели, обеспечивающей аудит финансовых решений, принимаемых руководством ВУЗа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В. Н., Новиков Д. А. Модели и механизмы теории активных систем в управлении качеством подготовки специалистов. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1998. – 234 с.
2. Растринин Л. А. Современные принципы управления сложными объектами. М.: Сов. радио, 1980. – 160 с.
3. Васильев В. Н. Модели управления вузом на основе информационных технологий. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2000. – 189 с.
4. Нестеров В. Л., Радченко В. И. Критерии учебной деятельности вуза // Информатика и образование. 2004. № 3. С. 113–114.
5. Нестеров В. Л., Радченко В. И., Салтынская Г. К. Показатель оптимальности количественного состава выпускников вуза // Информатика и образование. 2004. № 3. С. 127–128.
6. Нестеров В. Л., Радченко В. И. Управление устойчивостью функционирования вуза // Университетское управление: практика и анализ. 2003. № 5–6. С. 103–115.
7. Нестеров В. Л., Радченко В. И. Модель финансового управления учебным процессом вуза // Университетское управление: практика и анализ. - 2004. – № 3(31). С. 68-76.
8. Одинцов Б.Е. Обратные вычисления в формировании экономических решений. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 192 с.



## Visualization of Algebraic Surfaces

Gennadiy Chuyeshov

*Kharkiv Karazin National University, Ukraine*

This paper deals with the visualization of algebraic surfaces in three-dimensional space using ray tracing algorithm. This algorithm makes it possible to reduce the problem to solving a series of algebraic equations of a single variable for each pixel and the main task is to choose the most appropriate and the fastest method. It is shown that the Dekker-Brent method allows to save computation time for certain types of surfaces in comparison with commonly used Chord (Regula Falsi) method. The software, which visualizes algebraic surfaces with the control of intermediate computations, was developed

### Introduction

The problem of visualization of data (i.e. plotting of a three-dimensional image of an object on computer monitor) of scientific investigations has always attracted substantial attention of researchers (see, e.g., [1, 5] and the references therein). In the course of a study a researcher may face with a problem of visualization of different types of data. Sometimes these data can be represented as mathematical functions. In this case visualization techniques depends crucially on a way a function is defined – explicit, implicit or parametric – and on the number of independent variables.

Visualization of an implicitly defined surface (given by an equation of the form  $f(x, y, z) = 0$ ) is quite a commonly arose task in computational mathematics. Nowadays several algorithms are available.

One of these algorithms was written by *Henderson* [7]. Given a point of an implicitly defined surface with full rank Jacobian, the implicit function theorem guarantees that there exists a bijection from some neighborhood in the tangent space onto the surface. Starting from this point on the surface, Henderson's algorithm computes this bijective mapping from a small elliptic region  $L$  of the tangent space using multiple applications of Newton's method. Then the algorithm picks a point on the boundary of the image of  $L$  and computes the mapping onto a small neighborhood of this point. Since the point lies on the boundary of the previously computed region, this mapping always gives new information about the desired surface. A limitation of this algorithm is that it cannot process singular points (i.e. points with degenerated Jacobian).

Another algorithm is called "*Marching Cubes*" and described in the book by Angel [1]. The ground principle of this algorithm is a spatial subdivision into a series of small cubes. The algorithm tests the corner points of each cube and assigns its status ("+" or "-") depending on the sign of the function  $f$  at this point. Then it replaces the cube with an appropriate set of polygons which approximate the surface under construction. Every cube has  $2^8 = 256$  possible combinations of corner status. By [1] the original 256 combinations of corner status can be resolved down to a total of 15

combinations; with this number it is easy to create pattern polygon sets. The union of all the polygons generated will be an approximation of the desired surface. This method is convenient and mainly applies in the case when one recovers a surface from a discrete data array.

The third algorithm is known as the *ray tracing* (see, e.g., Hill [5] or Angel [1]). This is a powerful general tool for rendering surfaces. The key point of this algorithm is as follows. Rays of light are traced from an eye back through a screen into a scene. This means that we start from the eye or camera and trace the ray through a pixel of the screen into the scene and determine whether it intersects any object in the scene or not. In other words, the major task is to find out what does the eye sees through every pixel of the screen.

From the computational point of view the main problem arising in an application of the ray tracing is to find ray-object intersection. The solution of this problem highly depends on the class of the surfaces one deals with. Nowadays ray tracing algorithm is used to visualize prisms and surfaces of revolution [6], algebraic [4] and fractal [6] surfaces. On the basis of this algorithm works are underway towards the visualization of other types of objects (see [5]).

This paper deals with visualization of a class consisting of implicit algebraic surfaces in three-dimensional space, i.e. the surfaces given by an equation of the form  $P(x, y, z) = 0$ , where  $P$  is polynomial with real coefficients. Due to the idea of ray tracing algorithm instead of this equation we can consider the equation of intersection between the ray and the surface which can be transformed to the algebraic equation  $P^*(t) = 0$ , where  $P^*(t)$  is the polynomial of a single variable constructed from  $P$ . Highly developed and numerous methods for solving of algebraic equations are available (see, e.g., [3, 10, 11, 13]). And the main task is to choose the most appropriate and the fastest method. In this paper we use Dekker-Brent method (see, e.g., [3, 10, 11]). As our computations show, it makes possible to save computation time for certain types of surfaces in comparison with Chord (Regula Falsi) method (see, e.g., [10, 11, 13]) used by Hanrahan in [4].

## 1. Ray Tracing

This section deals with the ray tracing algorithm and its application to visualization of implicit surfaces. The particularities of this algorithm are explained in details.

**1.1. Algorithm.** Consider a screen (see Fig. 1) as a two-dimensional array of pixels in the space. A pixel is a rectangle-shaped unit which may be assigned only one color at a time and its color is the color of the light ray that passes from the object, through that pixel, into the eye. Ray is a theoretically infinite semi-line used for modeling a thin beam of light which starts in one point and extends in one direction. The algorithm starts by shooting rays from the eye through each pixel of the screen, determining all the objects that intersect the ray, and finding the nearest of those intersections for each ray. To find ray-object intersections we must put the parametric representation for the ray into the equation for the object and determine whether there exists a real solution of the equation obtained. If this solution exists then there is an intersection and we must choose the closest point of intersection (e.g. point  $H$  on Fig. 1). The algorithm shoots several rays from this point of intersection in order to

see (i) what objects are reflected at that point; (ii) what objects may be seen through this point; and (iii) which light sources are directly visible from that point. These additional rays are called *secondary rays* as distinct from the original, *primary ray*. The secondary rays which are sent towards the light sources to determine if any object occludes the intersection point are called *shadow rays*. On Fig. 1 one can see a primary ray sent from point  $E$  through the screen into the scene where it intersects *Object 1* at point  $H$ . There are also two shadow rays sent from point  $H$  to the light sources  $L_1$  and  $L_2$ .

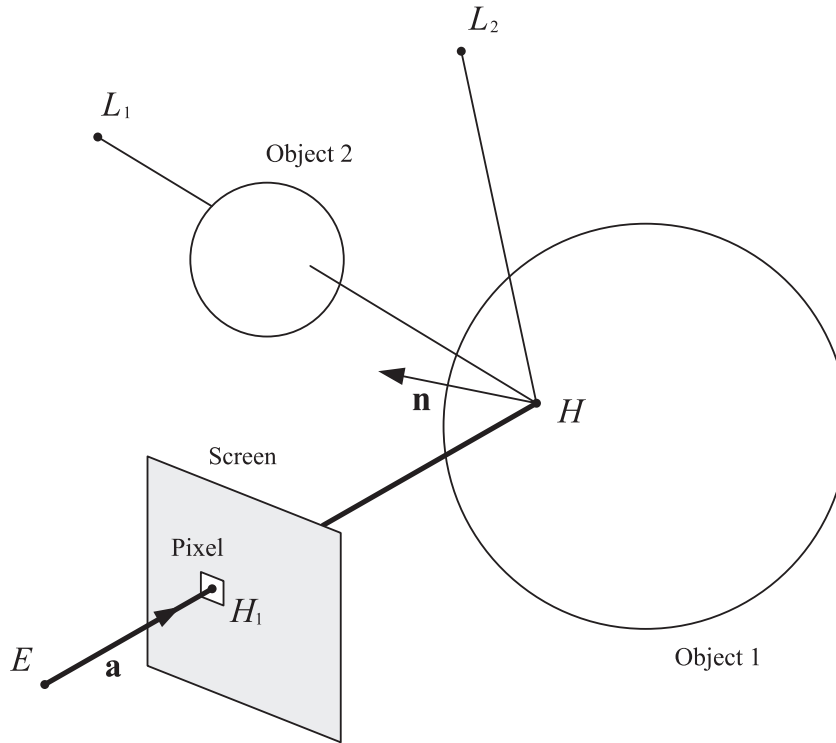


Figure 1. Ray Tracing.

It should be noted that it is more correct to refer to ray tracing algorithm as *backward* ray tracing algorithm. The point is that light rays, in fact, travel from light sources to an eye, but not from the eye of a viewer to the light source as it is assumed in the ray tracing algorithm. However we will neglect this difference and will use term "ray tracing" in the description of the method of following light from an eye to a light source.

**1.2. Rays.** As it was stated above a ray is an infinite semi-line used for modeling a thin beam of light which starts in one point and extends in one direction. Thus to describe a ray we can use the following parametric representation

$$\begin{cases} x(t) = x_s + d_x t, \\ y(t) = y_s + d_y t, \\ z(t) = z_s + d_z t, \end{cases} \quad (1)$$

where  $(x_s, y_s, z_s)$  are coordinates of the point  $H_1$  which is the starting point of the ray,  $(d_x, d_y, d_z)$  are coordinates of the unit vector  $a$  which is the direction of the ray and  $t$  is a positive parameter (see Fig. 1).

**1.3. Implicit Surfaces.** Let  $f$  be a continuous scalar function defined on a domain  $D \subseteq \mathbb{R}^3$ . The *implicit surface*  $S$  generated by the function  $f$  is the locus of points at which the function takes on the value zero, i.e.

$$S = \{(x, y, z) \in D : f(x, y, z) = 0\}. \quad (2)$$

As mentioned in the previous subsection to find a ray-surface intersection we must put the parametric representation for the ray, namely (1), into the equation for the surface, namely  $f(x, y, z) = 0$ . This yields the following equation

$$f(x_s + d_x t, y_s + d_y t, z_s + d_z t) = 0 \quad (3)$$

with respect to a single variable  $t$ . Thus on the semi-axis  $\mathbb{R}_+$  we have the equation

$$g(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+ \quad (4)$$

where  $g(t) = f(x_s + d_x t, y_s + d_y t, z_s + d_z t)$ .

The next step is to determine whether there exists a root of equation (4), because if there are no real roots of this equation then the ray does not intersect the surface. It is natural to restrict the visualization of a surface to some volume which presents a part of the real space (this volume is user-defined and lies behind the screen). In further considerations we call this volume as *extent*. Here two types of the extents are involved: a parallelepiped and a sphere. As these extents are convex, a ray may intersect any of them through an interval only and it is quite easy to calculate the end points of this interval,  $t_{in}$  and  $t_{out}$  where  $0 \leq t_{in} \leq t_{out}$ . Surely, the interval  $[t_{in}, t_{out}]$  depends on the parameters of the ray  $(x_s, y_s, z_s, d_x, d_y, d_z)$ . For every ray we first check whether it intersects the extent and if it does, we then determine  $t_{in}$  and  $t_{out}$ . The task is now to check whether this ray intersects the surface. If the ray intersects the surface, then the parameter  $t_0$  of the intersection point lies between  $t_{in}$  and  $t_{out}$ , i.e.,  $t_{in} \leq t_0 \leq t_{out}$ .

Assume that  $\{t_1, \dots, t_k\} \subset [t_{in}, t_{out}]$  are roots of equation (4). It is clear that to visualize the surface we should find a ray-surface intersection which possesses the properties (i) it is situated behind the screen and (ii) it is closest to the screen. The intersection which satisfies these properties corresponds to the smallest solution of (4) from the interval  $[t_{in}, t_{out}]$ , i.e.,

$$t_{\min} = \min_{i=1 \dots k} t_i.$$

Having found this root we can calculate the coordinates  $(x_0, y_0, z_0)$  of the point on the surface by putting this root into equation (1) of the ray. This, in turn, allows us to find the surface normal vector at this point by the following formula

$$\mathbf{n} = \nabla f(x_0, y_0, z_0) \equiv \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

This normal vector is engaged in calculation of intensities of the color components at the point  $(x_0, y_0, z_0)$ .

## 2. Algebraic Surfaces

As it was mentioned in the introduction an algebraic surface is the surface given by an equation of the form

$$P(x, y, z) = 0. \quad (5)$$

where  $P$  is a polynomial with real coefficients. It can be written as

$$P(x, y, z) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l a_{ijk} x^i y^j z^k, \quad a_{ijk} \in \mathbb{R}, \quad (6)$$

where  $n + m + l = d$  and  $d \equiv \deg(P)$  is the degree of the polynomial  $P$ . Thus equation (5) has the following form

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l a_{ijk} x^i y^j z^k = 0. \quad (7)$$

After substitution of the parametric representation (1) for the ray into (6) we obtain the polynomial

$$P^*(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l a_{ijk} (x_s + d_x t)^i (y_s + d_y t)^j (z_s + d_z t)^k \equiv \sum_{i=0}^d p_i t^i \quad (8)$$

of a single variable  $t$  with real coefficients  $p_i$ . Thus from (7) we get the equation

$$\sum_{i=0}^d p_i t^i = 0, \quad t \in [t_{in}, t_{out}], \quad (9)$$

where  $[t_{in}, t_{out}]$  is the ray-extent intersection interval.

According to previous section the problem is now to find  $t_{min}$ , i.e. to find the smallest root of equation (9) on the specified interval. We solve this problem in two steps:

1. *Root Isolation*. This step allows us to find an interval (if it exists), where  $t_{min}$  is isolated, i.e. an interval, where equation (9) has the only root  $t_{min}$ .

2. *Root-Finding* is calculates a prescribed approximation of  $t_{min}$  in an isolating interval (provided this interval exists and we have found it).

**2.1. Root Isolation.** To isolate the root we involve *Descartes' Sign Rule* [2] – a method of determining the maximum number of positive real roots of a polynomial.

The idea of this method is as follows.

Let  $a = (a_0, \dots, a_n)$  be a sequence of real numbers and let  $a' = (a'_0, \dots, a'_m)$  be the subsequence of non-zero elements of  $a$ . Then the number  $\text{var}(a)$  of variations in  $a$  is the number of integers  $i$  such that  $0 \leq i < m$  and  $a'_i a'_{i+1} < 0$ .

Let  $A(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  be a real polynomial. It is uniquely determined by a string  $a$  of its coefficients  $a_0, \dots, a_n$ . We define  $\text{var}(A)$  as  $\text{var}(a)$ .

Descartes' Sign Rule asserts that the number of positive real roots (taking into account their multiplicity) of a real polynomial  $A$  is equal to  $\text{var}(A) - 2k$ , where  $k$  is a non-negative integer. In other words, a number of allowable roots can be  $\text{var}(A)$ ,  $\text{var}(A) - 2$ ,  $\text{var}(A) - 4$  and so on. We emphasize that this rule is applicable on the positive semi-axis.

In the implementation of Descartes' Sign Rule in our problem we should first transform the polynomial  $P^*$  to another one, which defined on  $\mathbb{R}_+$ , but not on  $[t_{in}, t_{out}]$ . Below for the sake of simplicity we denote  $a = t_{in}$ ,  $b = t_{out}$ .

We first consider the polynomial

$$A^{(1)}(x) = P^*(x(b-a) + a).$$

If  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  are the roots of  $P^*$  such that  $\alpha_i \in [a, b]$  for  $1 \leq i \leq k$ , then

$$\alpha'_1 = \frac{\alpha_1 - a}{b - a}, \dots, \alpha'_k = \frac{\alpha_k - a}{b - a}$$

are the roots of  $A^{(1)}$  from the interval  $[0, 1]$ . In order to avoid the consideration of the roots which are greater than one we further transform  $A^{(1)}$  into the polynomial

$$A^{(2)}(x) = (x+1)^n A^{(1)}\left(\frac{1}{x+1}\right).$$

It is easy to see that  $a + \beta_1(b-a), \dots, a + \beta_l(b-a)$  are the roots of  $P^*$  from the semi-interval  $(a, b]$  if and only if  $\beta_1^{-1} - 1, \dots, \beta_l^{-1} - 1$  are the positive real roots of  $A^{(2)}$ .

We consider the following cases.

1. **The case when  $\text{var}A^{(2)} = 0$ .** In this case according to Descartes' Sign Rule there is no positive roots of  $A^{(2)}$ . Hence there are no roots of  $P^*$  on  $[t_{in}, t_{out}]$ . It means that the ray does not intersect the surface.

2. **The case when  $\text{var}A^{(2)} = 1$ .** We obviously have a single positive root of  $A^{(2)}$ , which implies that  $P^*$  has only one root on  $[t_{in}, t_{out}]$ .

3. **The case when  $\text{var}A^{(2)} \geq 2$ .** We cannot determine the exact number of roots, but we can bisect  $[t_{in}, t_{out}]$  and consider two subintervals separately. Since we need the smallest root we can apply this technique to the same polynomial, but on the left subinterval first, and only if there are no roots we can switch to the right one.

Thus after a number of steps we can determine whether there exist roots of  $P^*$  in  $[t_{in}, t_{out}]$  and if they exist, find an interval containing the smallest one.

**2.2. Root-Finding.** To find a prescribed approximation of  $t_{min}$  we use the *Dekker-Brent method* as it was described in [3, 10, 11]. The Dekker-Brent method combines the bisection and some more advanced root-finding algorithm (either quadratic interpolation or secant). On each step this method operates with three abscissas  $a$ ,  $b$  and  $c$ , where

- $b$  is the latest and the closest approximation of the root;
- $a$  is the previous approximation;

- $c$  is either previous or even an older approximation (it is possible that  $a = c$ ).

Using the values of the polynomial in  $a$ ,  $b$  and  $c$  and involving either the inverse quadratic interpolation method<sup>1</sup> (if  $a \neq c$ ) or the secant method (when  $a = c$ ), we obtain an approximation  $b^*$  of the root.

The key of the Dekker-Brent method is that we take  $b^*$  as the next approximation of the root *only* if the following criteria hold:

$$|b^* - b| < \frac{3}{4}|c - b| \quad \text{and} \quad |b^* - b| < \frac{1}{2}|b - a|.$$

Otherwise instead of  $b^*$  we take  $\frac{1}{2}(b + a)$  following the bisection method. Then we take new  $b' = b^*$ ,  $a' = b$  and  $c'$  we keep the same if  $P^*(c)P^*(b') \leq 0$  otherwise we take  $c' = a'$ . We stop our process when

$$|P^*(b)| \leq \varepsilon_m \quad \text{or} \quad |c - b| \leq 4\varepsilon \max\{|b|, 1\}$$

where  $\varepsilon_m$  is the machine precision and  $\varepsilon \geq \varepsilon_m$  is the prescribed tolerance. Ideally, to find the best approximation for the root we should take  $\varepsilon = \varepsilon_m$ , but in our case we choose the tolerance  $\varepsilon$  empirically basing on the quality of image.

As it is mentioned in [3, 10, 11] numerous computer experiments have shown that Dekker-Brent method has a faster convergence in comparison with the customary methods. The point is that this method combines the sureness and the universality of the standard bisection method with relatively fast convergence of the secant or the quadratic interpolation method. Our own comparative computations (see Fig. 2) have shown that the Dekker-Brent method in most cases works faster then the Regula Falsi<sup>2</sup> (false position) and Bisection method. In our computations we have measured how much time<sup>3</sup> did it take the program to build the preview<sup>4</sup> image of the surface using three different methods. Analysis of the table on Fig. 2 shows that Dekker-Brent method allows us to save up to 1-2% of computation time in comparison with Regula Falsi method and up to 2-3% in comparison with Bisection method. Moreover, it is well-known (see, e.g. [10]) that Regula Falsi can sometimes be fooled. The following computational experiment was performed. A surface which is defined by 10<sup>th</sup> degree polynomial (Barth Decic [14], see Fig. 13) was built using three different methods: Dekker-Brent, Bisection and Regula Falsi. The 1000 iteration threshold was set. If the number of iterations exceeds this threshold the execution of calculations is terminated unless required accuracy ( $10^{-6}$ ) is reached. As a result of this experiment the image built using Regula Falsi method had defects in some regions (cf. Fig. 3 and Fig. 4). However, these defects were detected neither in other two images nor in the image from [14]. The point is that in the course of calculation polynomials of the form

<sup>1</sup> Inverse interpolation is a convenient tool in root-finding procedures because it leads to the explicit formula for the root (to obtain the root all we need is to calculate the value of interpolation polynomial at zero).

<sup>2</sup> In Russian mathematical literature this method is known as the Chord method (see, e.g., [13]).

<sup>3</sup> One should bear in mind that the time strictly depends on the power of the CPU which has been used for the computations. In our case it was Intel Celeron CPU 1133 MHz.

<sup>4</sup> Preview image is an image visualized without illumination (cf. Fig. 6 and Fig. 7).

represented on Fig. 5 arises. It is known [10] that for this kind of polynomials Regula Falsi requires too many iterations and it looks that in our case 1000 iterations is not enough for Regula Falsi.

Thus Dekker-Brent method is more appropriate for visualization of algebraic surfaces in comparison with Bisection and Regula Falsi methods.

Surface	Bisection Method	Chord Method (Regula Falsi)	Dekker-Brent Method
<b>Barth Sextic</b> (Fig. 9)	7m 44s (464s)	7m 37s (457s)	7m 37s (457s)
<b>Cusp Catastrophe</b> (Fig. 10)	1m 55s (115s)	1m 54s (114s)	1m 54s (114s)
<b>Torus</b> (Fig. 11)	4m 18s (258s)	4m 17s (260s)	4m 15s (255s)
<b>Pillow/Tooth Object</b> (Fig. 12)	1m 56s (116s)	1m 55s (115s)	1m 54s (114s)
<b>Bernoulli Lemniscate</b> <sup>5</sup> (see, e.g., Fig. 6 or 7)	4m 08s (248s)	4m 07s (247s)	4m 05s (245s)
<b>Tanglecube</b> (Fig. 14)	4m 03s (243s)	4m 01s (241s)	3m 59s (239s)

Figure 2. Comparative Computations. (Conditions: resolution is  $1024 \times 768$  and antialiasing is on)

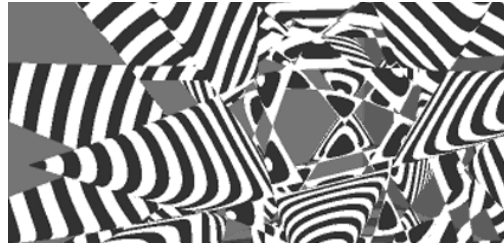


Figure 3. Dekker-Brent Method.

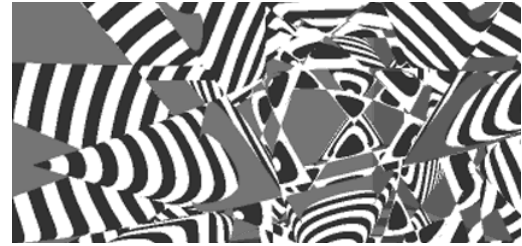


Figure 4. Chord (Regula-Falsi) Method.

### 3. Software

To test and put to practical use described above algorithms the following software was developed. The programming language used for the development of these programs was C++ (see, e.g., [12]). These programs were built using *Microsoft Visual C++ .NET 2003*.

**3.1. RAY.** This program implements the algorithms described in Sections 1 and 2. To input the surface into the program we need to represent it in form (6). In other words, input data looks like a sequence of vectors

$$\left\{ (i, j, k, a_{ijk}) \right\}_{i=0, j=0, k=0}^{i+j+k \leq d}, \quad (10)$$

<sup>5</sup> The surface defined by the equation  $(x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2 - z^2) = 0$ ,  $a = 2.7$ .



where each vector corresponds to the term  $a_{ijk}x^i y^j z^k$  in the expression (6). It must be mentioned that additionally to the equation of the surface we input such data as extent parameters, material of the surface (i.e. its texture and optical properties), positions, constraints and intensities of the light sources, position of the viewer, position and constraints of the screen and so on.

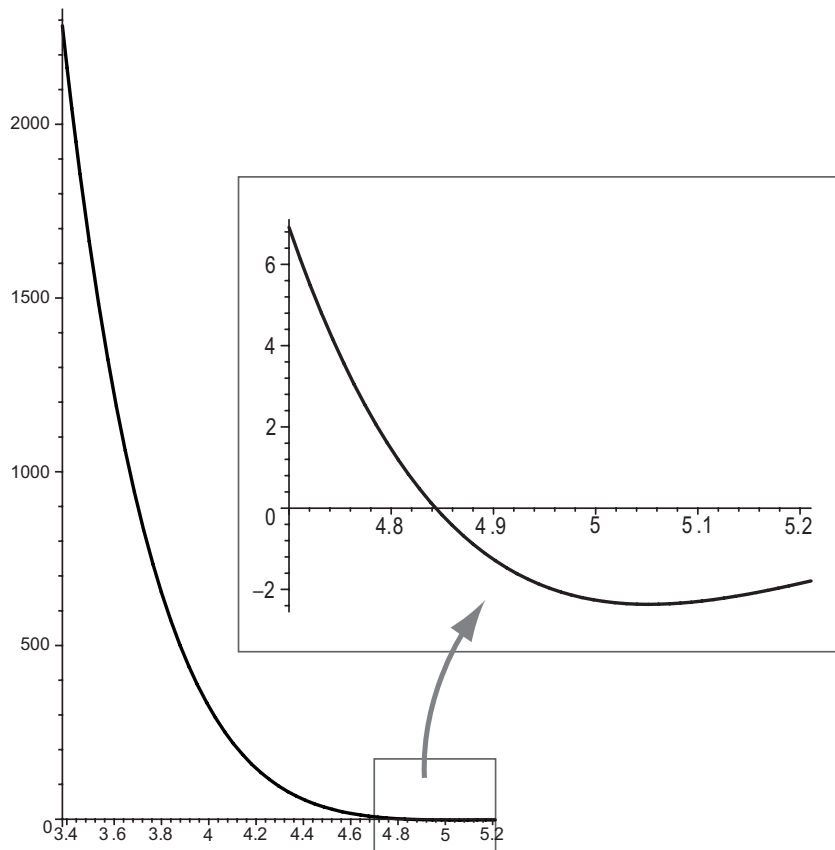


Figure 5. Polynomials arising in the course of the ray tracing of a Barth Decic [14].

According to Section 2 using (10) the algorithm constructs a polynomial  $P^*(t)$  for each ray. Either to construct this polynomial or to carry out the transformations of the polynomial to isolate the root as it was described in Subsection 2.1 this program involves appropriate symbolic methods. All these symbolic methods are constructed from the following operations implemented in this program: the sum and the product of two univariate polynomials and the calculation of the coefficients of binomials of the form  $B_n(t) = (at + b)^n$ . Then using the ray tracing algorithm and the numerical methods described in Subsections 2.1 and 2.2 the program builds an image of the surface on the screen.

This image can be saved as *Windows Bitmap*, the standard Microsoft Windows format for raster images. User also can choose either to perform the computation of illumination or visualize the surface without performing these computations. To understand this feature compare Fig. 6, where the computation of illumination were

not performed (*preview mode*) with Fig. 7, where performed the full set of computations. It should be noted that computation of illumination takes a lot of time: approximately 100 times more for the image on Fig. 7, than for the image on Fig. 6. We have such difference because we need to compute the shadows and it is the most time-consuming part of the process of computation. The point is that to compute the shadows we need to shoot 50 secondary rays towards the light sources from each visible reference point on the scene. In our model we have two area light sources which are represented by uniformly distributed point light sources (25 points in each area light source). Moreover we need to compute the intensities of the color components of the reflected light for each visible reference point on the scene.

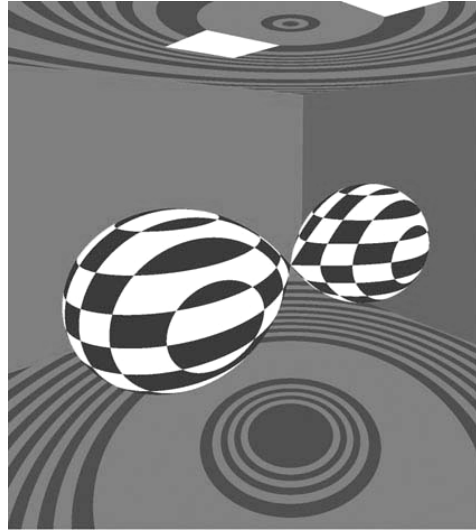


Figure 6. Preview Mode On.

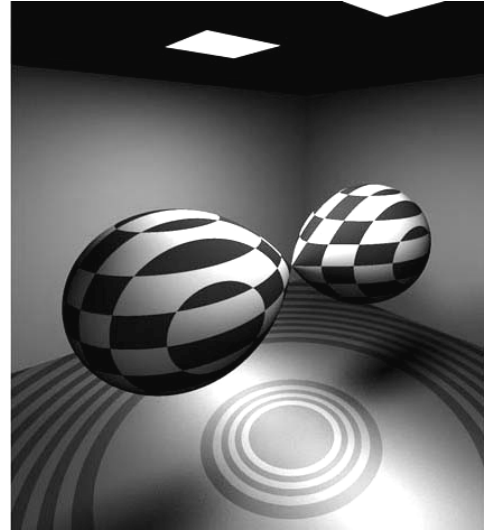


Figure 7. Preview Mode Off.

Thus the preview mode is very useful feature because if we are carrying out an intermediate visualization to adjust the parameters of the surface or an extent the preview image is informative enough to make a conclusion so there is no need to perform the computation of the illumination model.

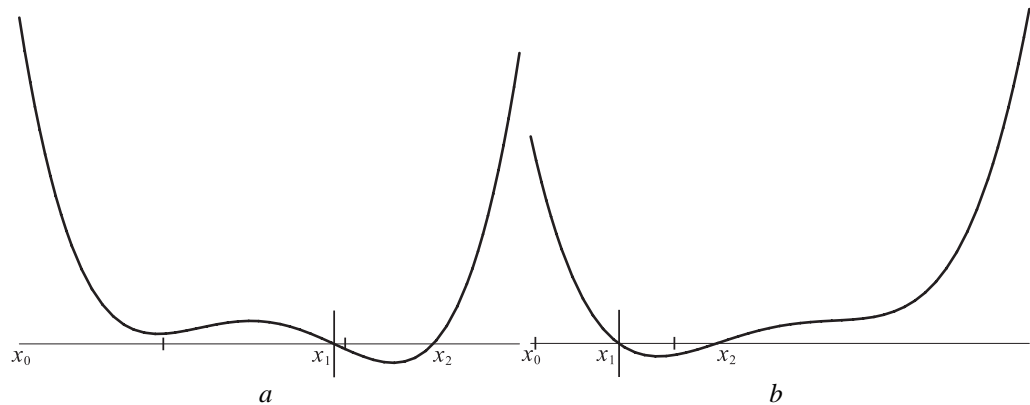


Figure 8. Polynomials arising in the course of the ray tracing of a torus.

**3.2. ZEROFIND.** This program is an additional tool developed for analyzing and testing the numerical methods we have used. Given an equation of the surface (sequence of vectors), a ray and an interval  $[t_{in}, t_{out}]$ , this program plots the graph of the  $P^*(t)$  on  $[t_{in}, t_{out}]$ , then calculates an isolating interval for  $t_{min}$  using described above algorithm, marks the end points of this interval on the axis and, finally, marks an approximation of  $t_{min}$  obtained via Dekker-Brent root-finding algorithm.

This program is very useful because for each ray we can either to see how the plot of the  $P^*(t)$  looks like or to trace the behavior of the numerical methods (root isolating and root-finding). We use this tool to check the correctness of our computations on intermediate steps. This checking is necessary because a "jump" of the smallest root to another is possible for some directions of rays. For instance, in the course of the ray tracing of a torus may appear the picture shown on Fig. 8.

Our trial computations show that if we apply Newton's method to the polynomial shown on Fig. 8(a), from the point  $x_0$ , then we can "catch" the root  $x_2$  instead of the smallest root  $x_1$ . This is not the case for the polynomial on Fig. 8(b).

#### 4. Images

Equations for visualization of the surfaces in Figures 9, 12, 13 and 14 are taken from [8], [9], [14] and [15] respectively. All computations were performed on Intel Celeron CPU 1133 MHz.

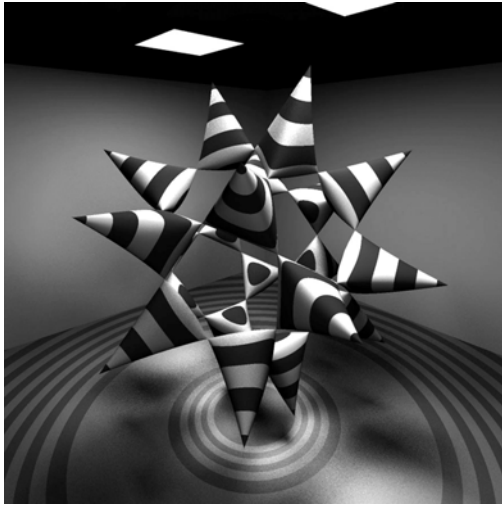


Figure 9. Barth Sextic [8]

$$4(G^2x^2 - y^2)(G^2y^2 - z^2)(G^2z^2 - x^2) - (1 + 2G)$$

$$(x^2 + y^2 + z^2 - 1)^2 = 0, G = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.618...$$

Computation time: 10h 42m 06s.

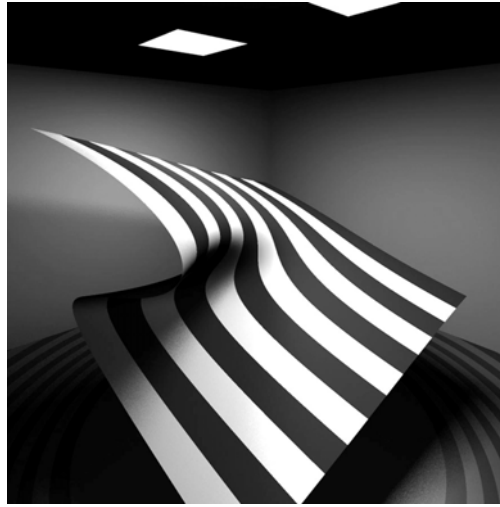


Figure 10. Cusp Catastrophe

$$z^3 + xz + y = 0.$$

Computation time: 3h 05m 40s.

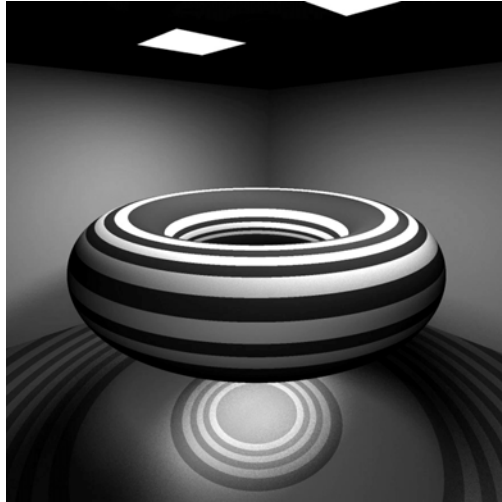


Figure 11. Torus

$$(x^2 + y^2 + z^2 - r^2 - a^2)^2 - 4a^2(r^2 - z^2) = 0, a = 2.5, r = 0.9.$$

Computation time: 5h 31m 13s.

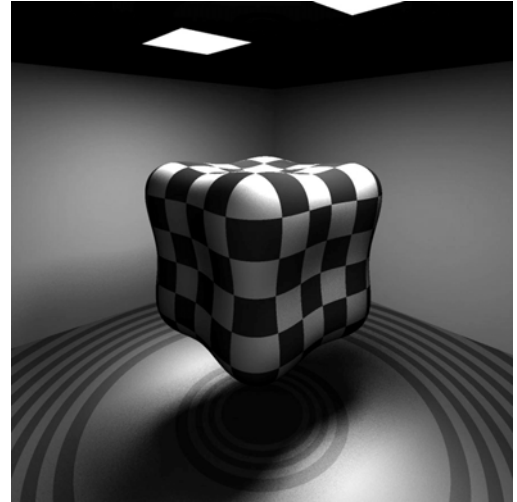


Figure 12. Pillow/Tooth Object [9]

$$x^4 + y^4 + z^4 - (x^2 + y^2 + z^2) = 0.$$

Computation time: 3h 05m 33s.

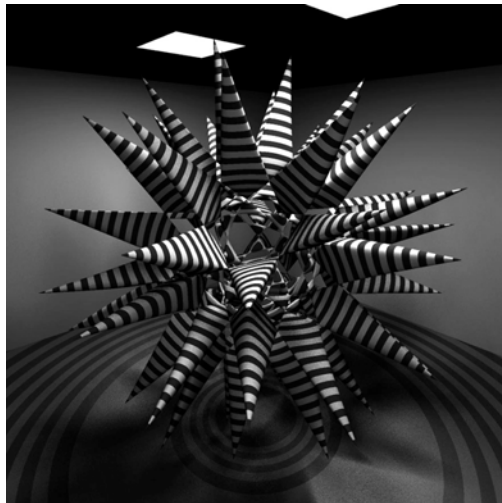


Figure 13. Barth Decic [14]

Computation time: 43h 09m 42s.

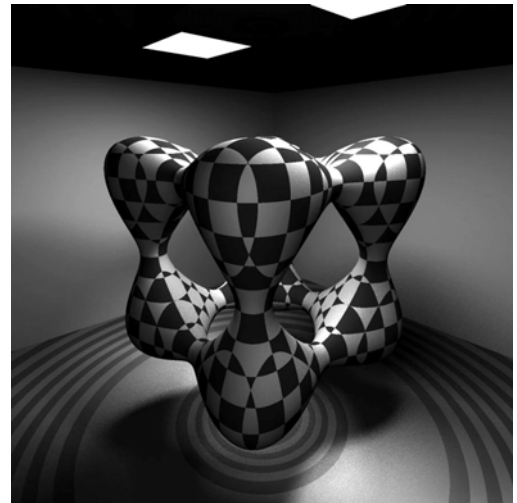


Figure 14. Tanglecube [15]

$$x^4 - 5x^2 + y^4 - 5y^2 + z^4 - 5z^2 + 11.8 = 0.$$

Computation time: 5h 39m 57s.

## REFERENCES

1. Angel E., Interactive Computer Graphics. A Top-Down Approach with OpenGL, 2<sup>nd</sup> ed. Addison-Wesley, Reading, MA, 2000.
2. Collins G. E., Akritas A. G., Polynomial Real Root Isolation Using Descarte's Rule of Signs. Proceedings of the 1976 ACM Symposium on Symbolic and Algebraic Computations, pp 272-275, 1976.
3. Forsythe G. E., Malcolm M. A., Moler C. B., Computer Methods for Mathematical Computations. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977.
4. Hanrahan P., Ray Tracing Algebraic Surfaces. Computer Graphics, 17(3), pp 83-90, 1983 (Proceedings of the SIGGRAPH 83).
5. Hill F. S., Computer Graphics Using OpenGL, 2<sup>nd</sup> ed. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 2001.
6. Kajiya J. T., New Techniques for Ray Tracing Procedurally Defined Objects. ACM Transactions on Graphics, 2(3), pp 161-181, 1983.
7. Mike Henderson's Implicit Surface Algorithm.  
<http://www.geom.uiuc.edu/docs/forum/henderson/>
8. Nordstrand T., Barth Sextic. <http://www.uib.no/People/nfytn/sexttxt.htm>.
9. Nordstrand T., Surfaces. <http://www.uib.no/People/nfytn/surfaces.htm>.
10. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing, 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
11. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F., Numerical Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.
12. Stroustrup B., The C++ Programming Language, 3<sup>rd</sup> ed. Addison-Wesley, Reading, MA, 1997.
13. Turchak L. I., Osnovy chislennyh metodov (The Principles of the Numerical Methods). Nauka, Moscow, 1987.
14. Weisstein E., "Barth Decic" from MathWorld – A Wolfram Web Resource.  
<http://mathworld.wolfram.com/BarthDecic.html>.
15. Weisstein E., "Tanglecube" from MathWorld – A Wolfram Web Resource.  
<http://mathworld.wolfram.com/Tanglecube.html>.

## АНОТАЦІЇ

УДК 004.652/.942

**Імітаційне моделювання ІПС, що побудовані на основі архітектури клієнт/сервер / Альмхерат Ахмед Алі (Абдель Карім) // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 5-12: Рис. 2. – Бібл.: 2 назв**

В статті побудовані імітаційні моделі функціонування інформаційно-пошукових систем з однорідними та неоднорідними потоками запитів. Проведені числові експерименти, що підтверджують відповідність якісної поведінки моделей очікуваній.

УДК 658.114.5:332.135

**Математичне моделювання діяльності економічного кластера і взаємодії з вузами / Алі Найф Халил АльХжуж, Иващенко П. А. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 13-24: – Бібл.: 15 назв**

У статті розглядається регіональний аспект діяльності економічних кластерів і робиться спроба побудови економіко-математичної моделі кластера регіонального рівня. Досліджується проблема взаємодії підприємств кластера з вузами з метою забезпечення кадрами. Як конкретний об'єкт дослідження узятий проект Полтавського економічного кластера.

УДК 517.968.519.6

**Математична модель на базі МДО багатоелементної полозкової антени на екранованій діелектричній підкладці / Антонець А. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 25-35: Рис 8. – Бібл.: 10 назв**

У цій роботі представлений новий метод моделювання полозкових антен на діелектричній підкладці. Загальний підхід до моделювання решітки, складеної з скінченної кількості стрічок, які є ідеальними провідниками, розташованих на діелектричній екранованій підкладці, базується на параметричних представленнях інтегральних та псевдо-диференціальних операторів та методі скінчених особливостей (МСО). Задача дифракції зводиться до гіперсингулярного інтегрального рівняння. Далі це рівняння чисельно розв'язується за допомогою МСО. У роботі проведено чисельний аналіз передканторової решітки і наведено результати чисельного експерименту.

УДК 519.713

**О представленні імовірного автомата у вигляді композиції Марківського ланцюга та детермінованого скінченного автомата / Богомолів С. М., Жолткевич Г. М. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 36-41: Рис. 2. – Табл. 2. – Бібл.: 4 назв**

Імовірнісні математичні структури (імовірнісні скінчені автомати, Марківські ланцюги, імовірнісні суфіксні дерева) використовуються у багатьох галузях, пов'язаних з розпізнаванням образів. Це такі галузі як комп'ютерна лінгвістика, біоінформатика, машинний переклад. У даній роботі формулюється критерій подання імовірного скінченного автомата у вигляді композиції ланцюга Маркова і детермінованого скінченного автомата.

УДК 33(075.8)

**Зображення об'єктів та знань у інформаційному середовищі "Система аналізу форм звітності" / Богомолів С. М., Ахмад Ібрахім, Іващенко П. О. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 42-49: Рис. 2. – Бібл.: 8 назв**

Пропонується алгоритм представлення довільної форми звітності у виді системи дерев. Розглядається фреймове представлення складових форм звітності. Дано алгоритм формування правил висновку в «Системі аналізу форм звітності».

УДК 519.6

**Сумісне застосування методу малого параметра і методу граничних елементів для чисельного розв'язку еліптичних задач з малими збуреннями / Бразалук Ю. В., Євдокимов Д. В., Поляков М. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 50-66: Табл. 5. – Бібл.: 14 назв**

Більшість чисельних методів не можна застосувати для аналізу збурень, менших параметрів дискретизації. У роботі розв'язки таких задач розшуковуються у вигляді ряду по малому параметрі, що характеризує збурення. Подальший розв'язок відповідних еліптичних задач здійснюється методом граничних елементів. Розглянуто малі збурення межі області рішення, збурення крайових умов і фундаментальних розв'язків. Завдяки високій точності методу граничних елементів запропонований підхід виявився досить ефективним, що було підтверджено чисельними експериментами.

УДК 378.1:519.816:681.3

**До питання про стратегічне планування якості освіти / Владимірова М. В., Співаковський А. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 67-73: Рис. 2. – Бібл.: 6 назв**

Метою даної статті є аналіз даних для визначення завдань і методів моделювання механізмів стратегічного планування діяльності Вуза по поліпшенню якості навчання. Розглянуто загальну постановку завдання керування якістю підготовки бакалаврів і магістрів в Університеті, аналіз даних поточного стану об'єкта Університет і визначення деяких керуючих впливів для зміни стану об'єкта.

УДК 004.7; 539.12

**Програмне забезпечення LCG на CMS Linux-кластері / Воронко М. В., Зуб С. С., Левчук Л. Г. Сорока Д. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 74-86: Рис. 5. - Табл. 1. – Бібл.: -17 назв**

Обговорюються проблеми, що пов'язані зі зберіганням, обробкою та аналізом великих масивів даних, одержання яких очікується в експериментах які заплановані на Великому адронному колайдері (LHC) в ЦЕРН. Представлено статус CMS Linux кластера ННЦ ХФТІ, який є частиною Московського розподіленого регіонального центру для аналізу даних LHC. Описана конфігурація програмного забезпечення LHC Grid на CMS кластері ННЦ ХФТІ. Стисло викладається участь кластера ННЦ ХФТІ в генерації подій CMS методом Монте-Карло.

УДК 517+681

**Моделювання складених поверхонь в системах символічної математики / Доля П. Г. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 87-94: –Бібл.: 6 назв**

Запропоновано метод складання загальних аналітичних виразів для рівнянь неперервних поверхонь, складених з різноманітних секцій з відомими рівняннями. Збудовано загальне рівняння кусково-лінійчастої поверхні натягнутої на каркас, складений з ряду просторових кривих які не перехрещуються.



УДК 519.6

**Візуальне формулювання і виконання семантичних запитів / Джуринський Є., Єрмолаєв В. А., Кеберле Н. Г., Владимиров В. М. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 95-108: Рис. 7. – Табл. 1. – Бібл.: 9 назв**

Інфраструктура UnIT-NET для електронного обміну інформацією (IEOI) – це багаторівнева розподілена програмна система для забезпечення інтелектуального одержання інформації з розподілених, різнотипних, автономних джерел інформації (ДІ). IEOI розроблена відповідно до архітектури посередник-оболонка з одним центральним посередником. У статті представлені результати оцінки прототипу IEOI UnIT-NET. Два автономних розподілених джерела інформації (ДІ “Абітурієнт” у Запорізькому національному університеті і ДІ “Деканат” у Харківському національному університеті ім. В.Н. Каразіна) були використані як іспитовий стенд. Експерименти показали практичну придатність підходів, запропонованих для архітектури IEOI. Одним з етапів процедури оцінки є визначення якості взаємодії між користувачами і посередником IEOI. У статті аналізуються результати, отримані при оцінці компонента користувацького інтерфейсу IEOI UnIT-NET – Інтерфейсу створення запитів (ІСЗ). Аналіз показує придатність ІСЗ, однак, є деякі зауваження, які варто врахувати надалі.

УДК 681.3

**Алгоритм роботи інформаційного агента в розподіленій розрахунковій системі та його модель на базі нечітких Е-мереж / Дуравкин Є. В., Абу Джаккар Амер Таксін Каламех // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 109-117: Рис. 5. – Бібл.: 6 назв**

В статті розглянуті питання розробки моделей програмних інтелектуальних агентів за допомогою нечітких Е-мереж. Приведена структура вузла розподіленої обчислювальної системи в якій використовуються програмні агенти. Розроблені алгоритми агентів пошуку даних та аналізу інформаційної бази, що використовують елементи штучного інтелекту. Розроблені моделі роботи інформаційних агентів на базі нечітких Е-сетей, наведені методи оцінки ефективності розроблених алгоритмів на моделях.

УДК 681.3.068

**Про один спосіб гарантувати стабільне поведження програмної системи шляхом запобігання несанкціонованих зовнішніх проникнень / Жолткевич Г. М., Зарецька І. Т. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 118-126: Рис. 2. – Бібл.: 4 назв**

У статті представлений новий шаблон проектування Chest. Він дозволяє гарантувати стабільне поведження складної системи за рахунок інкапсуляції її керуючої частини в захисний клас - оболонку зі статичним інтерфейсом. Клієнти можуть одержати доступ до функцій системи тільки використовуючи клас Chest, що делегує реальну роботу класові керування системою. У статті приведений повний опис даного шаблону. Розглядається структура шаблону, відносини між учасниками, проблеми реалізації. Також приведений приклад програмного коду і криптографічного додатка.

УДК 537.861

**Комп'ютерне моделювання дифракції електромагнітних хвиль на стрічкових ґратках (випадок довільного падіння). / Жолткевич Г. Н., Хорошун В. В., Хохольков В. Б. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 127-134: Рис. 5. - Бібл.: 10 назв**

Робота присвячена якісному і кількісному аналізу відмінних рис дифракції плоских електромагнітних хвиль лінійної поляризації на стрічкових ґратках при довільному падінні в порівнянні з випадками збудження ґратки Е- і Н-поляризованими хвилями

УДК 681.5:629.39.6

**Розробка моделі мережі віртуальних каналів на основі багатоагентного підходу / Івановська Т. В., Руккас К. М. / Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 135-143: Рис. 5. - Бібл.: 5 назв**

Дана робота викладає основні підходи до керування мережними ресурсами за допомогою багатоагентних систем. Метою даної роботи є розробка стимулятора мережі на агентах для використання його у подальших дослідженнях з динамічного керування мережними ресурсами.

УДК 004.652/.942

**Про один клас алгоритмів кластер-аналізу / Карпенко О. О. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 144-157: Рис. 10. – Бібл.: 7 назв**

Класифікація – один з фундаментальних процесів в науці, який є основним у практичній та науковій діяльності людини. У даній статті запропонована математична теорія, на основі якої були розроблені алгоритми, застосування яких приводить до зменшення потужності множини можливих класифікацій, за рахунок виділення множини регулярних класифікацій. Це дозволяє полегшити знаходження екстремума функціонала якості розбивки, а, отже, знаходження найкращої класифікації для деякої конфігурації у задачах автоматичної класифікації (кластер-аналізу).

УДК 519.6

**Метод дискретних вихорів для сингулярних інтегральних рівнянь першого роду у класі узагальнених функцій / Ліфанов І. К., Ненашев А. С. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 158-164: - Бібл.: 3 назв**

У даній статті розглядається метод дискретних вихорів для сингулярних інтегральних рівнянь першого роду у класі узагальнених функцій.

УДК 681.5:629.39.6

**Алгоритм функціонування багатоагентної системи динамічного управління комп'ютерними мережами/ Лосєв Ю. І., Руккас К. М. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 165-171: Рис. 3. – Бібл.: 3 назв**

Дана робота викладає основні підходи до керування мережними ресурсами за допомогою багатоагентних систем. Метою даної роботи є розробка розподіленого алгоритму управління комп'ютерною мережею в реальному часі.

УДК 519.21,246

**Кореляційні функції і квазидетерміновані сигнали / Петрова А. Ю., Фадєєв В. А., Черемська Н. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 172-177: – Бібл.: 6 назв**

У статті відбуваються випадкові послідовності, процеси і поля по відомим математичному сподіванню і кореляційній функції. При цьому відповідні випадкові функції визначаються скінченною сукупністю випадкових величин, що суттєво спрощує подальший аналіз імовірнісних моделей з такими випадковими функціями. Нестационарні випадкові процеси й послідовності скінченного рангу не стационарності також уміщуються у запропоновану схему реконструкції.

УДК 533.662.013

**Математичне моделювання динаміки й аеродинаміки вітроагрегатів / А. А. Приходько, Д. А. Редчиць // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 178-194: Рис. 9. – Бібл.: 16 назв**

Для дослідження зв'язаної задачі динаміки та аеродинаміки вертикально-вісьового вітроагрегата розроблено чисельний алгоритм на основі рівнянь Нав'є-Стокса. Реалізовано методики розв'язування нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини у криволінійних координатах на основі явних і неявних схем. Проведено тестування чисельних алгоритмів на задачах про розвиток течії в квадратній каверні, при стаціонарному та нестационарному обтіканні циліндра та профіля NASA 0012. Аналізуються результати розв'язування зв'язаної задачі динаміки й аеродинаміки ротора вітротурбіни.

УДК 004.652/.942

**Морфізми напівсхем та їх застосування / Семенова Т. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 198-206: Рис. 4. – Бібл.: 3 назв**

У статті представлено апарат відображення напівсхем за допомогою морфізмів. Показано можливість використання півсхем і морфізмів напівсхем для опису різних засобів моделювання та відображення понять одно математичного апарату на поняття іншого. Як приклад наведено перехід від моделі, що побудована за допомогою мереж Петрі до моделі, що побудована за допомогою ВВГ шляхом задання морфізму полусхем.

УДК 532.526: 517.94

**Математичне моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах / Сохацький А. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 207-213: Рис. 4. – Бібл.: 6 назв**

Стаття присвячена математичному моделюванню динаміки та аеродинаміки руху транспортного засобу на надпровідних магнітах. Для аеродинамічних обчислень використовується метод дискретних вихорів. Динамічні рівняння руху транспортних засобів включають деякі компоненти магнітних сил та моментів. В результаті численного розв'язання були отримані залежності кута тангажу та відстані від поверхні до транспортного засобу як функції часу.

УДК 004:378.1

**Модель процесу введення даних про продукти та події у їхньому життєвому циклі / Телепнєв О. В. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 214-221: Рис. 7.–Бібл.: 3 назв**

Розглянуто особливості введення оператором даних у подійно-орієнтованої інформаційно-аналітичної системи підтримки життєвого циклу складних продуктів. Запропоновано послідовність дій під час введення до системи даних про продукти та події.

УДК 378:519.8

**Моделювання аудиту фінансових потоків у вищому навчальному закладі / Фірас Самі Махмуд Аль Саайда // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 222-231: – Бібл.: 8 назв**

Проаналізована модель оптимального фінансового управління ВНЗ. Запропонована постановка задачі оцінки впливу змін у навчальному процесі на зміни фінансових потоків. Запропоновано підхід до їх вирішення, який ґрунтується на теорії зворотних обчислень.

УДК 681.3

**Візуалізація алгебричних поверхонь / Чуєшов Г. // Вісник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи керування", вип. 5. – С. 232-244: Рис. 14. - Бібл.: 15 назв**

Розглядається проблема візуалізації неявно заданих алгебричних поверхонь у тривимірному просторі на основі алгоритму трасіровки променів. Цей алгоритм дозволяє звести дану задачу до розв'язування набору алгебричних рівнянь одної змінної. Головна трудність полягає у виборі найбільш підходящого та швидкого методу. У роботі показано, що для деяких типів поверхонь метод Деккера-Брента дозволяє заощадити обчислювальний час у порівнянні з традиційним методом хорд. Було також розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє візуалізувати алгебричні поверхні з контролем проміжних обчислювань.

## АННОТАЦИИ

УДК 004.652/.942

**Имитационное моделирование ИПС, построенных на основании архитектуры клиент/сервер / Альмхерат Ахмед Али (Абдель Карим) // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 5-12: Ил. 2. – Библ.: 2 назв.**

В статье построены имитационные модели функционирования информационно-поисковых систем с однородным и неоднородным потоком запросов. Проведены численные эксперименты, подтверждающие соответствие качественного поведения моделей ожидаемому.

УДК 658.114.5:332.135

**Математическое моделирование деятельности экономического кластера и взаимодействия с вузами / Али Найф Халил АльХжуж, Иващенко П. А. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 13-24: – Библ.: 15 назв.**

В статье рассматривается региональный аспект деятельности экономических кластеров и делается попытка построения экономико-математической модели кластера регионального уровня. Исследуется проблема взаимодействия предприятий кластера с вузами с целью обеспечения кадрами. В качестве конкретного объекта исследования взят проект Полтавского экономического кластера.

УДК 517.968.519.6

**Математическая модель на базе МДО многоэлементной полосковой антенны на экранированной диэлектрической подложке / Антонен А. В. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 25-35: Рис 8. – Библ.: 10 назв.**

В данной работе представлен новый метод моделирования полосковых антенн на диэлектрической подложке. Общий подход построения модели конечной решетки из идеально проводящих лент, расположенных на диэлектрической экранированной подложке, основывается на параметрических представлениях интегральных и псевдо-дифференциальных операторах и методе дискретных особенностей (МДО). Задача дифракции сводится к гиперсингулярному интегральному уравнению. Затем это уравнение решается с помощью МДО. В работе проведен численный анализ предканторовых решеток и приведены результаты численного эксперимента.

УДК 519.713

**О представлении вероятностного автомата в виде композиции цепи Маркова и детерминированного конечного автомата / Богомолов С. Н., Жолткевич Г. Н. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 36-41: Ил. 2. – Табл. 2. – Библ.: 4 назв.**

Вероятностные математические структуры (вероятностные конечные автоматы, Марковские цепи, вероятностные суффиксные деревья) используются во многих областях, связанных с распознаванием образов. Это такие области, как компьютерная лингвистика, биоинформатика, машинный перевод. В данной работе формулируется критерий представимости вероятностного конечного автомата в виде композиции цепи Маркова и детерминированного конечного автомата.

УДК 33(075.8)

**Представление объектов и знаний в информационной среде «Система анализа форм отчетности» / Богомолов С. Н., Ахмад Ибрахим, Иващенко П. А. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 42-49: Ил. 2. – Библ.: 8 назв.**

Предлагается алгоритм представления произвольной формы отчетности в виде системы деревьев. Рассматривается фреймовое представление составляющих форм отчетности. Дан алгоритм формирования правил вывода в «Системе анализа форм отчетности».

УДК 519.6

**Совместное применение метода малого параметра и метода граничных элементов для численного решения эллиптических задач с малыми возмущениями / Бразалук Ю. В., Евдокимов Д. В., Поляков Н. В. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 50-66: Табл. 5. – Библ.: 14 назв.**

Большинство численных методов неприменимы для анализа возмущений, меньших параметров дискретизации. В настоящей работе решение таких задач разыскивается в виде ряда по малому параметру, характеризующему возмущение. Последующее решение соответствующих эллиптических задач производится методом граничных элементов. Рассмотрены малые возмущения границы области решения, возмущения граничных условий и фундаментальных решений. Благодаря высокой точности метода граничных элементов предложенный подход оказался достаточно эффективным, что было подтверждено численными экспериментами.

УДК 378.1:519.816:681.3

**К вопросу о стратегическом планировании качества образования / Владимиров М. В., Спиваковский А. В. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 67-73: Ил. 2. – Библ.: 6 назв.**

Целью данной статьи является анализ данных для определения задач и методов моделирования механизмов стратегического планирования деятельности ВУЗа по улучшению качества обучения. Рассмотрены общая постановка задачи управления качеством подготовки бакалавров и магистров в Университете, анализ данных текущего состояния объекта Университет и определение некоторых управляющих воздействий для изменения состояния объекта.

УДК 004.7; 539.12

**Программное обеспечение LCG на CMS Linux-кластере / Воронко М. В., Зуб С. С., Левчук Л. Г., Сорока Д. В. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 74-86: Ил. 5. – Табл. 1. – Библ.: -17 назв.**

Обсуждаются проблемы, связанные с хранением, обработкой и анализом больших массивов данных, получение которых ожидается в экспериментах, запланированных на Большом адронном коллайдере (LHC) в ЦЕРН. Представлен статус CMS Linux-кластера ННЦ ХФТИ, являющегося частью Московского распределенного регионального центра для анализа данных LHC. Описана конфигурация программного обеспечения LHC Grid на CMS кластере ННЦ ХФТИ. Кратко излагается участие кластера в генерации событий CMS методом Монте-Карло.

УДК 517+681

**Моделирование составных поверхностей в системах символьной математики / Доля П. Г. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 87-94: – Библ.: 6 назв.**

Предложен способ построения единых аналитических выражений для уравнений непрерывных поверхностей, составленных из различных секций с заданными уравнениями. Построено общее уравнение кусочно-линейчатой поверхности натянутой на каркас, состоящий из семейства непересекающихся пространственных кривых.



УДК 519.6

**Визуальное формулирование и выполнение семантических запросов / Джуринский Е., Ермолаев В. А., Кеберле Н. Г., Владимиров В. Н. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 95-108: Ил. 7. – Табл. 1. – Библ.: 9 назв.**

Инфраструктура UnIT-NET для электронного обмена информацией (ИЭОИ) – это многоуровневая распределенная программная система для обеспечения интеллектуального получения информации из распределенных, разнотипных, автономных источников информации (ИИ). ИЭОИ разработана в соответствии с архитектурой посредник-оболочка с одним центральным посредником. В статье представлены результаты оценки прототипа ИЭОИ UnIT-NET. Два автономных распределенных источника информации (ИИ “Поступающий в университет” в Запорожском национальном университете и ИИ “Деканат” в Харьковском национальном университете им. В.Н. Каразина) были использованы как испытательный стенд. Эксперименты показали практическую пригодность подходов, предложенных для архитектуры ИЭОИ. Одним из этапов процедуры оценки является определение качества взаимодействия между пользователями и посредником ИЭОИ. В статье анализируются результаты, полученные при оценке компонента пользовательского интерфейса ИЭОИ UnIT-NET – Интерфейса создания запросов (ИСЗ). Анализ показывает пригодность ИСЗ, однако, есть некоторые замечания, которые следует учесть в дальнейшем.

УДК 681.3

**Алгоритм работы информационного агента в распределенной вычислительной системе и его модель на базе нечетких Е-сетей / Дуравкин Е. В., Абу Джаккар Амер Таксин Каламех // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 109-117: Ил. 5. – Библ.: 6 назв.**

В статье рассмотрены вопросы разработки моделей программных интеллектуальных агентов с помощью нечетких Е-сетей. Приведена структура узла распределенной вычислительной системы в которой используются программные агенты. Разработаны алгоритмы агентов поиска данных и анализа информационной базы использующих элементы искусственного интеллекта. Разработаны их модели на базе нечетких Е-сетей, показаны методы оценки эффективности разработанных алгоритмов на моделях.

УДК 681.3.068

**Об одном способе гарантировать стабильное поведение программной системы путем предотвращения несанкционированных внешних проникновений / Жолткевич Г. Н., Зарецкая И. Т. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 118-126: Ил. 2. – Библ.: 4 назв.**

В статье представлен новый шаблон проектирования Chest. Он позволяет гарантировать стабильное поведение сложной системы за счет инкапсуляции её управляющей части в защитный класс - оболочку со статическим интерфейсом. Клиенты могут получить доступ к функциям системы только используя класс Chest, который делегирует реальную работу классу управления системой. В статье приведено полное описание данного шаблона. Рассматривается структура шаблона, отношения между участниками, проблемы реализации. Также приведен пример программного кода и криптографического приложения.

УДК 537.861

**Компьютерное моделирование дифракции электромагнитных волн на ленточных решетках (случай произвольного падения) / Жолткевич Г. Н., Хорошун В. В., Хохольков В. Б. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 127-134: Ил. 5. – Библ.: 10 назв.**

Работа посвящена качественному и количественному анализу отличительных особенностей дифракции плоских электромагнитных волн линейной поляризации на ленточных решетках при произвольном падении по сравнению со случаями возбуждения решетки Е- и Н- поляризованными волнами

УДК 681.5:629.39.6

**Разработка модели сети виртуальных каналов на основе многоагентного подхода / Ивановская Т. В., Руккас К. М. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 135-143: Ил. 5. – Библ.: 5 назв.**

Данная работа излагает основные подходы к управлению сетевыми ресурсами с помощью многоагентных систем. Целью данной работы является разработка симулятора сети, основанного на агентах, для использования его в дальнейших исследованиях по динамическому управлению сетевыми ресурсами.

УДК 004.652/.942

**Об одном классе алгоритмов кластер-анализа // Карпенко А. А. // Вестник Харк. нац. ун-та., –2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 144-157: Ил. 10. – Библ.: 7 назв.**

Классификация – один из фундаментальных процессов в науке, который является основополагающим в практической и научной деятельности человека. В данной статье предложена математическая теория, на основе которой были разработаны алгоритмы, применение которых приводит к уменьшению мощности множества возможных классификаций, за счет выделения множества регулярных классификаций. Это позволяет облегчить поиск экстремума функционала качества разбиения, а, следовательно, нахождение наилучшей классификации для некоторой конфигурации в задачах автоматической классификации (кластер-анализа).

УДК 519.6

**Метод дискретных вихрей для сингулярных интегральных уравнений первого рода в классе обобщённых функций / Лифанов И. К., Ненашев А. С. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 158-164: - Библ.: 3 назв.**

В данной статье рассматривается метод дискретных вихрей для сингулярных интегральных уравнений первого рода в классе обобщённых функций.

УДК 681.5:629.39.6

**Алгоритм функционирования многоагентной системы динамического управления компьютерными сетями / Лосев Ю. И., Руккас К. М.// Вестник Харк. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 165-171: Ил. 3. – Библ.: 3 назв.**

Данная работа излагает основные подходы к управлению сетевыми ресурсами с помощью многоагентных систем. Целью данной работы является разработка распределенного алгоритма управления компьютерной сетью в реальном масштабе времени.

УДК 519.21,246

**Корреляционные функции и квазидетерминированные сигналы / Петрова А. Ю., Фадеев В. А., Черемская Н. В. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 172-177: – Библ.: 6 назв.**

В статье реконструируются случайные последовательности, процессы и поля по заданным математическому ожиданию и корреляционной функции. При этом соответствующие случайные функции определяются конечным набором случайных величин, что существенно облегчает последующий анализ вероятностных моделей с такими случайными функциями. Важно, что нестационарные случайные процессы и последовательности конечного ранга нестационарности также укладываются в предлагаемую схему реконструкции.

УДК 533.662.013

**Математическое моделирование динамики и аэродинамики ветроагрегатов / Приходько А. А., Редчиц Д. А. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 178-197: Ил. 9. – Библ.: 16 назв.**

Для решения связанной задачи динамики и аэродинамики вертикально-осевого ветроагрегата разработан численный алгоритм на основе уравнений Навье-Стокса. Реализованы методики решения нестационарных уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости в криволинейных координатах на основе явных и неявных схем. Проведено тестирование численных алгоритмов на задачах о развитии течения в квадратной каверне, стационарном и нестационарном обтекании цилиндра и профиля NASA 0012. Анализируются результаты решения связанной задачи динамики и аэродинамики ротора ветротурбины.

УДК 004.652/.942

**Морфизмы полусхем и их приложения. / Семенова Т. В. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 198-206: Ил. 4. – Библ.: 3 назв.**

В статье представлен аппарат отображения полусхем с помощью морфизмов. Показана возможность использования полусхем и морфизмов полусхем для описания различных средств моделирования и отображения понятий одного математического аппарата на понятия другого. В качестве примера показан переход от модели построенной с помощью сетей Петри к модели, построенной с помощью ВВГ путем задания морфизма полусхем.

УДК 532.526: 517.94

**Математическое моделирование динамики и аэродинамики транспортного средства на сверхпроводящих магнитах / Сохацкий А. В. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 207-213: Ил. 4. – Библ.: 6 назв.**

Статья посвящена математическому моделированию динамики и аэродинамики движения транспортного средства на сверхпроводящих магнитах. Для аэродинамических вычислений используется метод дискретных вихрей. Динамические уравнения движения транспортных средств включают некоторые компоненты магнитных сил и моментов. В результате численного решения были получены зависимости угла тангажа и расстояния от поверхности до транспортного средства как функции времени.

УДК 004:378.1

**Модель процесса ввода данных о продуктах и событиях в их жизненном цикле / Телепнев А. В. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 214-221: Ил. 7. – Библ.: 3 назв.**

Рассмотрены особенности введения оператором данных в событийно-ориентированную информационно-аналитическую систему поддержки жизненного цикла сложных продуктов. Предложена последовательность действий при введении в систему данных о продукте и событиях.

УДК 378:519.8

**Моделирование аудита финансовых потоков в вузе / Фирас Сами Махмуд Аль Саайда // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 222-231: – Библ.: 8 назв.**

Проанализирована модель оптимального финансового управления ВУЗом. Предложена постановка задачи оценки влияния изменений в учебном процессе на изменение финансовых потоков. Предложен подход к ее решению, основанный на идеях теории обратных вычислений.

УДК 681.3

**Визуализация алгебраических поверхностей / Чуешов Г. // Вестник Хark. нац. ун-та., – 2005. – № 703. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 5. – С. 232-244: Ил. 14. - Библ.: 15 назв.**

Рассматривается проблема визуализации неявно заданных алгебраических поверхностей в трёхмерном пространстве на основе алгоритма трассировки лучей. Этот алгоритм позволяет свести данную задачу к решению набора алгебраических уравнений одной переменной. Главная трудность состоит в выборе наиболее подходящего и быстрого метода. В работе показано, что для некоторых типов поверхностей метод Деккера-Брента позволяет сэкономить вычислительное время по сравнению с традиционным методом хорд. Было также разработано программное обеспечение, которое позволяет визуализировать алгебраические поверхности с контролем промежуточных вычислений.

## ANNOTATIONS

**Client/Server Retrieval System Simulations / Almherat Ahmad Ali (Abdel Karim) // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P.5-12: Pic.2. –Ref.: 2 titles**

Simulating models for retrieval system with homogeneous and heterogeneous query flows are built at the article. Model experiments were showed that models qualitative behavior corresponded with qualitative behavior of real system.

**Mathematical simulation of activity of an economic cluster and interactions with high schools / Ali Neif Halil Alchgug, Ivaschenko P. A. // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 13-24: – Ref.: 15 titles**

In the article the regional aspect of activity of economic clusters is considered and the attempt of construction of economic-mathematical model of a cluster of a regional level is done(made). The problem of interaction of firms of a cluster with high schools is researched with the purpose of support by frames. As the concrete object of research the project of the Poltava economic cluster is taken.

**MDS-based mathematical model of multi-element stripline antenna printed on dielectric grounded substrate / A. V. Antonets // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 25-35: Pic 8. – Ref.: 10 titles**

In this paper, we present new method for the modeling of printed strip gratings. Our general approach for finite perfectly electric conducting (PEC) strip gratings printed on a dielectric substrate with a PEC ground plane is based on the parametric representations of the integral and pseudo-differential operators and Method of Discrete Singularities (MDS). Diffraction problem is first reduced to hypersingular integral equation. Then this equation is solved using the MDS. Finite-order Cantorian set strip grating is investigated numerically. Some of obtained results are presented.

**On representation of a probabilistic finite-state automaton as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton / S. M. Bogomolov, G. M. Zholtkevych // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 36-41: Pic.2. - Tabl. 2. – Ref.: 4 titles**

Probabilistic finite-state machines such as probabilistic finite-state automata, Markov chains and probabilistic suffix trees are used today in a wide amount of fields in pattern recognition, or in fields to which pattern recognition is linked:

computational linguistics, bioinformatics and machine translation. In the present paper we formulate a criterion for determining when a probabilistic finite-state automaton can be represented as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton.

**Performance of objects and knowledge in the information environment «The System of the analysis of the forms of the reporting» / S. Bogomolov, Ibrahim Yousef Ahmad Ahmad, P. A. Ivaschenko // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 42-49: Pic. 2. – Ref.: 8 titles**

The algorithm of performance of the arbitrary form of the reporting by the way systems of trees is offered. Is considered frames performance of the making forms of the reporting. The algorithm of creation of the production rules in to the «System of the analysis of the forms of the reporting» is given.

**Joint application of small parameter method and boundary element method for numerical solution of elliptical problems with small disturbances / J. V. Brazaluk, D. V. Yevdokymov, M. V. Polyakov // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 50-66: Tabl. 5. –Ref.: 14 titles**

Most of numerical methods are not applicable for analysis of disturbances less, than discretization parameters. In the present paper the solutions of such problems are searched as a series with respect to small parameter, which is the reference scale of the disturbance. The following solutions of relevant elliptical boundary-value problems are made by boundary element method. Small domain shape disturbances, boundary condition disturbances and fundamental solution disturbances are considered. Due to high accuracy of the boundary element method the proposed approach is enough effective, what was proved by numerical experiments.

**On the question of the strategic planning of education quality / M. V. Vladimirova, A. V. Spivakovskiy // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 67-73: Pic.2. – Ref.: 6 titles**

The purpose of the article is the analysis of the data for determining problems and the methods of the modelling of the university activities strategic planning mechanism in order to improve the quality of education. The general formulation of the problem of the quality control of bachelors and masters training at University, the current state of the object University and determining impact for changing the state of the object has been considered.



**LCG Middleware at the KIPT CMS Linux Cluster / M. V. Voronko, S. S. Zub, L. G. Levchuk, D. V. Soroka // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 74-86: Pic.5. - Tabl. 1. – Ref.: -17 titles**

Problems associated with storage, processing and analysis of huge data samples expected in experiments planned at the Large Hadron Collider (LHC) are discussed. Current status of the KIPT CMS Linux Cluster (KCLC), which is a part of the Moscow distributed regional center for the LHC data analysis, is outlined. Configuration of the LHC computing Grid middleware at the KCLC is described. Participation of the KCLC in the CMS Monte-Carlo event production is outlined.

**Composite Surface Modelling in Systems of Symbol Mathematics / P. G. Dolya // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 87-94: –Ref.: 6 titles**

The method of compiling of uniform analytic formulas for the equations of the continuous surfaces composed of various sections with the given equations is proposed. The general equation of a piecewise-ruled surface stretched on a frame consisting of a set of not intersected space curves constructs.

**Visual Semantic Query Formulation and Execution in UnIT-NET IEDI / E. Dzhurinsky, V. Ermolayev, N. Keberle, V. Vladimirov // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 95-108: Pic.7. - Tabl. 1. –Ref.: 9 titles**

UnIT-NET Infrastructure for Electronic Data Interchange (IEDI) is the multi-layered distributed software system for providing intelligent ontology-driven information retrieval from distributed, heterogeneous, autonomous information resources (IRs). IEDI is constructed according the ideology of mediator-wrapper architecture with single centralized mediator. The paper presents the results of evaluation of the UnIT-NET IEDI research prototype. Two autonomous distributed IRs - “University Entrant” IR of Zaporozhye National University and “Dean’s Office” IR of V. Karazin Kharkiv National University were used as a testbed. Experiments have shown practical applicability of the approach proposed for the IEDI architecture. One of the stages of the evaluation procedure is the assessment of the quality of interface between users and IEDI mediator. The paper analyses lessons learned from the evaluation of UnIT-NET IEDI user interface component – Query Formulation Interface. The analysis proves the usability of the QFI; however there are refinements which have still to be considered in the future work.

**Algorithm of work of informational agent in distributed computer system and its model on the base of fuzzy E-nets / E. V. Duravkin, Abu Jakkar Amer Taksin Kalamech // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 109-117: Pic.5. – Ref.: 6 titles**

In the article questions of the program informational agent model designs by means of fuzzy E-nets were considered. The structure of the node of the distributed computer system which used soft agents was suggested. The algorithms of the agents for data searching and information base analysis which used elements of artificial intelligence were designed. The described agent models were designed by means of fuzzy E-nets. The methods of the performance evaluation of the designed algorithms on models were showed.

**One Way to Guarantee the Stable Behaviour of a Software System by Preventing Unauthorized External Intrusions / G. M. Zholtkevych, I. T. Zaretska // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 118-126: Pic.2. – Ref.: 4 titles**

A new software design pattern of architectural level called Chest is introduced in the paper. It allows guaranteeing the stable behaviour of a complex system by encapsulating its manager into a protecting shell class with static interface. Clients can use system functions only via Chest class which delegates real work to the system manager class. Full description of this pattern is presented in the paper. The description includes pattern structure, relationship between participants, problems of realization, and examples of code and cryptosystem application.

**Computer modelling of diffraction of electromagnetic waves on tape grates (a case of general fall) / G. M. Zholtkevych, V. V. Khoroshun, V. B. Khokholkov // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 127-134: Pic.5. - Ref.: 10 titles**

Work is devoted to the qualitative and quantitative analysis of distinctive features of diffraction of flat electromagnetic waves of linear polarization on tape grate at general fall in comparison with cases of excitation of grate E-and H-the polarized waves.

**Development of the virtual paths network model based on multiagent approach / T. V. Ivanovskaya, K. M. Rukkas // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 135-143: Pic.5. - Ref.: 5 titles**

The paper deals with the multiagent approach to the creating of network control system. The aim of the work is to develop a network simulator system which is the base for future investigation in network resources management.

**A class of cluster-analysis algorithms / A. A. Karpenko // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 144-157; Pic.10. – Ref.: 7 titles**

Classification - one of fundamental processes in a science which is basic in practical and scientific activity of the person. Mathematical theory were offered, on the basis of which algorithms were developed, which application results in reduction of capacity of set of probable classifications, due to allocation of set of regular classifications was suggested in given article. It allows to facilitate a search extremum of functional qualities of splitting, and therefore a finding of the best classification for some configuration in tasks of automatic classification (cluster-analysis).

**The method of discrete curls for the singular integral equations of the first kind within the class of generalized functions / I. K. Lifanov, A. S. Nenashev // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 158-164; - Ref.: 3 titles**

In this article the method of discrete curls for the singular integral equations of the first kind within the class of generalized functions is considered.

**Algorithm of the multiagent system operation of dynamic management computer networks / Yu. I. Losev, K. M. Rukkas // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 165-171; Pic.3. – Ref.: 3 titles**

The paper deals with the multiagent approach to the creating of network control system. The aim of the work is to develop of the portioned algorithm of computer network management in real scale of time.

**Correlation functions and quasidetermination signals / A. Y. Petrova, V. A. Fadeev, N. V. Cheremskaya // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 172-177; – Ref.: 6 titles**

In the article random sequences, processes and fields on the given mathematical expectations and correlation functions are reconstructed. At the same time the corresponding random sequences are defined by the set of finite random quantities, what effectively facilitates the consequent analysis of the probabilistic models with such random sequences. It is important that nonstandard random processes and sequences of the finite rank of nonstationarity confined themselves to the reconstruction scheme.

**Mathematical simulation of dynamics and aerodynamics of wind turbine / A. A. Prykhodko, D. A. Redchits // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 178-197: Pic.9. – Ref.: 16 titles**

For the solution of the coupled problem of dynamics and aerodynamics of vertical - axis wind turbine the numerical algorithm is designed on the basis of Navier-Stokes equations. Algorithms of the solution of unsteady incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates are implemented on the basis of explicit and implicit schemes. Testing numerical algorithms for problems about development of flow in a square cavity, steady and unsteady flow of the cylinder and airfoil NACA 0012 is carried out. Solution results of the coupled problem of dynamics and aerodynamics of a wind turbine rotor are parsed.

**Semischeme morphisms and its applications / T. V. Semenova // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 198-206: Pic.4. – Ref.: 3 titles**

In the article the instrument of semischeme mapping using morphisms is suggested. The possibility of using semischemes and semischeme morphisms for describing tools of modelling and mapping of one mathematical apparatus concepts on concepts of another one is showed. The example of the transfer from model built using Petri nets to the model built on the base of the time probability graph using semischeme morphisms is showed.

**Mathematical simulation of dynamics and aerodynamics of movement of vehicle on the super-conducting magnets / A. V. Sokhatsky // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 207-213: Pic.4. – Ref.: 6 titles**

The report is devoted to linked solution of aerodynamics and dynamics of movement of vehicle on the super-conducting magnets. For calculations of aerodynamic leading the method of discrete vortexes is used. The dynamic equations of vehicle's movement contain some components of magnetic forces and moments. As a result of numerical solution, the dependencies of the angle of pitch and distance from vehicle to the ground structure as a function of time are received

**The model of product and event data manual input process / A. V. Telepnev // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 214-221: Pic.7.–Ref.: 3 titles**

The features of manual input of product and event data at the events-oriented information-analytical complex product life cycle support system is considered. The consecution of product and event data input at the system is proposed.

**Modelling of audit of financial streams in high school / Firas Sami Mahmud Al Saaida // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 222-231: – Ref.: 8 titles**

The model of an optimum finance administration is analyzed by a higher educational institution. Statement of a problem of an estimation of influence of changes in educational process on change of financial streams is offered. The approach to its decision, based on ideas of the theory of return calculations is offered.

**Visualization of Algebraic Surfaces / Gennadiy Chuyeshov // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, – 2005. – № 703. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems», Issue 5. – P. 232-244: Pic.14. - Ref.: 15 titles**

This paper deals with the visualization of algebraic surfaces in three-dimensional space using ray tracing algorithm. This algorithm makes it possible to reduce the problem to solving a series of algebraic equations of a single variable for each pixel and the main task is to choose the most appropriate and the fastest method. It is shown that the Dekker-Brent method allows to save computation time for certain types of surfaces in comparison with commonly used Chord (Regula Falsi) method. The software, which visualizes algebraic surfaces with the control of intermediate computations, was developed.

## CONTENTS

▪ <b>Almherat Ahmad Ali (Abdel Karim)</b> .....	5
Client/Server Retrieval System Simulations	
▪ <b>Ali Neif Halil Alchgug, P. A. Ivaschenko</b> .....	13
Mathematical simulation of activity of an economic cluster and interactions with high schools	
▪ <b>A. V. Antonets</b> .....	25
MDS-based mathematical model of multi-element stripline antenna printed on dielectric grounded substrate	
▪ <b>S. M. Bogomolov, G. M. Zholtkevych</b> .....	36
On representation of a probabilistic finite-state automaton as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton	
▪ <b>S. Bogomolov, Ibrahim Yousef Ahmad Ahmad, P. A. Ivaschenko</b> .....	42
Performance of objects and knowledge in the information environment «The System of the analysis of the forms of the reporting»	
▪ <b>J. V. Brazaluk, D. V. Yevdokymov, M. V. Polyakov</b> .....	50
Joint application of small parameter method and boundary element method for numerical solution of elliptical problems with small disturbances	
▪ <b>M. V. Vladimirova, A. V. Spivakovskiy</b> .....	67
On the question of the strategic planning of education quality	
▪ <b>M. V. Voronko, S. S. Zub, L. G. Levchuk, D. V. Soroka</b> .....	74
LCG Middleware at the KIPT CMS Linux Cluster	
▪ <b>P. G. Dolya</b> .....	87
Composite Surface Modelling in Systems of Symbol Mathematics	
▪ <b>E. Dzhurinsky, V. Ermolayev, N. Keberle, V. Vladimirov</b> .....	95
Visual Semantic Query Formulation and Execution in UnIT-NET IEDI	
▪ <b>E. V. Duravkin, Abu Jakkar Amer Taksin Kalamech</b> .....	109
Algorithm of work of informational agent in distributed computer system and its model on the base of fuzzy E-nets	
▪ <b>G. M. Zholtkevych, I. T. Zaretska</b> .....	118
One Way to Guarantee the Stable Behaviour of a Software System by Preventing Unauthorized External Intrusions	
▪ <b>G. M. Zholtkevych, V. V. Khoroshun, V. B. Khokholkov</b> .....	127
Computer modelling of diffraction of electromagnetic waves on tape grates (a case of general fall)	
▪ <b>T. V. Ivanovskaya, K. M. Rukkas</b> .....	135
Development of the virtual paths network model based on multiagent approach	
▪ <b>A. A. Karpenko</b> .....	144
A class of cluster-analysis algorithms	
▪ <b>I. K. Lifanov, A. S. Nenashev</b> .....	158
The method of discrete curls for the singular integral equations of the first kind within the class of generalized functions	
▪ <b>Yu. I. Losev, K. M. Rukkas</b> .....	165
Algorithm of the multiagent system operation of dynamic management computer networks	
▪ <b>A. Y. Petrova, V. A. Fadeev, N. V. Cheremskaya</b> .....	172
Correlation functions and quasidetermination signals	

▪ <b>A. A. Prykhodko, D. A. Redchits</b> .....	<b>178</b>
Mathematical simulation of dynamics and aerodynamics of wind turbine	
▪ <b>T. V. Semenova</b> .....	<b>198</b>
Semischeme morphisms and its applications	
▪ <b>A. V. Sokhatsky</b> .....	<b>207</b>
Mathematical simulation of dynamics and aerodynamics of movement of vehicle on the super-conducting magnets	
▪ <b>A. V. Telepnev</b> .....	<b>214</b>
The model of product and event data manual input process	
▪ <b>Firas Sami Mahmud Al Saaida</b> .....	<b>222</b>
Modelling of audit of financial streams in high school	
▪ <b>Gennadiy Chuyeshov</b> .....	<b>232</b>
Visualization of Algebraic Surfaces	
<b>АНОТАЦІЇ</b> .....	<b>245</b>
<b>АННОТАЦИИ</b> .....	<b>253</b>
<b>ANNOTATIONS</b> .....	<b>262</b>
<b>CONTENTS</b> .....	<b>269</b>
<b>СОДЕРЖАНИЕ</b> .....	<b>271</b>

## ОГЛАВЛЕНИЕ

▪ <b>Ахмед Али (Абдель Карим) Альмхерат</b> .....	<b>5</b>
Имитационное моделирование ИПС, построенных на основании архитектуры клиент/сервер	
▪ <b>Али Найф Халил АльХужж, П. А. Иващенко</b> .....	<b>13</b>
Математическое моделирование деятельности экономического кластера и взаимодействия с вузами	
▪ <b>А. В. Антонец</b> .....	<b>25</b>
Математическая модель на базе МДО многоэлементной полосковой антенны на экранированной диэлектрической подложке	
▪ <b>S. M. Bogomolov, G. M. Zholtkevych</b> .....	<b>36</b>
On representation of a probabilistic finite-state automaton as a composition of a Markov chain and a deterministic finite-state automaton	
▪ <b>С. Н. Богомолов, Ахмад Ибрахим, П. А. Иващенко</b> .....	<b>42</b>
Представление объектов и знаний в информационной среде «Система анализа форм отчетности»	
▪ <b>Ю. В. Бразалук, Д. В. Евдокимов, Н. В. Поляков</b> .....	<b>50</b>
Совместное применение метода малого параметра и метода граничных элементов для численного решения эллиптических задач с малыми возмущениями	
▪ <b>М. В. Владимирова, А. В. Спиваковский</b> .....	<b>67</b>
К вопросу о стратегическом планировании качества образования	
▪ <b>M. V. Voronko, S. S. Zub, L. G. Levchuk, D. V. Soroka,</b> .....	<b>74</b>
LCG Middleware at the KIPT CMS Linux Cluster	
▪ <b>П. Г. Доля</b> .....	<b>87</b>
Моделирование составных поверхностей в системах символьной математики	
▪ <b>E. Dzhurinsky, V. Ermolayev, N. Keberle, V. Vladimirov.</b> .....	<b>95</b>
Visual Semantic Query Formulation and Execution in UnIT-NET IEDI	
▪ <b>Е. В. Дуравкин, Амер Таксин Каламех Абу Джаккар</b> .....	<b>109</b>
Алгоритм работы информационного агента в распределенной вычислительной системе и его модель на базе нечетких Е-сетей	
▪ <b>G. M. Zholtkevych, I. T. Zaretska</b> .....	<b>118</b>
One Way to Guarantee the Stable Behaviour of a Software System by Preventing Unauthorized External Intrusions	
▪ <b>Г. Н. Жолткевич, В. В. Хорошун, В. Б. Хохольков</b> .....	<b>127</b>
Компьютерное моделирование дифракции электромагнитных волн на ленточных решетках (случай произвольного падения)	
▪ <b>Т. В. Ивановская, К. М. Руккас</b> .....	<b>135</b>
Разработка модели сети виртуальных каналов на основе многоагентного подхода	
▪ <b>А. А. Карпенко</b> .....	<b>144</b>
Об одном классе алгоритмов кластер-анализа	
▪ <b>И. К. Лифанов, А. С. Ненашев</b> .....	<b>158</b>
Метод дискретных вихрей для сингулярных интегральных уравнений первого рода в классе обобщенных функций	
▪ <b>Ю. И. Лосев, К. М. Руккас</b> .....	<b>165</b>
Алгоритм функционирования многоагентной системы динамического управления компьютерными сетями	



▪ <b>А. Ю. Петрова, В. А. Фадеев, Н. В. Черемская</b> .....	<b>172</b>
Корреляционные функции и квазидетерминированные сигналы	
▪ <b>А. А. Приходько, Д. А. Редчиц</b> .....	<b>178</b>
Математическое моделирование аэродинамики и динамики вертикально-осевых ветроагрегатов	
▪ <b>Т. В. Семенова</b> .....	<b>198</b>
Морфизмы полусхем и их приложения	
▪ <b>А. В. Сохацкий</b> .....	<b>207</b>
Математичне моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах	
▪ <b>О. В. Телепнев</b> .....	<b>214</b>
Модель процесу введення даних про продукти та події у їхньому життєвому циклі	
▪ <b>Фирас Сами Махмуд Аль Сайда</b> .....	<b>222</b>
Моделирование процесса аудита финансовых потоков в ВУЗе	
▪ <b>Gennadiy Chuyeshov</b> .....	<b>232</b>
Visualization of Algebraic Surfaces	
<b>АНОТАЦІЇ</b> .....	<b>245</b>
<b>АННОТАЦИИ</b> .....	<b>253</b>
<b>ANNOTATIONS</b> .....	<b>262</b>
<b>CONTENTS</b> .....	<b>269</b>
<b>СОДЕРЖАНИЕ</b> .....	<b>271</b>

## **ВІСНИК ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

**Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології.  
Автоматизовані системи управління»**

*Випуски даної серії розповсюджуються у академічних та наукових колах України та за її межами з метою оперативного висвітлення досліджень у таких актуальних галузях: математичне та комп'ютерне моделювання, обчислювальний експеримент, теорія і прикладні методи обробки інформації, програмно-апаратні системи інформаційного або управляючого призначення, застосування математичного моделювання та системного аналізу у високих, наукоємних технологіях, враховуючи технології створення програмної продукції. Приймаються роботи, що відносяться до напрямів фізико-математичних і технічних наук (бажаний об'єм 6-18 сторінок). Усі рукописи рецензуються.*

Офіційний сайт <http://mia.univer.kharkov.ua>

## **ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**Серия «Математическое моделирование. Информационные  
технологии. Автоматизированные системы управления»**

*Выпуски данной серии распространяются в академических и научных кругах Украины и за ее пределами с целью оперативного освещения исследований в следующих актуальных областях: математическое и компьютерное моделирование, вычислительный эксперимент, теория и прикладные методы обработки информации, программно-аппаратные системы информационного или управляющего назначения, приложения математического моделирования и системного анализа в высоких, наукоемких технологиях, включая технологии создания программной продукции. Принимаются работы, относящиеся к направлениям физико-математических и технических наук (желательный объем 6-18 страниц). Все рукописи рецензируются.*

Официальный сайт <http://mia.univer.kharkov.ua>